

# 超空泡水下航行器空间运动建模与弹道仿真

李代金, 罗凯, 党建军, 王育才, 张宇文

(西北工业大学 航海学院, 陕西 西安 710072)

**摘要:** 在包含超空泡“时间延迟”效应的基础上,建立了超空泡水下航行器空间运动模型。模型中体现了机动条件下空泡中轴线相对航行器中轴线的偏移产生的流体动力及力矩。为考察该模型在强机动条件下的准确性,进行了弹道仿真分析。结果表明所建立的模型能够描述航行器机动运动的特性;同时表明在实施极限操舵模式时,舵角限量是影响姿态角对舵角振荡特性的关键因素。该结论对超空泡水下航行器控制技术研究具有重要意义。

**关键词:** 液体力学;超空泡水下航行器;空泡时间延迟;空间运动模型;弹道仿真

**中图分类号:** N945.13      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1000-1093(2012)08-0956-06

## Kinematic Modeling and Trajectory Simulation for Underwater Supercavitating Vehicles

LI Dai-jin, LUO Kai, DANG Jian-jun, WANG Yu-cai, ZHANG Yu-wen

(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, Shaanxi, China)

**Abstract:** Considered time-delay effects, the kinetic model of supercavitating vehicles was established, and the dynamic forces and moments caused by the deviation of the vehicle's body axis from supercavity axis under maneuver conditions were contained in it. To verify the veracity of the model under the strong maneuvering condition, a trajectory simulation was carried out. The results show that the motion characteristics of the strong maneuvering vehicles can be well described by the model; under the up-and-down rudder control mode, the limited rudder angle is an important factor to influence the oscillation of rudder angle.

**Key words:** fluid mechanics; underwater supercavitating vehicle; time-delay effect; dimensional kinematic model; trajectory simulation

## 0 引言

超空泡水下航行器有能力达到传统沾湿航行器难以企及的高航速,但由于航行器与超空泡之间复杂的相互作用,致使超空泡航行器的流体动力特性、响应特性表现出与沾湿航行器有极大的不同,给航行器的建模带来很大难度。超空泡航行器的流体动力特性主要取决于航行器与空泡的相互耦合关系,空泡的“时间延迟”效应将影响主体空泡的流型和

超空泡对航行器的包络性<sup>[1]</sup>,导致航行器与主体空泡之间不可避免地出现沾湿,引起航行器受力失衡。因此在建立系统的空间运动模型时,应充分考虑超空泡“时间延迟”效应的影响。

Kirschner等<sup>[2]</sup>指出超空泡航行器的动力学特性展现出斜坡不连续性的力学曲线和时间延迟效应。Rand等<sup>[3]</sup>研究了超空泡航行器俯仰平面的动力学特性,试验方法研究了航行器后体与空泡壁面的“尾击”特性。Dzielski等研究了两自由度模

型<sup>[4]</sup>,保留了航行器与空泡接触时的非线性滑动力,被众多学者所引用作为研究超空泡航行器控制问题的对象模型。

Euteneuer 基于 Kirschner 等的工作建立了超空泡航行器的六自由度动力学模型<sup>[5]</sup>,分析了超空泡航行器的动力学特性,该模型并未考虑空泡的时间延迟效应。Goel<sup>[6]</sup>基于空泡固定且航行器纵轴与空泡中心轴线重合的假设,建立了六自由度模型,通过对特定工作点附近的稳定性分析结果表明,在无控制条件下,超空泡航行器纵向和侧向运动都是不稳定的。

综合来看,国外对超空泡航行器动力学建模与仿真的研究方面呈现出由浅入深的态势,较深入地研究了空泡与航行器之间的复杂耦合作用,但对于“时间延迟”效应影响的研究鲜有文献。国内仅有为数不多的学者进行了超空泡航行器建模与仿真问题的研究,这其中的多数又忽略了“空泡延迟效应”的影响<sup>[7-8]</sup>。本文基于 Kirschner 等的研究思路,系统地建立了考虑超空泡“时间延迟”效应的机动超空泡水下航行器空间运动模型;通过对全弹道的仿真分析可知,所建立的空间运动模型足以描述超空泡水下航行器机动运动特性。研究结论对超空泡水下航行器的控制技术具有重要意义。

