文章编号: 1001-0920 (2015) 04-0685-06 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2013.1649

基于面积的灰色关联决策模型

蒋诗泉[1,2], 刘思峰[1], 刘中侠[2], 方志耕[1]

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院，南京 210016；2. 铜陵学院 数学与计算机学院，安徽 铜陵 244000)

摘 要: 以灰色关联决策理论为基础, 分析经典灰色关联决策方法的优缺点. 从两曲线相邻点间多边形面积的角度度量曲线在距离上的接近性和几何形状的相似性, 提出以被选方案与理想方案间两相邻点的多边形面积作为关联系数, 构建了灰色关联度公式. 为了解决信息利用不充分和变化趋势不一致性问题, 拟考虑被选方案与理想方案和负理想方案的关联度, 构建了灰色关联相对贴近度模型. 通过算例验证了所提出的灰色关联决策模型的合理性和算法的有效性.

关键词: 灰色关联度；贴近度；面积关联系数；决策模型

中图分类号: N941.5 **文献标志码:** A

Grey incidence decision making model based on area

JIANG Shi-quan[1,2], *LIU Si-feng*[1], *LIU Zhong-xia*[2], *FANG Zhi-geng*[1]

(1. College of Economic and Management，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 210016，China; 2. College of Mathematics and Computer Science，Tongling University，Tongling 244000，China．Correspondent: JIANG Shi-quan，E-mail：jshq6699@163.com)

Abstract: The advantages and shortcomings of the classical grey relational decision-making method are analyzed based on grey relational decision theory. The polygon area between adjacent points in the curve is considered to measure the proximity of the curve on the distance and the similarity of the geometry shape. And the polygon area between adjacent points in the selected project and ideal project is regarded as the relational coefficient to construct the grey relational formula. In order to settle the problems of insufficient information using and inconsistent changes, the correlation between the selected project and the ideal project needs to be considered, and the model of grey incidence relative closeness is constructed. An example is given to verify the rationality of the grey relational decision model and the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: grey relational degree；close degree；area of correlation coefficient；decision-making model

0 引 言

灰色关联决策是灰色决策的重要组成部分, 是以灰色关联理论为基础的系统决策方法. 近年来, 关于灰色关联决策已产生了丰富的研究成果. 文献[1]给出了灰色关联决策的基本原理和方法, 但该方法只考虑了局势效果向量与理想最优效果向量的关联度; 文献[2]提出了最大关联度、最小关联法, 以及同时考虑理想方案和临界方案的综合关联度法的决策模型, 并在决策模型中引入了灰数, 克服了传统灰色关联决策局限于清晰数的情况; 文献[3]运用极大熵准则, 对不完备信息系统下的灰色关联决策进行了研究; 文献[4]基于三参数区间灰数的定义构建了关联系数计算公式, 并结合该公式给出了灰色区间综合关联度方法; 文献[5]针对信息安全评估中参数的不确定性, 提出了一种灰色关联决策算法; 文献[6]基于决策方案属性值为区间灰数、属性权重不清晰且决策者对方案有偏好的视角, 构建了基于区间灰数相离度的关联系数计算公式, 并由该公式给出了灰关联决策模型; 文献[7-12]分别在文献[1]的基础上, 基于不同的视角引入了不同类型关联度及其改进的形式, 为灰色关联决策方法奠定了理论基础; 文献[13]将灰色关联度法与理想解法进行集成, 构建了一种相对贴近度的决策方法; 文献[14]提出了一种基于 AHP 和 DEA 的非均一化灰色关联决策方法, 该方法综合了 AHP、DEA 和灰

收稿日期: 2013-11-27；**修回日期:** 2014-02-17.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71171113)；教育部人文社会科学研究项目(11YJC630074)；安徽省高校省级自然科学研究项目(KJ2012Z409)；安徽省自然科学基金项目(1208085MG121).

作者简介: 蒋诗泉(1974−), 男, 博士生, 从事灰色理论、复杂系统建模的研究；刘思峰(1955−), 男, 教授, 博士生导师, 从事灰色理论、数量经济学等研究.

