

## 允许存储的变周期随机动态车队调度双层模型交替求解策略

李冰<sup>a</sup>, 轩华<sup>a</sup>, 李静<sup>b</sup>

(郑州大学 a. 管理工程学院, b. 人事处, 郑州 450001)

**摘要:** 针对一类允许存储的变周期随机动态车队调度问题进行研究. 难点在于运输任务数量不确定、运输任务可存储、计划周期内各时段长度不同、车辆荷载不同. 根据问题表述建立数学模型, 进而设定新的决策向量和状态向量, 对问题模型进行可分离形式改造. 引入排队原理设计运输任务产生机制和模型分离参数拟合过程, 在此基础上, 建立由内层模型与外层模型共同构成的双层模型体系, 并给出双层模型的交替求解算法. 通过仿真实验和数值分析验证了所提出算法的可行性和有效性.

**关键词:** 变周期; 双层模型; 交替求解; 随机动态车队调度

**中图分类号:** N945; TP11

**文献标志码:** A

### Alternating solution strategies of bi-level programming model for stochastic dynamic fleet scheduling problem with variable period and storage properties

LI Bing<sup>a</sup>, XUAN Hua<sup>a</sup>, LI Jing<sup>b</sup>

(a. School of Management Engineering, b. Personnel Department, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China. Correspondent: LI Bing, E-mail: lbing@zzu.edu.cn)

**Abstract:** The stochastic dynamic fleet scheduling problem with variable period and storage function are generally discussed. The major difficulty of the problem lies in the fact that the demands are typically uncertain, the transportation task with storage properties, the different length of time period in planning horizon, and the different vehicle loading capacity. In view of the description of the problem, the mathematical model is established. The decision vector and the state vector are introduced into the model to establish the dissolution model. The generating mechanism on the distribution of transportation task is devised with the queuing theory, and the method is designed for parameter fitting and model decomposing. Then the bi-level programming model is established. The alternating algorithm of the bi-level programming model is designed. Finally, the simulation experiment and the numerical analysis verify the feasibility and effectiveness of the proposed algorithm.

**Keywords:** variable period; bi-level programming model; alternate solution; stochastic dynamic fleet scheduling

## 0 引言

货物运输是社会、经济、生活中一个不可或缺的重要环节, 货运车辆的合理运用是货物运输管理的重要任务, 是进一步提升货物运输系统输送能力的重要因素. 在货物运输固定设备能力既定的条件下, 运输能力能否得到进一步提升, 关键取决于是否能编制合理的活动设备运用计划, 即进行动态车队调度优化.

近年来, 关于车辆路线优化方面的研究工作开展得较多. 文献[1]研究了配送车辆路线的干扰问题, 建

立了问题的数学模型及其求解算法. 文献[2]引用集划分方法研究了机场接送车辆的路线优化问题. 文献[3]设计了分支定界算法, 用以解决一类带时间窗的车辆路径优化问题. 文献[4]设计了一个后启发式算法以解决多车辆路线优化问题.

车辆和运输任务是运输系统中最为重要的两项资源, 一些文献针对运输系统中的车辆和运输任务资源分配问题展开了研究. 文献[5]利用资源分配方法解决多车型运输系统的冲突问题. 文献[6]研究了一

收稿日期: 2014-03-09; 修回日期: 2014-07-26.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71001091, 71001090); 中国博士后科学基金项目(2014T70684, 2013M531683); 河南省科技攻关计划项目(142102310335, 142102310313).

作者简介: 李冰(1976—), 男, 教授, 从事物流优化与控制等研究; 轩华(1979—), 女, 教授, 从事物流优化与控制等研究.

类具有不确定运输任务持续时间的司机和运输任务分配问题. 文献[7]研究了一类车辆和司机联合调度问题, 设计嵌入模拟退火算法的两阶段求解算法对问题进行求解. 文献[8]研究了一类需求为随机变量的动态车辆分配管理问题, 构建了一个多阶段随机线性规划模型, 并设计了求解算法. 文献[9]设计了贪婪算法求解一类带时间窗约束的车辆分配问题. 对于更为复杂的车队综合资源管理问题, 文献[10]研究了一类动态车辆分配问题, 将运输作业等待成本作为问题目标函数, 构建马尔科夫决策模型, 并设计算法对模型进行求解. 文献[11]利用近似动态规划方法研究动态车队管理问题模型的灵敏度分析问题. 文献[12]设计了一套近似动态估计算法来解决大规模车队管理问题. 文献[13]引入定价决策方法解决随机动态车队管理问题. 文献[14-15]探讨了单车型的确定性车队调度问题是确定性的问题. 文献[16-17]研究了多车型确定性动态车队调度问题. 文献[18]探讨了随机动态车队调度问题, 但设定所有运输任务不允许存储, 且计划周期内所有时段的时间长度均相同.

本文研究一类允许存储的变周期随机动态车队问题. 除了问题的随机动态特性外, 在该问题的设定中, 运输任务在计划周期内如果没有被及时安排车辆发送, 则允许其在原地存储待后续时段再安排, 但运输任务的存储费用会随着存储周期的增加而增加. 同时, 本文所研究的问题具有变周期特性, 即计划周期内每个时段的时间长度不一样. 此外, 当车辆被安排不同线路时, 其所装载的运输任务数量也不同. 最后通过仿真实验和数值分析验证了所提出算法的可行性和有效性.

## 1 问题的数学描述

### 1.1 问题描述

计划周期  $T$  由  $M$  个长度不同的时段组成, 记为  $T = \{p_t | t = 1, 2, \dots, M\}$ . 在各时段内, 运输网络  $N$  的各节点处会产生运输任务  $l$ , 当运输任务  $l$  没有在本时段内即时安排车辆发送时, 允许在原地存储待后续时段安排, 但会产生存储费用. 各时段各节点处产生的运输任务数为一随机变量  $l_{ijt}$ , 其密度函数可通过历史数据拟合得到. 车队规模  $Q$ 、重载车辆创造的单位距离单位车辆收益值  $a_{ij}$ 、空车移动产生的单位距离单位车辆成本  $b_{ij}$ 、未发送运输任务产生的单位时间单位运输任务存储成本  $c_{ij}$ 、路网中任意两节点之间的运输距离  $d_{ij}$ 、车辆在路线  $(i, j)$  上的装载容量  $u_{ij}$ 、初始车辆分布  $V_{i1}$  均为已知. 现以全周期收益最大化为目标, 制定各时段车队调度方案.