## 1 超空泡航行器运动学与动力学建模

### 1.1 坐标系的建立

为了准确描述超空泡水下航行器的运动及流体动力,必须首先建立适当的坐标系。本文根据常规水下航行器坐标建立习惯和造船与轮机工程学会术语公报的坐标体系<sup>[9]</sup>,建立地面坐标系  $Ox_0y_0z_0$ 、随体坐标系  $Oxyz$  和速度坐标系  $Ox'y'z'$ 。其中,地面坐标系与地球固连,坐标原点常选在发射点,地面坐标系经过 3 次转动可以与随体坐标系重合,3 次转动依次为:绕  $Oz_0$  轴转动  $\psi$ ,绕  $Oy'$  轴转动  $\theta$ ,绕  $Ox$  转动  $\varphi$ 。转动次序如图 1 所示。

欧拉角  $\theta, \psi, \varphi$  分别表示航行器的俯仰角、偏航角和横滚角;俯仰角  $\theta$  是随体坐标系的  $Ox$  轴与地面坐标系的  $Ox_0z_0$  平面之间的夹角,当航行器头部偏向  $Ox_0z_0$  平面之上时,  $\theta$  为正;偏航角  $\psi$  是随体坐标系的  $Ox$  轴在地面坐标系  $Ox_0z_0$  平面上的投影  $Ox'$  与地面坐标系  $Ox_0$  轴的夹角,当航行器头部偏向  $Ox_0$  轴左侧时,  $\psi$  为正;横滚角  $\varphi$  是随体坐标系的  $Oy$  轴与通过  $Ox$  轴且垂直于地面坐标系  $Ox_0z_0$  平面的铅垂平面之间的夹角,从尾部向头部方向看,  $Oy$  轴偏

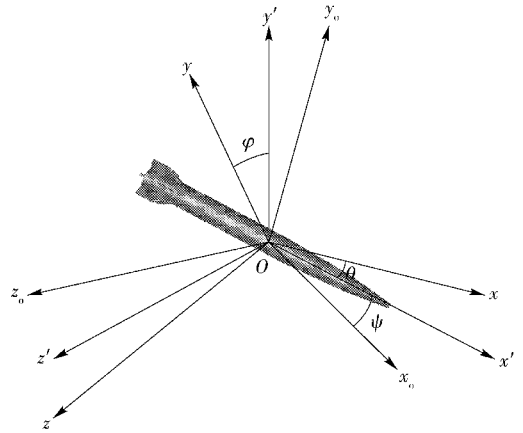


图 1 超空泡水下航行器坐标系示意图  
Fig. 1 Coordinate system of supercavitating vehicles

向铅垂平面右侧时,  $\varphi$  为正。

由地面系  $Ox_0y_0z_0$  到随体系  $Oxyz$  的坐标转换矩阵为  $C_b^0$ ;反之,由随体系到地面系的坐标转换矩阵为  $C_b^0$  的转置,即  $C_0^b$ 。

### 1.2 动力学方程组

根据动量定理和动量矩定理,得到航行器空间运动学和动力学方程组的一般形式为

$$A_m \begin{bmatrix} \dot{v}_{ox} \\ \dot{v}_{oy} \\ \dot{v}_{oz} \\ \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = -A_v \left\{ A_m \begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \\ v_{oz} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \right\} + A_F, \quad (1)$$

式中:  $\dot{v}_{ox}, \dot{v}_{oy}, \dot{v}_{oz}$  为航行器重心处的线加速度分量;  $\dot{\omega}_x, \dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z$  为角加速度分量;  $v_{ox}, v_{oy}, v_{oz}$  为航行器重心处的速度分量;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  为航行器角速度分量。