关联3种方法的优点; 文献[15]根据新信息优先原理和差异驱动原理, 基于矩阵范数的时序权重确定方法, 构建了均值关联度的动态多指标决策模型; 文献[16]考虑决策者风险态度对多指标决策的影响, 提出了一种基于累积前景理论的多指标灰关联决策方法; 文献[17]构造了区间灰数加减逆运算的信息还原算子, 由此提出了基于信息还原算子的区间灰数序列关联度的计算方法, 并建立了多指标区间灰数关联决策模型; 文献[18]借鉴DEA交叉评价思想, 构建了不完全信息下的灰关联决策模型.

虽然现有的关联度计算公式较多, 但是在运用关联决策模型时, 基本上都是利用邓氏关联度计算关联系数, 该关联度是从距离的角度进行计算的, 只考虑了2个点之间的距离的接近性. 由于在多属性决策情况下, 被选方案除了与理想方案对应属性之间的距离有关, 还与每个相邻指标有关系, 特别对于一些主观指标, 专家在打分时会考虑彼此之间的影响, 故以往的计算方式对于多属性关联决策的结果不理想. 另外, 经典关联决策模型只考虑各被选方案与理想最优方案的关联程度进行排序, 这在多数情况下不能使已有信息得到充分利用, 即某个方案最接近理想方案, 但不一定远离负理想方案. 因此, 应该同时考虑这2个方面. 基于以上原因, 对灰色关联决策模型进行改进与拓展. 在关联度计算时, 由于多边形面积作为关联系数能够较为全面地反映指标之间的相互影响以及被选方案序列曲线与理想方案序列曲线在距离上的接近程度和几何形状上的相似程度, 以被选方案与理想方案间两相邻点的多边形面积作为灰色关联系数, 从两序列曲线相邻点间多边形面积的角度度量不同序列之间的关联性. 同时, 为了解决信息利用不充分和方案的动态变化趋势不一致性问题, 拟采用基于TOPSIS的思想定义“灰色关联相对贴近度”模型.

1 灰色关联决策信息的规范化

设某决策问题中的被选方案集合为 $A=\{A_1, A_2,\cdots,A_n\}$, 指标因素集合为 $S=\{S_1,S_2,\cdots,S_m\}$, 方案 A_i 在指标 S_j 下的效果评价值为 a_{ij}. 为了消除量纲和极差并增加可比性, 首先对指标数值进行适当处理.

命题 1 设理想方案为

$$A_0^+=(a_{01}^+,a_{02}^+,\cdots,a_{0n}^+).$$

其中: $a_{0j}^+\ (j=1,2,\cdots,n)$ 为第 j 个指标的理想最优效果值; a_{mn} 为第 m 个方案的第 n 个指标的效果值. 矩阵

$$B=\begin{bmatrix}A_0^+\\A_1\\A_2\\\vdots\\A_m\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{01}^+ & a_{02}^+ & \cdots & a_{0n}^+\\ a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn}\end{bmatrix}$$

为方案指标决策矩阵. 矩阵 B 经过极值规范化处理后可得

$$B_1=\begin{bmatrix}A_0^*\\A_1^*\\A_2^*\\\vdots\\A_m^*\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{01}^* & a_{02}^* & \cdots & a_{0n}^*\\ a_{11}^* & a_{12}^* & \cdots & a_{1n}^*\\ a_{21}^* & a_{22}^* & \cdots & a_{2n}^*\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{m1}^* & a_{m2}^* & \cdots & a_{mn}^*\end{bmatrix}.$$

其中: $a_{0j}^*=1,\ j=1,2,\cdots,n$; $a_{ij}^*\in[0,1]$, $i=1,2,\cdots,m, j=1,2,\cdots,n$.