### 1.2 符号约定

对模型中的变量和参数符号作如下约定:  $N$  为

运输网络;  $d_{ij}$  为运输网络中任意两节点间的距离,  $(i, j) \in N$ ;  $T$  为计划周期, 由  $M$  个长度不同的时段组成, 每个时段的长度记为  $\{p_t | t = 1, 2, \dots, M\}$ , 由此可知  $T = \{p_1, p_2, \dots, p_M\}$ ;  $l_{ijt}^{\text{new}}$  为时段  $t$  在  $p_t$  时间长度内节点  $i$  处新产生的目的地为  $j$  的运输任务数,  $t = 1, 2, \dots, M$ , 该变量为随机变量, 其概率分布可通过历史数据统计得到;  $l_{ijt}^{\text{old}}$  为时段  $t$  节点  $i$  处遗留的上一时段未发送的目的地为  $j$  的运输任务数,  $t = 1, 2, \dots, M$ ;  $l_{ijt}^{\text{total}}$  为时段  $t$  节点  $i$  处目的地为  $j$  的运输任务总数,  $t = 1, 2, \dots, M$ , 有  $l_{ijt}^{\text{total}} = l_{ijt}^{\text{old}} + l_{ijt}^{\text{new}}$ ;  $V_{i1}$  为计划周期初各节点处的车辆数;  $V_{it}$  为时段  $t$  节点  $i$  处的车辆数,  $t = 1, 2, \dots, M$ ;  $a_{ij}$  为节点  $i$  到节点  $j$  满载运输任务的车辆单位距离创造的纯收益;  $u_{ij}$  为车辆装载从节点  $i$  到节点  $j$  运输任务时, 每辆车能够装载的运输任务数;  $b_{ij}$  为节点  $i$  到节点  $j$  车辆空驶的单位距离成本;  $c_{ij}$  为节点  $i$  产生的目的地为节点  $j$  的运输任务未被发送时, 原地存储时单位时间单位运输任务所产生的存储费用;  $p_t$  为计划周期内第  $t$  个时间段的长度, 记为  $\{p_t | t = 1, 2, \dots, M\}$ ;  $x_{ijt}$  为时段  $t$  从节点  $i$  装载任务发往节点  $j$  的车辆数,  $t = 1, 2, \dots, M$ , 该变量为整数变量;  $y_{ijt}$  为时段  $t$  节点  $i$  与节点  $j$  间的空驶车辆数, 该变量为整数变量.

### 1.3 模型描述

基于问题的描述, 建立数学模型 P1 为

$$\max G(x, y) = \sum_{t=1}^M \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} [a_{ij} d_{ij} x_{ijt} - b_{ij} d_{ij} y_{ijt} - c_{ij} p_t \max\{0, (u_{ij} x_{ijt} - l_{ijt}^{\text{total}})\}]. \quad (1)$$

$$\text{s.t. } u_{ij} x_{ijt} \leq l_{ijt}^{\text{total}}, \quad \forall i, j \in N, \quad \forall t \in T; \quad (2)$$

$$l_{ijt}^{\text{old}} + l_{ijt}^{\text{new}} = l_{ijt}^{\text{total}}, \quad (3)$$

$$l_{ij(t-1)}^{\text{total}} - u_{ij} x_{ij(t-1)} = l_{ijt}^{\text{old}}, \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N} (x_{ijt} + y_{ijt}) = V_{it}, \quad \forall i, j \in N, \quad \forall t \in T; \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N} (x_{ijt} + y_{ijt}) = V_{j(t+1)}, \quad \forall i, j \in N, \quad \forall t \in T; \quad (6)$$

$$x_{ijt}, y_{ijt} \text{ 均为非负整数.} \quad (7)$$

式(1)表示全周期总收益值最大化的预期目标; 式(2)确保任意节点处的车辆装载的运输任务数不能超过该节点任务总数; 式(3)表示任意节点处的运输任务总数确定方法; 式(4)表示任意节点处的遗留任务数确定方法; 式(5)和(6)表示各时段各节点处的车辆分布确定方法.

模型中, 参数  $l_{ijt}^{\text{new}}$  为某时段节点处新产生的运输任务数, 该参数为一随机变量, 从而造成参数  $l_{ijt}^{\text{old}}$  和  $l_{ijt}^{\text{total}}$  具有随机特性, 所以问题的处理属于随机规划范畴. 同时, 目标函数的表达形式也使得问题模型难以处理. 而且, 当问题涉及的运输网络节点较多、时段较

多时, 所建立的问题模型为一个大规模多阶段随机规划模型, 求解更加困难.

## 2 改进模型的建立

基于上述模型难以求解, 引入未发送运输任务变量  $z_{ijt}$ , 表示时段  $t$  没有安排车辆装载的由节点  $i$  发往节点  $j$  的运输任务数, 从而对模型 P1 进行改进.

### 2.1 三大决策向量的设定

模型的决策向量又称为解向量, 由3个分量组成, 分别为重车向量、空车向量和余留任务向量:

1) 重车向量  $x_t$ , 用以表示计划周期内时段  $t$  各节点处满载移动的的车辆数量, 即  $x_t = (\dots, x_{ijt}, \dots)$ ,  $\forall i, j \in N, \forall t \in T$ .

2) 空车向量  $y_t$ , 用以表示计划周期内时段  $t$  各节点处空车移动和原地驻留的车辆数量, 即  $y_t = (\dots, y_{ijt}, \dots)$ ,  $\forall i, j \in N, \forall t \in T$ .

3) 余留任务向量  $z_t$ , 用以表示计划周期内时段  $t$  各节点处未安排车辆装载运输的运输任务数量, 即  $z_t = (\dots, z_{ijt}, \dots)$ ,  $\forall i, j \in N, \forall t \in T$ .