$A_m$  为惯性矩阵,即

$$A_m = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_c & -my_c \\ 0 & m & 0 & -mz_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & my_c & 0 & 0 \\ 0 & -mz_c & my_c & J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ mz_c & 0 & 0 & -J_{yx} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -my_c & 0 & 0 & -J_{zx} & -J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中:  $m$  为航行器质量;  $y_c, z_c$  为航行器重心在随体坐标系下的位置分量;  $J_{ij}$  ( $ij$  表示  $x, y, z$  的组合) 为航行器转动惯量、惯性矩。

$A_v$  为速度矩阵,即

$$A_v = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y & 0 & 0 & 0 \\ \omega_z & 0 & -\omega_x & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_y & \omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v_{Oz} & v_{Oy} & 0 & -\omega_z & \omega_y \\ v_{Oz} & 0 & -v_{Ox} & \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -v_{Oy} & v_{Ox} & 0 & -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$A_F$  为力矩阵, 即

$$A_F = \begin{bmatrix} X_w + X_G \\ Y_w + Y_G \\ Z_w + Z_G \\ M_{wx} + M_{Gx} \\ M_{wy} + M_{Gy} \\ M_{wz} + M_{Gz} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中:  $X_G$ 、 $Y_G$ 、 $Z_G$  为重力在随体系下的 3 个分量;  $M_{Gx}$ 、 $M_{Gy}$ 、 $M_{Gz}$  为重力矩在随体系下的 3 个分量;  $X_w$ 、 $Y_w$ 、 $Z_w$  为航行器所受水动力(沾湿面产生)在随体系下的 3 个分量;  $M_{wx}$ 、 $M_{wy}$ 、 $M_{wz}$  为航行器所受水动力矩(沾湿面产生)在随体系下的 3 个分量。

### 1.3 运动学方程组

描述航行器重心平移运动的方程组为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{z}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_{y0} \\ v_z \end{bmatrix} = C_b^0 \begin{bmatrix} v_{Ox} \\ v_{Oy} \\ v_{Oz} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

式中  $v_{x0}$ 、 $v_{y0}$ 、 $v_{z0}$  为航行器重心速度在地面坐标系下的分量。

描述航行器转动的运动学方程组为

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega_y \sin\varphi + \omega_z \cos\varphi, \\ \dot{\psi} = \omega_y \sec\theta \cos\varphi - \omega_z \sec\theta \sin\varphi, \\ \dot{\varphi} = \omega_x - \omega_y \tan\theta \cos\varphi + \omega_z \tan\theta \sin\varphi. \end{cases} \quad (6)$$

连同攻角  $\alpha$ 、侧滑角  $\beta$  及速度  $v$  的定义式

$$\alpha = -\arctan(v_y/v_x), \quad (7)$$

$$\beta = \arctan(v_z/\sqrt{v_x^2 + v_y^2}), \quad (8)$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad (9)$$

式中  $v_x$ 、 $v_y$ 、 $v_z$  为航行器三轴速度分量。

(1) 式综合(5)式~(9)式即构成了超空泡水下航行器空间运动学与动力学模型。

## 2 超空泡航行器受力分析

### 2.1 重力

显然, 随着推进剂的消耗, 重力  $G$  是单调减小

的, 同时质心的位置也随之变化。模型中将重力  $G$  的变化视为固定斜率  $k_G$  的单调扰动量。以目前先进的水冲压发动机为例, 由于能供系统采用海水挤代式, 则斜率  $k_G$  为

$$k_G = \frac{\dot{m}_p g (\rho_p - \rho)}{\rho_p}, \quad (10)$$

式中:  $\dot{m}_p$  为推进剂工质秒耗量;  $\rho_p$  为推进剂密度;  $\rho$  为海水密度。

重力作用方向沿地面坐标系的  $Oy_0$  轴负向, 其在随体坐标系下的 3 个分量为

$$\begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{bmatrix} = C_b^0 \begin{bmatrix} 0 \\ -G \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G \sin\theta \\ -G \cos\theta \cos\varphi \\ G \cos\theta \sin\varphi \end{bmatrix}. \quad (11)$$