证明 由于 $a_{0j}^+\ (j=1,2,\cdots,n)$ 可能为效益型指标也可能为成本型指标, 可以采取不同的极值处理方法. 令

$$M_j=\max_i\{a_{ij}\}=\max(a_{0j},a_{1j},\cdots,a_{mj}),$$

$$m_j=\min_i\{a_{ij}\}=\min(a_{0j},a_{1j},\cdots,a_{mj}).$$

若 $a_{0j}^+\ (j=1,2,\cdots,n)$ 为成本型, 则

$$a_{0j}=m_j,\ j=1,2,\cdots,n,$$

从而

$$a_{0j}^*=\frac{M_j-a_{ij}}{M_j-m_j}=\frac{M_j-a_{0j}}{M_j-m_j}=\frac{M_j-m_j}{a_{0j}-m_j}=1.$$

又因为

$$m_j=a_{0j}\leqslant a_{ij},$$

所以

$$0=a_{ij}-a_{ij}\leqslant M_j-a_{ij}\leqslant$$
$$M_j-a_{0j}=M_j-m_j=1,$$

从而

$$a_{ij}^*=\frac{M_j-a_{ij}}{M_j-m_j}\in[0,1].$$

若 $a_{0j}^+(j=1,2,\cdots,n)$ 为效益型, 则

$$a_{0j}=M_j,\ j=1,2,\cdots,n,$$

所以

$$a_{0j}^*=\frac{a_{ij}-m_j}{M_j-m_j}=\frac{a_{0j}-m_j}{M_j-m_j}=\frac{M_j-m_j}{M_j-m_j}=1.$$

因为

$$a_{ij}\leqslant a_{0j}=M_j,$$

所以

$$0=a_{ij}-a_{ij}\leqslant$$
$$a_{ij}-m_j\leqslant a_{0j}-m_j=M_j-m_j=1,$$

从而

$$a_{ij}^*=\frac{a_{ij}-m_j}{M_j-m_j}\in[0,1].\qquad\square$$

命题 2　设负理想方案为

$$A_0^- = (a_{01}^-, a_{02}^-, \cdots, a_{0n}^-),$$

其中 a_{0j}^- $(j=1,2,\cdots,n)$ 为第 j 指标的最劣值. 矩阵

$$C = \begin{bmatrix} A_0^- \\ A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{01}^- & a_{02}^- & \cdots & a_{0n}^- \\ a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

为方案指标决策矩阵, 则矩阵 C 经过极值规范化处理后为

$$C_1 = \begin{bmatrix} A_0^* \\ A_1^* \\ A_2^* \\ \vdots \\ A_m^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{01}^* & a_{02}^* & \cdots & a_{0n}^* \\ a_{11}^* & a_{12}^* & \cdots & a_{1n}^* \\ a_{21}^* & a_{22}^* & \cdots & a_{12}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}^* & a_{m2}^* & \cdots & a_{mn}^* \end{bmatrix}.$$

其中: $a_{0j}^* = 0$, $j=1,2,\cdots,n$; $a_{ij}^* \in [0,1]$, $i=1,2,\cdots,m, j=1,2,\cdots,n$.

证明同命题 1.

2　基于面积的灰色关联决策模型

2.1　基于面积的灰色关联决策原理

定义 1　设理想方案指标序列为 $X_0 = (x_0(1), x_0(2), \cdots, x_0(n))$, 被选方案指标序列为 $X_i = (x_i(1), x_i(2), \cdots, x_i(n)), i = 1,2,\cdots,m$, 则对于任意 $\xi \in (0,1)$, 称

$$\delta_{ij} = \gamma(x_0^0(k), x_i^0(k)) = \frac{\min\limits_i \min\limits_k |S_{0i}(k)| + \xi \max\limits_i \max\limits_k |S_{0i}(k)|}{|S_{0i}(k)| + \xi \max\limits_i \max\limits_j |S_{0i}(k)|}$$

为面积关联系数, ξ 为分辨系数, 其中 $S_{0i}(k)$ 为理想方案序列曲线与被选方案序列曲线之间的 2 个相邻指标点间构成的多边形面积值.