### 2.2 三大状态向量的设定

模型的状态向量是解向量求解的基础, 它由3个分量组成, 分别为车辆数向量、新产生任务数向量和任务总数向量, 记为  $U_t = (V_t, L_t^{\text{new}}, L_t^{\text{total}})$ . 模型的状态向量  $U_t$  每阶段需要不断更新, 状态向量  $U_t$  的更新过程设计是问题求解的关键之一:

1) 车辆数状态向量  $V_t$ , 用以表示计划周期内时段  $t$  各节点处的车辆数, 即  $V_t = (\dots, V_{it}, \dots)$ ,  $\forall i \in N, \forall t \in T$ . 第1时段车辆数向量  $V_1$  是已知的, 以后其他各时段车辆数向量  $V_t$  的确定需要利用解向量进行求解.

2) 新产生任务数状态向量  $L_t^{\text{new}}$ , 用以表示计划周期内时段  $t$  新产生的各节点间运输任务数, 即  $L_t^{\text{new}} = (\dots, l_{ijt}^{\text{new}}, \dots)$ ,  $\forall i, j \in N, \forall t \in T$ .

3) 任务总数状态向量  $L_t^{\text{total}}$ , 用以表示计划周期内时段  $t$  需要安排的各节点间运输任务数总数, 即  $L_t^{\text{total}} = (\dots, l_{ijt}^{\text{total}}, \dots)$ ,  $\forall i, j \in N, \forall t \in T$ .

当本时段新产生运输任务数状态向量和上一时段的解向量均确定后,  $L_t^{\text{total}}$  容易确定, 显然,  $L_t^{\text{total}}$  和  $L_t^{\text{new}}$  存在如下关系:

$$L_{ijt}^{\text{total}} = L_{ijt}^{\text{new}} + z_{ij(t-1)}. \quad (8)$$

### 2.3 改进模型的建立

基于上述决策向量和状态向量的设置, 建立新的问题模型 P2 为

$$\max G(x, y) = \sum_{t=1}^M \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} (a_{ij} d_{ij} x_{ijt} - b_{ij} d_{ij} y_{ijt} - c_{ij} p_t z_{ijt}). \quad (9)$$

$$\text{s.t. } u_{ij} x_{ijt} + z_{ijt} = l_{ijt}^{\text{new}} + z_{ij(t-1)}, \\ \forall i, j \in N, \forall t \in T; \quad (10)$$

$$\sum_{j \in N} (x_{ijt} + y_{ijt}) = V_{it}, \forall i, j \in N, \forall t \in T; \quad (11)$$

$$\sum_{i \in N} (x_{ijt} + y_{ijt}) = V_{j(t+1)}, \forall i, j \in N, \forall t \in T; \quad (12)$$

$$x_{ijt}, y_{ijt}, z_{ijt} \text{ 均为非负整数.} \quad (13)$$

### 2.4 模型的可分离形式改造

基于问题决策向量和状态向量的表述, 对模型 P2 进行可分离性改造, 即将目标函数改造为阶段指标函数和过程指标函数的和形式, 有

$$G_t(x, y) = \\ \sum_t^M \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} (a_{ij} d_{ij} x_{ijt} - b_{ij} d_{ij} y_{ijt} - c_{ij} p_t z_{ijt}) = \\ \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} (a_{ij} d_{ij} x_{ijt} - b_{ij} d_{ij} y_{ijt} - c_{ij} p_t z_{ijt}) + \\ G_{t+1}(x, y).$$

又因为过程指标函数  $G_{t+1}$  表示未来时段车队调度所产生的收益值, 而收益值是由车辆所产生的, 所以设计参数  $\gamma_{j,t+1}$  表示未来时段增加一辆车的供给对收益值带来的影响, 并用其近似估计过程指标函数  $G_{t+1}$ , 即  $\gamma_{j,t+1} = \frac{\partial G_{j,t+1}}{\partial V_{j,t+1}}$ , 从而有

$$G_{t+1} \approx \sum_{j \in N} \gamma_{j,t+1} V_{j,t+1}.$$

因为  $\sum_{i \in N} (x_{ijt} + y_{ijt}) = V_{j,t+1}$ , 将其代入  $G_{t+1}$ , 有

$$G_{t+1} = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} (\gamma_{j,t+1} x_{ijt} + \gamma_{j,t+1} y_{ijt}).$$

将  $G_{t+1}$  代入模型 P2 的目标函数, 可得模型 P3 为

$$\max G_t(V_t, L_t) = \\ \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} [(a_{ij} d_{ij} + \gamma_{j,t+1}) x_{ijt} + \\ (-b_{ij} d_{ij} + \gamma_{j,t+1}) y_{ijt} - c_{ij} p_t z_{ijt}]. \quad (14)$$

模型 P3 的约束条件同模型 P2. 分离参数  $\gamma_{j,t+1}$  控制着模型 P3 的求解过程, 故又称其为控制变量. 模型 P2 为一个大规模随机规划模型, 直接求解非常困难. 对模型进行可分离形式改造, P3 形式的模型转变为一个  $M$  阶段随机规划模型, 可采取分阶段处理的办法逐一求解. 要解决模型 P3 的求解问题, 需要破解两大关键环节的处理难题, 即运输任务的产生机制设计和分离参数的函数拟合过程设计.

## 3 运输任务的产生机制设计

### 3.1 运输任务产生时刻记录

节点  $i$  与节点  $j$  间形成一条固定的运输线路, 对运输线路上运输任务  $l_{ij}$  在计划周期  $T$  内的产生时

刻依次进行记录, 记为  $\{\tau_q | q = 1, 2, \dots\}$ , 由此节点  $i$  与节点  $j$  间的任务数产生过程构成一随机过程, 记为  $\{l_{ijt} | t = 1, 2, \dots, M\}$ .

### 3.2 运输任务产生时间间隔的仿真描述

选择路网上节点  $i$  到节点  $j$  运输线路上的运输任务数  $l_{ij}$  作为样本数据, 并进行频数统计, 进而拟合密度函数, 从而得到  $l_{ij}$  的经验分布.

Step 1: 根据产生时刻的记录, 绘制累计运输任务数随时间变化趋势图.

Step 2: 计算相邻两项运输任务  $l_q$  和  $l_{(q-1)}$  的产生时间间隔并作记录, 记为  $\{\theta_q = \tau_q - \tau_{(q-1)} | q = 2, 3, \dots\}$ .

Step 3: 对相邻出现运输任务的时间间隔  $\theta_q$  的值进行统计分析.

Step 4: 绘制时间间隔  $\theta$  的频数直方图.