重力矩在随体坐标系下的 3 个分量为

$$\begin{bmatrix} M_{Gx} \\ M_{Gy} \\ M_{Gz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -z_c & y_c \\ z_c & 0 & 0 \\ -y_c & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{bmatrix}. \quad (12)$$

### 2.2 流体动力

航行器所受的水动力和力矩为

$$\begin{cases} X_w = \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_{xN} + C_{xE}(\sigma, \alpha_0)), \\ Y_w = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_{yE}(\sigma, \alpha_E), \\ Z_w = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_{zE}(\sigma, \beta_E), \\ M_{wx} = 0, \\ M_{wy} = \frac{1}{2} \rho v^2 S L m_{yE}(\sigma, \beta_E), \\ M_{wz} = \frac{1}{2} \rho v^2 S L m_{zE}(\sigma, \alpha_E), \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $v$  为超空泡航行器航速;  $S$  为特征面积;  $L$  为特征长度;  $C_{xN}$  为超空泡航行器前端面轴向力系数;  $C_{xE}(\sigma, \alpha_0)$  为超空泡航行器尾翼轴向力系数, 随空化数和总攻角变化;  $C_{yE}(\sigma, \alpha_E)$  为超空泡航行器尾翼法向力系数, 随空化数和尾翼当地攻角变化;  $C_{zE}(\sigma, \beta_E)$  为超空泡航行器尾翼侧向力系数, 随空化数和尾翼当地侧滑角变化;  $m_{yE}(\sigma, \beta_E)$  为超空泡航行器尾翼偏航力矩系数, 随空化数和尾翼当地侧滑角变化;  $m_{zE}(\sigma, \alpha_E)$  为超空泡航行器尾翼俯仰力矩系数, 随空化数和尾翼当地攻角变化。

上述流体动力系数由 CFD 模拟和模型水洞实验结合综合得到, 模型水洞实验用于验证数值模拟结果。采用 CFD 数值模拟结果进行插值得到流体动力参数曲线如图 2 所示。

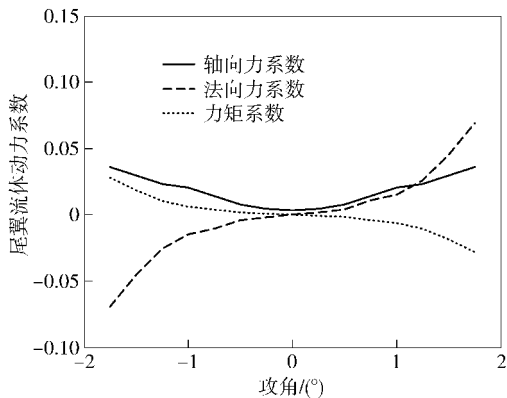


图 2 流体动力系数的 CFD 数值模拟结果

Fig. 2 CFD simulation results of hydrokinetic coefficients

### 3 超空泡的“时间延迟”效应

超空泡水下航行器直航弱机动航行时,上述模型足以描述航行器的运动特性。

而相对于直航超空泡航行器,强机动超空泡航行器产生的新问题是“机动空泡分离”。根据 Logvinovich 的空泡截面独立扩张原理,航行器头部扰动造成的空泡形变传播至航行器后体就会产生一定的时间延迟,这种现象称为空泡的“时间延迟”效应或称空泡记忆效应,由于空泡时间延迟效应的存在,超空泡航行器的动力学特性也受到历史运动状态的影响。

如图 3 所示为“时间延迟”效应对空泡中心线的影响,图中航行器作稳态回旋机动,空泡甲和空泡乙分别是考虑和忽略了时间延迟效应的空泡形状。

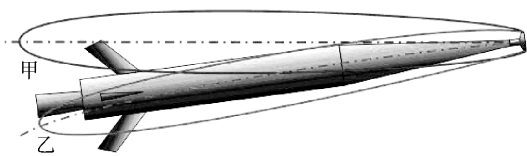


图 3 超空泡航行器的时间延迟效应

Fig. 3 Time-delay effects of supercavitating vehicles

基于以上分析,由于空泡的“时间延迟效应”,超空泡的“转动”总是滞后于航行器的转动,超空泡与航行器的相对位置发生变化,甚至二者分离,出现“空泡脱体”现象,从而造成流体动力发生剧烈的、复杂变化。

