



湖南理工学院  
Hunan Institute of Science and Technology

数学学院 精品课程

# 第六章 微分与不定积分

## 第一节 维它利定理

## V-覆盖

定义1 设 $E \subset \mathbb{R}^1$ ,  $V = \{I\}$  是长度为正的区间族, 如果对于 $\forall x \in E$  及  $\forall \varepsilon > 0$ ,  $\exists I_x \in V$ , 使  $x \in I_x$ , 且  $mI_x < \varepsilon$ , 则称 $V$ 依维它利意义覆盖 $E$ , 简称 $E$ 的 $V$ -覆盖.

## V-覆盖定理及其推论

定理1 (维他利覆盖定理): 设  $E \subset \mathbb{R}^1$  且  $m^*E < \infty$ ,  $V$  是  $E$  的  $V$ -覆盖, 则可选出互不相交的区间列  $\{I_n\} \subset V$ , 且  $m(E \setminus \bigcup_k I_k) = 0$ .

推论 设  $E \subset \mathbb{R}^1$ , 且  $m^*E < \infty$ ,  $V$  是  $E$  的  $V$ -覆盖, 则对于任何  $\varepsilon > 0$ , 可从  $V$  中选出互不相交的有限个区间  $I_1, I_2, \dots, I_n$ , 使  $m^*(E \setminus \bigcup_{i=1}^n I_i) < \varepsilon$ .