Step 5: 根据时间间隔  $\theta$  的频数统计, 计算时间间隔  $\theta$  各样本数据的出现概率, 从而绘制平滑密度函数曲线  $f_{ij}(\theta)$ .

Step 6: 确定时间间隔  $\theta$  的经验分布函数曲线.

Step 7: 利用拟合优度检验, 确定最合理的时间间隔  $\theta$  分布函数  $F_{ij}(\theta)$ .

Step 8: 确定分布函数  $F_{ij}(\theta)$  的数学期望值  $\bar{\theta}_{ij}$ .

### 3.3 路网上运输任务产生时间间隔矩阵的确定

利用上述方法, 拟合出路网上任意两点间的运输任务时间间隔分布函数  $F(\theta)$ , 并确定数学期望值, 从而形成平均时间间隔分布矩阵

$$\bar{\theta} = \begin{bmatrix} \bar{\theta}_{11} & \dots & \bar{\theta}_{1j} & \dots & \bar{\theta}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\theta}_{i1} & \dots & \bar{\theta}_{ij} & \dots & \bar{\theta}_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\theta}_{n1} & \dots & \bar{\theta}_{nj} & \dots & \bar{\theta}_{nn} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

### 3.4 路网上新产生运输任务数分布的确定

利用各时段的时间长度  $q_t$ , 除以平均时间间隔分布矩阵中各分量, 得到各时段新产生的运输任务数分布为

$$L_t^{\text{new}} = \begin{bmatrix} l_{11}^{\text{new}} & \dots & l_{1j}^{\text{new}} & \dots & l_{1n}^{\text{new}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{i1}^{\text{new}} & \dots & l_{ij}^{\text{new}} & \dots & l_{in}^{\text{new}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1}^{\text{new}} & \dots & l_{nj}^{\text{new}} & \dots & l_{nn}^{\text{new}} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

称式 (16) 为时段  $t$  路网上新产生运输任务的分布矩阵, 由矩阵中的数据可以清楚地描述时段  $t$  路网上新产生运输任务的分布情况.

## 4 分离参数的拟合过程设计

### 4.1 数据采样过程

Step 1: 利用  $\sum_{i \in N} (x_{ij(t-1)} + y_{ij(t-1)}) = V_{jt}$  计算第  $t$  时段各节点处的车辆分布  $V_{it}$ .

Step 2: 由第  $t$  时段的时间长度  $p_t$ , 确定时段  $t$  路网上的新产生运输任务分布  $L_t^{\text{new}}(i, j \in N)$ .

Step 3: 将  $V_{it}$  和  $L_{ijt}^{\text{new}}$  代入如下模型, 得到时段  $t$  的车队调度方案  $(x_{ijt}, y_{ijt}, z_{ijt})$ :

$$\begin{aligned} \max \quad & G_t(V_t, L_t) = \\ & \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} (a_{ij} d_{ij} x_{ijt} - b_{ij} d_{ij} y_{ijt} - c_{ij} p_t z_{ijt}). \\ \text{s.t.} \quad & u_{ij} x_{ijt} + z_{ijt} = l_{ijt}^{\text{new}} + z_{ij(t-1)}, \quad \forall i, j \in N; \\ & \sum_{j \in N} (x_{ijt} + y_{ijt}) = V_{it}, \quad \forall i \in N; \end{aligned}$$

$x_{ijt}, y_{ijt}, z_{ijt}$  均为非负整数.

Step 4: 记录第  $t$  时段节点  $i$  处的车辆数  $V_{it}$ .

Step 5: 利用  $L_{it}^{\text{total}} = \sum_{j=1}^n [l_{ijt}^{\text{new}} + z_{ij(t-1)}]$  计算节点  $i$  处的运输总数.

Step 6: 利用  $\sum_{j \in N} (a_{ij} d_{ij} x_{ijt} - b_{ij} d_{ij} y_{ijt} - c_{ij} p_t z_{ijt})$  计算节点  $i$  处的收益值  $G_{it}(V_{it})$ .

Step 7: 记录第  $t$  时段节点  $i$  处的车辆数  $V_{it}$ 、运输任务总数  $L_{it}^{\text{total}}$  和收益值  $G_{it}$  数据.

### 4.2 数据拟合与参数确定过程

Step 1: 取出由第 1 ~  $M$  时段关于节点  $i$  处的车辆数  $V_{it}$ 、运输任务总数  $L_{it}^{\text{total}}$  和收益值  $G_{it}$  数据.

Step 2: 利用曲线拟合技术, 确定节点  $i$  处收益值  $G_i$  与车辆数  $V_i$ 、运输任务总数  $L_i^{\text{total}}$  之间的函数关系表达式  $G_i(V_i, L_i^{\text{total}})$ .

Step 3: 利用二元数据拟合技术, 得出各节点收益函数表达式  $G_i(V_i, L_i^{\text{total}})$ , 求出该函数关于  $V_i$ 、 $L_i^{\text{total}}$  的梯度  $\nabla G_i(V_i, L_i^{\text{total}})$ , 将其作为模型分离参数  $\gamma$  的确定公式.

### 4.3 独立节点处收益函数凸性分析

各节点收益函数  $G_i(V_i, L_i^{\text{total}})$  为该节点处所有车辆创造的收益值之和. 对时段  $t$  节点  $i$  处的车辆进行排序, 并规定排序靠前的车辆  $V_i$  选择能够创造更高收益值的运输任务  $L_i$ . 令  $g_{it}^k$  为第  $k$  辆车所创造的收益值, 显然  $g_{it}^k$  随车辆编号的增加呈依次递减的趋势, 即  $g_{it}^k \leq g_{it}^{k+1}$ . 又  $G_{it}$  与  $g_{it}^k$  之间存在关系  $G_{it}(V_{it}) = \sum_{k=1}^{V_{it}} g_{it}^k$ , 故时段  $t$  节点  $i$  处车辆供给量增加一辆所引起的总收益值改变量可计算为

$$\begin{aligned} \gamma_{it}(V_{it}) &= \frac{\partial G_{it}(V_{it})}{\partial V_{it}} \cong \\ \frac{G_{it}(V_{it}+1) - G_{it}(V_{it})}{(V_{it}+1) - V_{it}} &= \\ G_{it}(V_{it}+1) - G_{it}(V_{it}) &= \\ \sum_{k=1}^{V_{it}+1} g_{it}^k - \sum_{k=1}^{V_{it}} g_{it}^k &= g_{it}^{V_{it}+1}. \end{aligned}$$

随着车辆编号的增加  $g_{it}^k$  逐渐减少, 故斜率  $\gamma_{it}(V_{it})$  的值也随车辆数  $V_{it}$  的增加逐渐减少. 由此可知, 单时段单节点处的收益值函数  $G_{it}$  为车辆供给量  $V_{it}$  的凸函数.