与邓氏关联系数相比, 定义 1 中的关联系数是 2 个方案序列曲线之间的两相邻指标间的面积, 这既充分考虑到了决策指标之间的相互影响, 又考虑了与理想方案之间的距离. 与综合关联度公式相比, 虽然综合关联度也反映了两曲线相似程度和相对于始点的变化速率的接近程度, 但是它与 θ 的取值有关, 所以在实际应用时不易把握 θ 的取值, 以致于会对决策产生影响. 因此, 在对多属性关联决策的关联度进行计算时, 选择以面积作为关联系数的关联度计算公式更加合理.

定理 1　设 $X_0^0(k)$, $X_i^0(k)$ 分别为 $X_0(k)$, $X_i(k)$ 经过规范化处理后的序列, $S_{0i}(k)$ 为理想方案序列曲线与被选方案序列曲线之间的 2 个相邻指标间构成的多边形面积值, 则有

$$S_{0i}(k) = \int_k^{k+1} |X_0^0(k) - X_i^0(k)| \mathrm{d}t = \frac{|x_i^0(k+1) - x_0^0(k+1)| + |x_i^0(k) - x_0^0(k)|}{2}.$$

证明　1) 当点 $(k, x_0^0(k))$ 和点 $(k+1, x_0^0(k+1))$ 的连线与点 $(k, x_i^0(k))$ 和点 $(k+1, x_i^0(k+1))$ 的连线不相交时, 4 个点连线构成一个梯形, 由梯形的面积公式可得

$$S_{0i}(k) = \int_k^{k+1} |X_0^0(k) - X_i^0(k)| \mathrm{d}t = \frac{|x_i^0(k+1) - x_0^0(k+1)| + |x_i^0(k) - x_0^0(k)|}{2}.$$

2) 当点 $(k, x_0^0(k))$ 和点 $(k+1, x_0^0(k+1))$ 的连线与点 $(k, x_i^0(k))$ 和点 $(k+1, x_i^0(k+1))$ 的连线相交于某一端点时, 其连线构成一个三角形, 由三角形面积公式可得

$$S_{0i}(k) = \int_k^{k+1} |X_0^0(k) - X_i^0(k)| \mathrm{d}t = \frac{|x_0^0(k+1) - x_i^0(k+1)|}{2},$$

或

$$S_{0i}(k) = \frac{|x_i^0(k) - x_0^0(k)|}{2}.$$

此时为

$$S_{0i}(k) = \frac{|x_i^0(k+1) - x_0^0(k+1)| + |x_i^0(k) - x_0^0(k)|}{2}$$

的特例, 故定理成立. □

命题 3　设理想方案和被选方案各有 n 个属性, 且第 n 个点的属性值分别为 a_{0n}^* 和 a_{in}^*, 则第 n 个小多边形的面积为一个区间灰数 $\otimes_{0n} \in [S_{0n}^L, S_{0n}^U]$, 且第 n 个小多边形面积的均值白化值为

$$\tilde{\otimes}_{0n} = \frac{1}{2}(S_{0n}^L + S_{0n}^U).$$

其中 S_{0n}^L 和 S_{0n}^U 是第 n 个点到第 $(n+1)$ 个点面积的下确界和上确界.

定理 2　设 X_0, X_i 和 $\gamma(x_0^0(k), x_i^0(k))$ 的含义如定义 1 所示, 令

$$\gamma(X_0, X_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \gamma(x_0^0(k), x_i^0(k)),$$

则 $\gamma(X_0, X_i)$ 被称为 X_0 和 X_i 的基于面积的灰色关联度, 且满足灰色关联四公理.

证明　1) 规范性. 若 $|S_{0i}(k)| = \min\limits_i \min\limits_k |S_{0i}(k)|$, 则 $\gamma(x_0^0(k), x_i^0(k)) = 1$; 若 $|S_{0i}(k)| \neq \min\limits_i \min\limits_k |S_{0i}(k)|$, 则 $|S_{0i}(k)| > \min\limits_i \min\limits_k |S_{0i}(k)|$. 因此有 $\min\limits_i \min\limits_k |S_{0i}(k)| + \xi \max\limits_i \max\limits_k |S_{0i}(k)| < S_{0i}(k) + \xi \max\limits_i \max\limits_k |S_{0i}(k)|$, 故 $\gamma(x_0^0(k), x_i^0(k)) < 1$. 显然, 对于任意 k, $\gamma(x_0^0(k), x_i^0(k)) > 0$, 因此 $0 < \gamma(x_0^0(k), x_i^0(k)) \leqslant 1$.