因此,在描述航行器机动航行时,还需要考虑超空泡的时间延迟效应对流体动力的影响。根据文献 [10] 中的推导,首先航行器随体坐标系中建立航行器尾部中心指向超空泡中心的空间矢量  $(r_x, r_y, r_z)$ ,

则航行器尾部中心距离此处空泡中心的距离为  $\sqrt{r_y^2 + r_z^2}$ 。该距离描述了空泡和航行器的分离程度,并决定了航行器尾部的流体动力的量值,可以用当量攻角  $\alpha_{cal}$  来描述,

$$\alpha_{cal} = \sqrt{r_y^2 + r_z^2} / (L_N + L_A), \quad (14)$$

式中  $L_N$ 、 $L_A$  分别为航行器头部空化器中心、尾部中心到重心的距离。

其流体动力的方向可由当量横滚角  $\varphi_{cal}$  来描述,

$$\varphi_{cal} = \arctan(r_z / r_y). \quad (15)$$

于是,作用于航行器尾部由壳体与空泡相对位置决定的流体动力  $F_A$  和力矩  $M_A$  可以表达为:

$$F_A = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_{yE} \alpha_{cal}, \quad (16)$$

$$M_A = \frac{1}{2} \rho v^2 L S m_{yE} \alpha_{cal}. \quad (17)$$

### 4 超空泡水下航行器弹道仿真

上述基于超空泡独立扩张原理,考虑超空泡的时间延迟特性,建立了描述超空泡航行器机动航行特性的空间运动学与动力学模型,该模型中体现了由于重力、空化器升力或回旋加速度影响造成的空泡中轴线相对航行器中轴线的偏移。以下对机动条件下的航行器全弹道进行仿真研究,以验证该模型的准确性。

以口径 200 mm,航速为 80 m/s 的超空泡水下航行器为仿真对象,以本文所建立的空间运动模型为仿真模型。考虑控制系统的工程可实现性,采用纵平面、水平面及横滚三通道 PID 极限操舵控制模式,控制系统参数如下:舵机极限舵角转换时间 60 ms,控制采样周期 60 ms,期望俯仰角  $0^\circ$ ,期望偏航角为  $-45^\circ$ ,期望横滚角  $0^\circ$ 。此外,仿真初值设定为:航行器出管速度为 50 m/s,初始横滚角  $25^\circ$ ,主动段自航行器出管起算 8 s。

图 4 为速度与航程仿真曲线,图示航行器在近水面附近水平发射,出管速度 50 m/s,模型出管后航速在 3 s 时间内达到名义巡航航速 80 m/s,航行器出管 8 s 后发动机停车,航速下降;全航程约为 670 m。

航行器纵平面的运动仿真结果如图 5 所示。航行器水平面附近水平发射,出管后约 1 s,下潜至约 2 m 深度;随后控制俯仰角维持在期望值  $0^\circ$  附近;航行至 8 s 时,发动机停车,航速下降、流体动力不足以对抗重力,航行器下沉。深度偏差在整个航行过程中有些微振荡,但幅度不大,其振荡、超调均在可

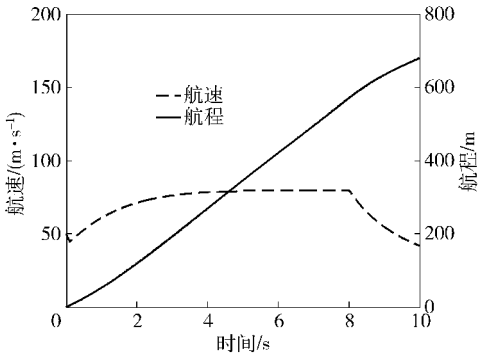


图 4 航速与航程曲线  
Fig. 4 Speed and range

对于舵角的阶跃响应为振荡特性<sup>[11]</sup>,如图7、图8所示。但在仿真过程中,极限舵角选取恰当,振荡幅度可以接受,横滚角最终稳定到期望值0°附近。