## 5 双层模型的建立

### 5.1 内层模型设计

第  $t$  时段 ( $t = 2, 3, \dots, M - 1$ ) 处理过程如下.

Step 1: 将更新后的状态向量  $V_{it}^{new}$  代入如下单时段问题模型进行处理, 得到时段  $t$  的车队调度方案:

$$\begin{aligned} \max G_t(V_t, L_t) &= \\ \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} (a_{ij} d_{ij} x_{ijt} - b_{ij} d_{ij} y_{ijt} - c_{ij} p_t z_{ijt}). & \\ \text{s.t. } u_{ij} x_{ijt} + z_{ijt} &= l_{ijt}^{new} + z_{ij(t-1)}^{new}, \forall i, j \in N; \\ \sum_{j \in N} (x_{ijt} + y_{ijt}) &= V_{it}, \forall i \in N; \\ x_{ijt}, y_{ijt}, z_{ijt} &\text{均为非负整数.} \end{aligned}$$

Step 2: 利用  $\sum_{i \in N} (x_{ijt} + y_{ijt}) = V_{j,t+1}$  确定  $V_{j,t+1}$ .

Step 3: 根据第  $t+1$  时段的时间长度  $p_{t+1}$ , 确定时段  $t+1$  路网上新产生运输任务的分布  $L_{t+1}^{new}(i, j \in N)$ .

Step 4: 利用

$$L_{i,t+1}^{total} = \sum_{j=1}^N [l_{ij(t+1)}^{new} + z_{ij(t-1)}]$$

计算节点  $i$  处的运输任务数.

Step 5: 将  $V_{i,t+1}$  和  $L_{i,t+1}^{total}$  值代入梯度  $\nabla G_i(V_i, L_i^{total})$ , 求出  $\nabla G_i$  值, 梯度  $\nabla G_i$  中关于车辆数的偏导分量即为时段  $t+1$  节点  $i$  处增加一辆车的期望收益值, 记为

$$\gamma_{i,t+1} = \{\nabla G_{i,t+1} | V = V_{i,t+1}, L = L_{i,t+1}^{total}\}.$$

### 5.2 外层模型设计

将由内层模型求得的分层参数  $\gamma_{i,t+1}$  代入模型 P3 可得

$$\begin{aligned} \max G_t(V_t, L_t) &= \\ \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} ((a_{ij} d_{ij} + \gamma_{j,t+1}) x_{ijt} - & \\ (b_{ij} d_{ij} + \gamma_{j,t+1}) y_{ijt} - c_{ij} p_t z_{ijt}). & \\ \text{s.t. } u_{ij} x_{ijt} + z_{ijt} &= l_{ijt}^{new} + z_{ij(t-1)}^{new}, \forall i, j \in N; \end{aligned}$$

$$\sum_{j \in N} (x_{ijt} + y_{ijt}) = V_{it}^{new}, \forall i \in N;$$

$x_{ijt}, y_{ijt}, z_{ijt}$  均为非负整数.

该模型为线性规划模型, 可利用线性规划算法进行求解, 得到新的解向量  $(x_{ijt}^{new}, y_{ijt}^{new}, z_{ijt}^{new})$ . 利用

$$\sum_{i \in N} (x_{ijt}^{new} + y_{ijt}^{new}) = V_{j,t+1}^{new}$$

重新确定  $V_{j,t+1}^{new}$  的值, 并作为下一时段的状态向量.

### 5.3 初始和终止时段的特殊处理

初始时段内层和外层模型中的变量  $z_{ij(t-1)}^{new}$  均设置为 0. 因为问题共考虑  $M$  个时段的动态调度, 所以第  $M+1$  时段各节点处的车辆增加为各节点所带来的增量收益为 0, 即终止时段的内层和外层模型中使用的车辆期望收益参数  $\gamma_{i,K+1}$  均按 0 处理.

## 6 双层模型的交替求解过程设计

允许存储的变周期随机动态车队调度双层模型交替求解过程如图 1 所示.

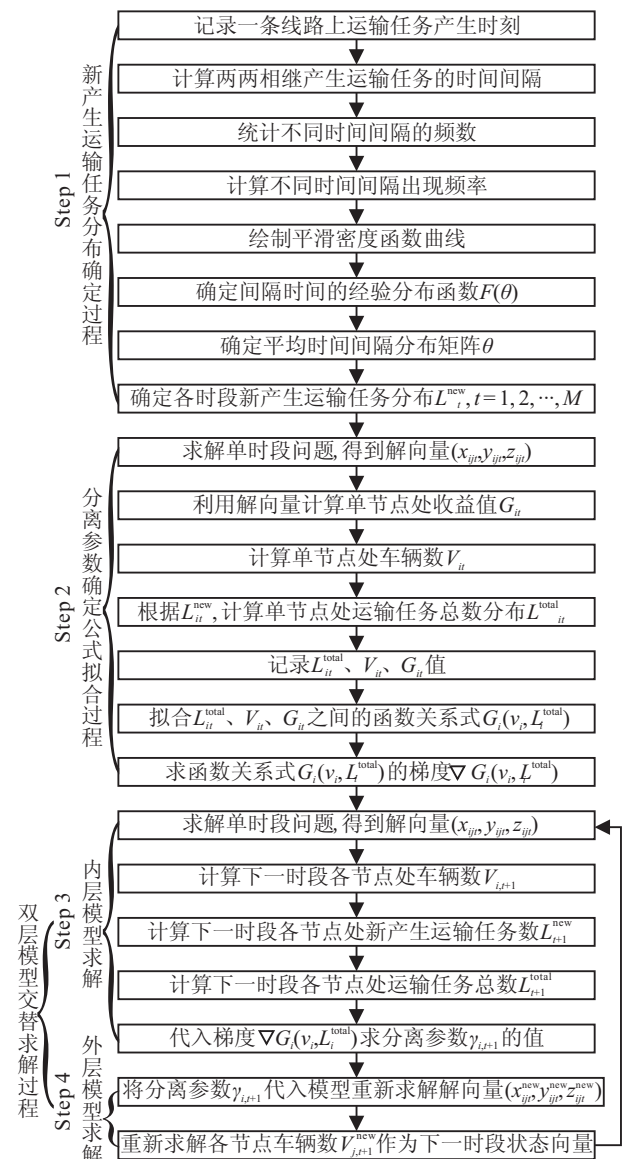


图 1 双层模型的交替求解过程

Step 1: 新产生运输任务数分布的确定过程.