2) 整体性. 若 $X = \{X_s | s = 0,1,2,\cdots,m, m \geqslant 2\}$, 则对于 $\forall X_{s_1}, X_{s_2} \in X$. 一般地, $\max\limits_i \max\limits_k |S_{0s_1}(k)| \neq$

$\max\limits_i\max\limits_k|S_{0s_2}(k)|$, 故整体性成立.

3) 偶对称性. 若 $X=\{X_0,X_1\}$, 则有 $|S_{01}(k)|=|S_{10}(k)|$, $\max\limits_i\max\limits_k|S_{s_1i}(k)|\neq\max\limits_i\max\limits_k|S_{is_2}(k)|$(左端 $i=1$, 右端 $i=0$), 故 $\gamma(X_0,X_1)=\gamma(X_1,X_0)$.

4) 接近性. 显然成立. □

定义 2 称 $C_{0i}=\dfrac{\gamma_{0i}^+}{\gamma_{0i}^++\gamma_{0i}^-}\ (i=1,2,\cdots,m)$ 为被选方案 X_i 与理想方案 X_0 之间灰色关联相对贴近度. 其中 γ_{0i}^+、γ_{0i}^- 分别为被选方案与理想方案和负理想方案的关联度.

2.2 基于面积的灰色关联决策算法步骤

基于面积的灰色关联决策算法步骤如下.

Step 1: 计算决策问题的理想最优方案和负理想方案的效果评价向量, 构造决策矩阵 B 和 C;

Step 2: 利用命题 1 和命题 2 对决策矩阵 B 和 C 中的效果评价值 a_{ij} 进行规范化处理, 得到 2 个矩阵 B_1 和 C_1;

Step 3: 利用定理 1 和定理 2 构造理想方案和负理想方案的面积矩阵 S_1, S_2 和面积关联系数矩阵 γ^+, γ^-;

Step 4: 分别计算被选方案与理想方案和负理想方案的关联度 γ_{0i}^+, γ_{0i}^-;

Step 5: 计算各被选方案的灰色关联相对贴近度值 c_{0i}, 并根据 c_{0i} 的大小对方案进行排序.

3 算例分析

某造船厂某一船舶建造工程项目有 4 个建造方案, 每个方案有 6 个指标, 每个指标具体数据见表 1. 现需要在这 4 个建造方案中选择一个最优方案或者对这 4 个方案进行排序, 以供厂方在作决策时进行参考.

该案例的理想方案为 $A_0^+=(239,2\,820,127,1\,543,72,1.2)$, 负理想方案为 $A_0^-=(268,3\,175,156,1\,429,89,1.7)$, 由此可以构造矩阵

$$B=\begin{bmatrix}A_0^+\\A_1\\A_2\\A_3\\A_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}239&2\,820&127&1\,543&72&1.2\\256&3\,020&140&1\,543&50&1.7\\243&2\,867&133&1\,482&74&1.3\\268&3\,175&156&1\,435&89&1.6\\239&2\,820&127&1\,429&72&1.2\end{bmatrix},$$

$$C=\begin{bmatrix}A_0^-\\A_1\\A_2\\A_3\\A_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}268&3\,175&156&1\,429&89&1.7\\256&3\,020&140&1\,543&50&1.7\\243&2\,867&133&1\,482&74&1.3\\268&3\,175&156&1\,435&89&1.6\\239&2\,820&127&1\,429&72&1.2\end{bmatrix}.$$

利用命题 1 和命题 2 对原始指标矩阵 B 和 C 进行规范化处理, 可以得到矩阵

$$B_1=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1\\0.41&0.44&0.55&1&0.53&0\\0.86&0.87&0.79&0.46&0.88&0.8\\0&0&0&0.05&0&0.2\\1&1&1&0&1&1\end{bmatrix},$$

$$C_1=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0\\0.41&0.44&0.55&1&0.53&0\\0.86&0.87&0.79&0.46&0.88&0.8\\0&0&0&0.05&0&0.2\\1&1&1&0&1&1\end{bmatrix}.$$