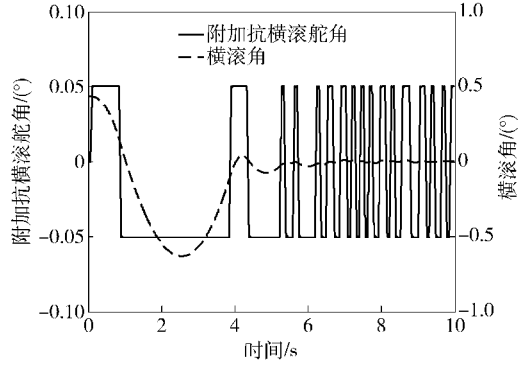


图 7 抗横滚舵角与横滚角曲线  
Fig. 7 Rudder angle and roll angle

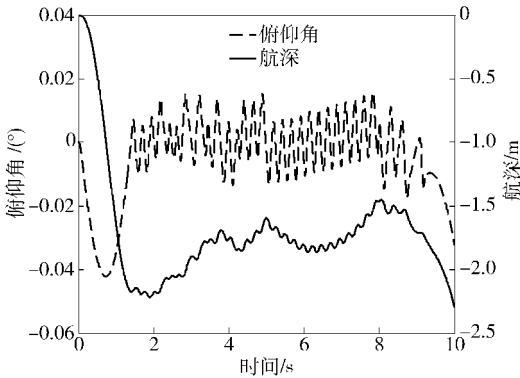


图 5 俯仰角与航深曲线  
Fig. 5 Pitch attitude and depth

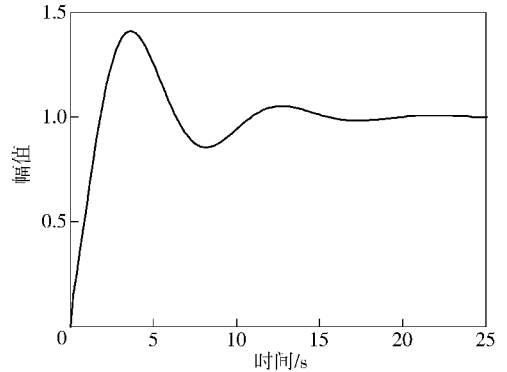


图 8 横滚通道闭环系统的阶跃响应特性曲线  
Fig. 8 Unit step response of roll channel

接受范围。

飞行器水平面的运动仿真结果如图6所示。飞行器出管6s后,控制偏航角稳定维持在期望值-45°附近,弹道水平偏移量变化平稳,偏差小,几乎无振荡。

图9为飞行器模型全弹道的三维仿真曲线。

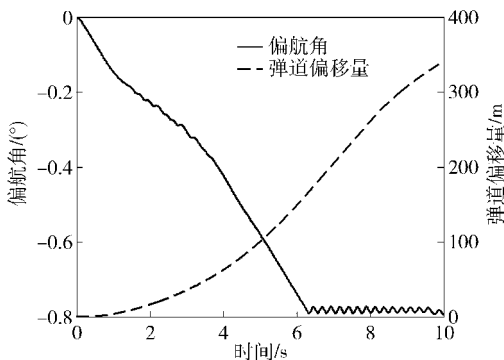


图 6 偏航角与弹道偏移量曲线  
Fig. 6 Yaw angle and trajectory excursion

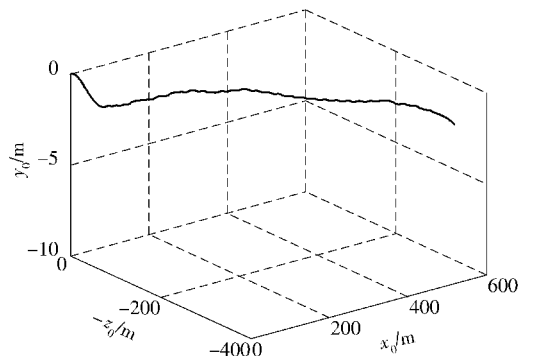


图 9 全弹道三维仿真曲线  
Fig. 9 3D block diagram of trajectory

横滚通道的仿真结果如图6所示:

在初始横滚角为25°的条件下,实施两位极限操舵模式,控制横滚角略微有振荡,这是因为姿态角

根据以上仿真计算结果,分析结论如下:

1) 本文所建立的考虑空泡“时间延迟”效应的空间运动模型足以描述超空泡水下飞行器机动运动特性,仿真计算结果表明了该空间运动方程的合理性;

2) 考虑到姿态角对舵角阶跃响应的振荡特性及控制作用与干扰作用的量值关系, 在实施极限操舵模式时, 舵角极限量的选取很关键, 量值过小不足以对抗舵面的不平衡流体动力, 选取过大则会引起姿态角振荡幅度过大。

## 5 结论

基于超空泡的独立扩张原理, 考虑超空泡“时间延迟”特性, 本文建立了描述超空泡水下航行器空间运动学与动力学模型。通过对超空泡水下航行器弹道的仿真分析可知, 所建立的空间运动模型足以描述超空泡水下航行器机动运动特性。

本文所建模型可以作为超空泡水下航行器机动运动控制研究的对象基础。

## 参考文献 (References)

- [1] Kirschner I N, Kring D C, Stokes A W, et al. Control strategies for supercavitating vehicles[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2002, 8(2): 219 - 242.
- [2] Kirschner I N, Rosenthal B J, Uhlman J S. Simplified dynamical systems analysis of supercavitating high-speed bodies[C]//CAV. 5th International Symposium on Cavitation. Osaka, Japan; MARIN, 2003: 1 - 8.
- [3] Rand R, Pratap R, Ramani D, et al. Impact dynamics of a supercavitating underwater projectile[C]//ASME Proceedings for DETC'97. Sacramento: ASME, 1997: 1 - 11.
- [4] Dzielski J, Kurdila A. A benchmark control problem for supercavitating vehicles and an initial investigation of solutions[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2003, 9(7): 791 - 804.
- [5] Euteneuer E A. Further studies into the dynamics of a supercavitating torpedo[D]. Twin Cities: University of Minnesota, 2003.
- [6] Goel A. Robust control of supercavitating vehicles in the presence of dynamic and uncertain cavity[D]. Gainesville: University of Florida, 2005.
- [7] 冯光, 颜开. 超空泡航行器水下弹道的数值计算[J]. *船舶力学*, 2005, 9(2): 1 - 8.  
FENG Guang, YAN Kai. Numerical calculation of underwater trajectory of supercavitating bodies[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2005, 9(2): 1 - 8. (in Chinese)
- [8] 孙尧, 赵新华, 莫宏伟. 水下超空泡航行器的动力学建模及控制问题研究[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2008, 29(2): 144 - 150.  
SUN Yao, ZHAO Xin-hua, MO Hong-wei. Dynamic model and control of underwater high-speed vehicles[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2008, 29(2): 144 - 150. (in Chinese)
- [9] Li Daijin, Luo Kai, Zhang Yuwen, et al. Studies on fixed-depth control of supercavitating vehicles[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(3): 421 - 426.
- [10] 罗凯, 李代金, 党建军, 等. 考虑空泡延迟特性的超空泡航行器运动控制模型[J]. *交通运输工程学报*, 2010, 10(3): 41 - 45.  
LUO Kai, LI Dai-jin, DANG Jian-jun, et al. Motion control model of supercavitating vehicle considering time-delay effect of supercavitation[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2010, 10(3): 41 - 45. (in Chinese)
- [11] Vincent N. Dynamics and control of non-smooth systems with applications to supercavitating vehicles[D]. America: University of Maryland, 2011.