Step 1.1: 记录计划周期  $T$  内线路  $(i, j)$  上运输任务产生时刻  $\{\tau_q | q = 1, 2, \dots\}$ ;

Step 1.2: 计算相继产生的两项运输任务的时间间隔  $\theta_q = \tau_q - \tau_{(q-1)}$ ;

Step 1.3: 统计不同时间间隔  $\theta$  的频数, 并计算时间间隔  $\theta$  各样本数据的出现概率, 从而绘制平滑密度函数曲线;

Step 1.4: 确定经验分布函数曲线;

Step 1.5: 利用拟合优度检验, 确定最合理的时间间隔  $\theta$  分布函数  $F_{ij}(\theta)$ ;

Step 1.6: 按相同的方法确定路网中所有线路上的运输任务出现时间间隔分布函数;

Step 1.7: 由路网上任意两点间的运输任务时间间隔分布函数  $F(\theta)$ , 确定数学期望值, 从而形成平均时间间隔分布矩阵  $\bar{\theta}$ ;

Step 1.8: 利用各时段的时间长度  $q_t$ , 除以平均时间间隔分布矩阵中各分量, 从而得出各时段的新产生运输任务数分布  $L_t^{\text{new}}$ .

Step 2: 分离参数确定公式拟合过程.

Step 2.1: 根据时段  $t$  的时间长度  $q_t$ , 除以时段  $t$  的平均时间间隔分布矩阵  $\bar{\theta}_t$ , 得出时段  $t$  的新产生运输任务数分布  $L_t^{\text{new}}$ ;

Step 2.2: 计算时段  $t$  单节处的车辆数  $V_{it}$ ;

Step 2.3: 求解单时段  $t$  车队调度问题, 得到解向量  $(x_{ijt}, y_{ijt}, z_{ijt})$ , 并计算时段  $t$  单节点处创造的收益值  $G_{it}$ ;

Step 2.4: 根据时段  $t$  单节点处的新产生运输任务数  $L_{it}^{\text{new}}$  计算运输任务总数  $L_{it}^{\text{total}}$ ;

Step 2.5: 记录数据  $V_{it}$ 、 $L_{it}^{\text{total}}$  和  $G_{it}$ ;

Step 2.6: 如果没有到最后时段  $M$ , 即  $t < M$ , 则转至 Step 2.1;

Step 2.7: 如果为最后时段  $M$ , 即  $t = M$ , 则得到从时段 1 ~ 时段  $M$  路网上的数据全序列, 记为  $\{(V_{it}, L_{it}^{\text{total}}, G_{it}), i \in N | t = 1, 2, \dots, K\}$ , 转 Step 2.8;

Step 2.8: 取出从第 1 时段 ~ 第  $M$  时段关于节点  $i$  处的车辆数  $V_{it}$ 、任务总数  $L_{it}^{\text{total}}$ 、收益值  $G_{it}$  数据;

Step 2.9: 利用曲线拟合工具确定节点  $i$  处收益值  $G_i$  与车辆数  $V_i$ 、运输任务总数  $L_{it}^{\text{total}}$  之间的函数关系表达式  $G_i(V_i, L_{it}^{\text{total}})$ ;

Step 2.10: 求解函数  $G_i(V_i, L_{it}^{\text{total}})$  关于  $V_i$ 、 $L_{it}^{\text{total}}$  的梯度  $\nabla G_i(V_i, L_{it}^{\text{total}})$ .

Step 3: 双层模型交替求解过程 (内层模型求解).

Step 3.1: 将更新后的状态向量  $V_{it}^{\text{new}}$  代入单时段问题模型进行处理, 求解时段  $t$  的车队调度方案

$(x_{ijt}, y_{ijt}, z_{ijt})$ ;

Step 3.2: 计算下一时段各节点处的车辆数  $V_{i,t+1}$  的值;

Step 3.3: 计算下一时段各节点处新产生的运输任务数  $L_{t+1}^{\text{new}}$ ;

Step 3.4: 计算下一时段各节点处的运输任务总数  $L_{t+1}^{\text{total}}$ ;

Step 3.5: 将  $V_{i,t+1}$  和  $L_{i,t+1}^{\text{total}}$  代入梯度  $\nabla G_i(V_i, L_i^{\text{total}})$ , 求出  $\nabla G_i$  值, 将其中关于车辆数的偏导分量作为模型的分离参数, 记为  $\gamma_{i,t+1}$ , 转至 Step 4.1.

Step 4: 双层模型交替求解过程 (外层模型求解).

Step 4.1: 将分离参数  $\gamma_{i,t+1}$  代入模型 P3 重新求解, 得到时段  $t$  新的解向量  $(x_{ijt}^{\text{new}}, y_{ijt}^{\text{new}}, z_{ijt}^{\text{new}})$ ;

Step 4.2: 重新确定  $V_{j,t+1}^{\text{new}}$  的值, 并作为下一时段的状态向量;

Step 4.3: 如果没有到最后时段  $M$ , 即  $t < M$ , 则转至 Step 3.1;

Step 4.4: 如果为最后时段  $M$ , 即  $t = M$ , 则得到从时段 1 ~ 时段  $M$  的问题解序列, 记为  $\{(x_{ijt}^{\text{new}}, y_{ijt}^{\text{new}}, z_{ijt}^{\text{new}}), i, j \in N | t = 1, 2, \dots, M\}$ .

## 7 仿真实验和数值分析

### 7.1 实验设计

设计由 45 个节点组成的运输网络, 任意两点间的距离可以直接计算得出, 用  $45 \times 45$  的方阵表示. 车辆载货运输的单位运输收益为 100 元/km, 车辆空车运输的单位运输成本为 40 元/km, 一件货物单位时间存储成本为 10 元/(件·天), 负责不同路线上运输任务的车辆其装载容量 (单位车辆装载运输任务数) 在 100 ~ 200 件间随机变化. 车队调度的计划周期  $T$  分为 60 个时间段, 每个时段的时间长度均不相同, 记为  $T = \{p_1, p_2, \dots, p_{60}\}$ .

### 7.2 双层模型交替求解演进过程

利用双层模型交替求解策略, 逐段求解 60 个时段的车队调度问题, 得到每个时段的车队调度方案和各时段创造的收益值. 计划周期内 60 个时段时间长度、收益值和变化情况如表 1 和图 2 所示.

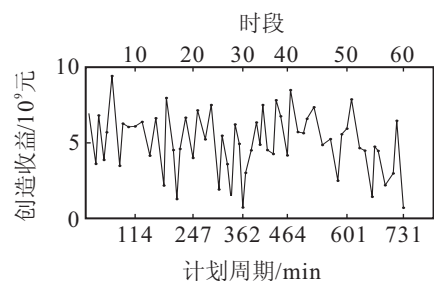


图 2 变周期各时段创造收益值变化情况

表1 计划周期内各时段时间长度值和创造收益值

时段	时长/min	收益/元	时段	时长/min	收益/元
1	8	$6.933 \times 10^9$	31	6	$3.012 \times 10^9$
2	16	$3.599 \times 10^9$	32	13	$4.498 \times 10^9$
3	6	$6.808 \times 10^9$	33	12	$6.349 \times 10^9$
4	12	$3.862 \times 10^9$	34	8	$4.865 \times 10^9$
5	7	$5.691 \times 10^9$	35	7	$7.493 \times 10^9$
6	12	$9.417 \times 10^9$	36	10	$4.510 \times 10^9$
7	18	$3.476 \times 10^9$	37	14	$4.250 \times 10^9$
8	7	$6.265 \times 10^9$	38	6	$7.812 \times 10^9$
9	13	$6.041 \times 10^9$	39	11	$6.744 \times 10^9$
10	15	$6.081 \times 10^9$	40	15	$4.157 \times 10^9$
11	16	$6.371 \times 10^9$	41	7	$8.476 \times 10^9$
12	18	$4.135 \times 10^9$	42	17	$5.714 \times 10^9$
13	14	$6.619 \times 10^9$	43	13	$5.636 \times 10^9$
14	18	$2.170 \times 10^9$	44	8	$6.582 \times 10^9$
15	6	$7.968 \times 10^9$	45	16	$7.341 \times 10^9$
16	16	$4.521 \times 10^9$	46	20	$4.843 \times 10^9$
17	8	$1.283 \times 10^9$	47	18	$5.249 \times 10^9$
18	7	$4.596 \times 10^9$	48	17	$2.482 \times 10^9$
19	13	$6.655 \times 10^9$	49	9	$5.558 \times 10^9$
20	17	$3.988 \times 10^9$	50	12	$5.938 \times 10^9$
21	11	$7.148 \times 10^9$	51	11	$7.863 \times 10^9$
22	17	$5.228 \times 10^9$	52	18	$4.639 \times 10^9$
23	14	$7.504 \times 10^9$	53	12	$4.472 \times 10^9$
24	18	$1.911 \times 10^9$	54	17	$1.420 \times 10^9$
25	7	$5.464 \times 10^9$	55	6	$4.745 \times 10^9$
26	12	$3.584 \times 10^9$	56	8	$4.463 \times 10^9$
27	9	$1.172 \times 10^9$	57	16	$2.189 \times 10^9$
28	9	$6.214 \times 10^9$	58	19	$2.962 \times 10^9$
29	10	$4.927 \times 10^9$	59	8	$6.453 \times 10^9$
30	8	$0.714 \times 10^9$	60	15	$0.697 \times 10^9$

### 7.3 求解质量比较

将问题分解为60个独立的静态车队调度问题, 利用线性规划算法进行分别求解, 得到每个时段的车队调度方案. 与本文提出的双层模型交替求解算法进行结果对比可知, 其求解质量明显高于前者, 见图3.

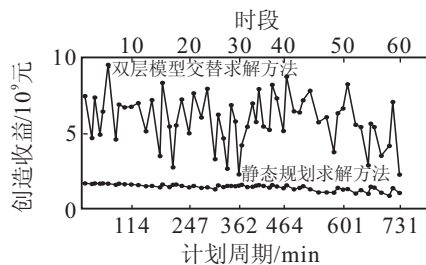


图3 求解质量对比

### 7.4 算法的有效性验证

#### 7.4.1 求解速度关于路网规模的有效性

保持60个时间段的计划周期长度, 将路网中的节点数设定为0~50个节点不同规模, 利用双层模型交替求解策略对问题进行分别求解, 并记录计算机运行时间. 根据记录数据, 计算机运行时间随路网规模呈多项式增加趋势, 如图4所示.

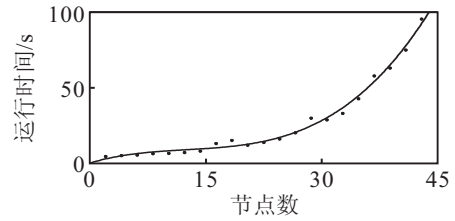


图4 算法求解速度与路网规模之间的关系

对计算机运行时间数据和路网规模数据进行拟合检验, 二者呈现如下时间关系:

$$CT(n) = 0.002922n^3 - 0.1075n^2 + 1.624n - 0.07499.$$

其中: CT为算法的计算机时间,  $n$ 为路网节点数. 对该多项式函数的拟合优度进行评价, 标准差(RMSE)为2.722, 相关系数(R-square)为0.9912, 校正后相关系数(Adjusted R-square)为0.9896.

由此可见, 该算法计算机运行时间同路网规模增加基本呈现多项式增加趋势.

#### 7.4.2 求解速度关于计划周期长度的有效性

保持路网中50个节点的规模, 将计划周期设定为2~40时间段长度, 利用双层模型交替求解策略对问题进行分别求解, 并记录计算机运行时间. 根据记录数据, 计算机运行时间随路网规模呈多项式增加趋势, 如图5所示.

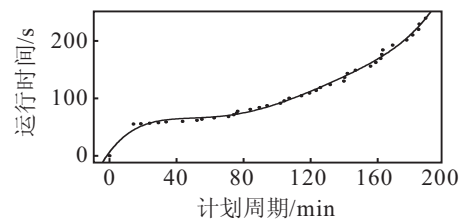


图5 算法求解速度与计划周期长度的关系

对计算机运行时间数据和计划周期时间长度数据进行拟合检验, 二者呈现如下时间关系:

$$CT = 1.122 \times 10^{-8}T^5 - 5.809 \times 10^{-6}T^4 + 1.135 \times 10^{-3}T^3 - 0.09641T^2 + 3.798T + 5.385.$$

其中: CT为算法的计算机运行时间,  $T$ 为计划周期时间长度. 对该多项式函数的拟合优度进行评价, 标准差(RMSE)为4.353, 相关系数(R-square)为0.9948, 校正后相关系数(Adjusted R-square)为0.9941. 由此可见, 该算法计算机运行时间与计划周期时间长度仍呈现多项式增加趋势.

## 8 结论

本文针对一类允许存储的变周期随机动态车队调度问题进行了研究. 首先, 根据问题的表述建立数学模型, 但该模型难以直接求解, 为此对模型进行改

进, 设定了新的决策向量和状态向量, 对问题模型进行了可分离形式改造; 然后, 基于运输任务产生的随机特性, 引入排队论原理设计运输任务产生机制, 同时设计了模型分离参数的函数拟合过程设计, 在此基础上, 建立了由内层模型和外层模型共同构成的双层模型体系, 并设计出双层模型的交替求解算法; 最后, 通过算例对双层模型交替求解过程和求解质量进行数值分析, 研究了算法的计算机运行时间与路网规模、计划周期时间长度间的函数关系, 得出算法的计算机运行时间随问题规模的增加呈现多项式增加趋势, 从而验证了算法的可行性和有效性。

### 参考文献(References)

- [1] 王征, 胡祥培, 王旭坪. 行驶时间延迟下配送车辆调度的干扰管理模型与算法[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(2): 378-387.  
(Wang Z, Hu X P, Wang X P. Disruption management model and algorithm for distribution vehicle scheduling problems under accidental travel time delay[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2013, 33(2): 378-387.)
- [2] 曹夏夏, 唐加福, 刘黎黎. 基于集划分的精确算法求解机场接送车辆调度问题[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(7): 1682-1689.  
(Cao X X, Tang J F, Liu L L. Exact algorithm based on set partition for vehicle scheduling in picking up and delivering customers to airport service[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2013, 33(7): 1682-1689.)
- [3] Dabia S, Ropke S, Van W T. Branch and price for the time-dependent Vehicle routing problem with time windows[J]. Transportation Science, 2013, 47(3): 380-396.
- [4] Geetha S, Vanathi P T, Poonthilir G. Metaheuristic approach for the multi-depot vehicle routing problem[J]. Applied Artificial Intelligence, 2012, 26(10): 878-901.
- [5] Spyros A R, Senior M, Elzbieta R, et al. Conflict resolution in free-ranging multivehicle systems: A resource allocation paradigm[J]. IEEE Trans on Robotics, 2011, 27(2): 283-296.
- [6] Raymond K C, Darren D H, Ning S. A labeling method for dynamic driver-task assignment with uncertain task durations[J]. Operations Research Letters, 2005, 33: 411-420.
- [7] Beno T L, Jin K H. Simultaneous vehicle and driver scheduling: A case study in a limousine rental company[J]. Computers and Industrial Engineering, 2007, 53(5): 542-558.
- [8] Wei F. Management of dynamic vehicle allocation for carsharing systems[J]. J of the Transportation Research Board, 2013, 2359: 51-58.
- [9] 李冰, 轩华. 一类带时间窗车辆分配问题的贪婪算法[J]. 运筹与管理, 2013, 22(2): 92-98.  
(Li B, Xuan H. Greedy algorithm for the vehicle allocation problem with time windows[J]. Operations Research and Management Science, 2013, 22(2): 92-98.)
- [10] Lin J T, Wu C H, Huang C W. Dynamic vehicle allocation control for automated material handling system in semiconductor manufacturing[J]. Computers and Operations Research, 2013, 40(10): 2329-2339.
- [11] Topaloglu H, Powell W B. Sensitivity analysis of a dynamic fleet management model using approximate dynamic programming[J]. Operations Research, 2007, 2(55): 319-331.
- [12] Hugo P S, Jeff D, Abraham P G, et al. An approximate dynamic programming algorithm for large-scale fleet management: A case application[J]. Transportation Science, 2009, 43(2): 178-197.
- [13] Topaloglu H, Powell W. Incorporating pricing decisions into the stochastic dynamic fleet management problem[J]. Transportation Science, 2007, 41(3): 281-301.
- [14] 李冰. 单车型确定性动态车辆调配问题[J]. 系统管理学报, 2008(3): 353-360.  
(Li B. Research on the deterministic dynamic vehicle allocation problem with homogeneous vehicle type[J]. J of Systems and Management, 2008(3): 353-360.)
- [15] 李冰. 单车型动态车队调度问题的时空分解模型构造[J]. 郑州大学学报: 理学版, 2011, 43(3): 78-82.  
(Li B. Spatial-temporal dissolution model in dynamic fleet scheduling problem with homogeneous vehicle type[J]. J of Zhengzhou University: Natural Science Edition, 2013, 43(3): 78-82.)
- [16] 李冰. 多车型确定性动态车辆调配问题[J]. 管理工程学报, 2006, 20(3): 52-56.  
(Li B. The deterministic dynamic vehicle allocation problem with multiple vehicle type[J]. J of Industrial Engineering and Engineering Management, 2006, 20(3): 52-56.)
- [17] 李冰. 多车型动态车队调度问题的算法设计及求解[J]. 系统管理学报, 2011, 20(4): 503-509.  
(Li B. Algorithm for dynamic fleet scheduling with multiple vehicle types[J]. J of Systems and Management, 2011, 20(4): 503-509.)
- [18] 李冰. 随机动态车队管理问题[J]. 系统工程, 2005, 23(1): 96-101.  
(Li B. The stochastic dynamic fleet management[J]. Systems Engineering, 2005, 23(1): 96-101.)

(责任编辑: 郑晓蕾)