根据定理 1 构造面积矩阵 S_1, 根据定理 2 构造面积关联系数矩阵 γ^+. 在此只针对理想方案矩阵进行变换, 类似地可以对负理想方案矩阵进行变换.

$$S_1=\begin{bmatrix}0.575&0.505&0.225&0.235&0.735&\otimes_{16}\\0.135&0.17&0.375&0.33&0.16&\otimes_{26}\\1&1&0.975&0.975&0.9&\otimes_{36}\\0&0&0.5&0.5&0&\otimes_{46}\end{bmatrix}.$$

其中: $\otimes_{16}=[0,0.5]$, $\otimes_{26}=[0.1,0.6]$, $\otimes_{36}=[0.4,0.9]$, $\otimes_{46}=[0,0.5]$. 根据命题 3 分别求出它们的均值白化值作为它们的面积值. 由定义 1 可以得到面积关联矩阵

$$\gamma^+=\begin{bmatrix}0.465&0.498&0.689&0.680&0.405&0.667\\0.787&0.746&0.571&0.602&0.758&0.588\\0.333&0.333&0.339&0.339&0.357&0.435\\1&1&0.5&0.5&1&0.667\end{bmatrix}.$$

由定理 2 可以得到被选方案与理想方案的关联度

$$\gamma_{01}^+=\gamma(X_0,X_1)=\frac{1}{6}\sum_{k=1}^{6}\gamma(x_0^0(k),x_1^0(k))=0.567,$$

同理可得

$$\gamma_{02}^+=0.675,\ \gamma_{03}^+=0.356,\ \gamma_{04}^+=0.778.$$

类似地, 可以计算被选方案与负理想方案的关联系数

表 1 船舶建造工程项目

	工期/天	劳动力成本/万元	资金时间成本/万元	利润/万元	船坞占用周期/天	预期返工率/%
A_1	256	3 020	140	1 543	80	1.7
A_2	243	2 867	133	1 48 2	74	1.3
A_3	268	3 175	156	1 435	89	1.6
A_4	239	2 820	127	1 429	72	1.2

$\gamma_{01}^- = 0.528,\ \gamma_{02}^- = 0.339,\ \gamma_{03}^- = 0.886, \gamma_{04}^- = 0.40.$

利用定义3分别计算各被选方案的灰色关联相对贴近度

$$C_{01} = \frac{\gamma_{01}^+}{\gamma_{01}^+ + \gamma_{01}^-} = \frac{0.567}{0.567 + 0.528} = 0.518,$$

同理可得

$$C_{02} = 0.628,\ C_{03} = 0.287,\ C_{04} = 0.660.$$

由此得到4个方案的排序 $A_4 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_3$, 即 A_4 为最优方案. 该结论与实际情况和定性分析结果完全一致. 为了便于与其他方法进行比较, 这里给出基于不同关联度的决策效果值, 如表2所示.

表 2　不同关联度的决策效果值

邓氏关联度决策效果值			综合关联度决策效果值			基于面积关联度决策效果值		
γ_{0i}^+	γ_{0i}^-	c_{0i}	γ_{0i}^+	γ_{0i}^-	c_{0i}	γ_{0i}^+	γ_{0i}^-	c_{0i}
0.918 0	0.851 0	0.519	0.983 4	0.988 1	0.498 6	0.567	0.538	0.518
0.928 4	0.844 6	0.518	0.992 7	0.976 5	0.504 1	0.675	0.339	0.628
0.852 4	0.990 6	0.462	0.972 8	0.999 2	0.493 3	0.356	0.886	0.287
0.922 7	0.844 4	0.521	0.983 9	0.972 6	0.502 8	0.778	0.400	0.660

在表2中: γ_{0i}^+、γ_{0i}^- 分别表示被选方案与理想方案和负理想方案的关联度; c_{0i} 表示相对关联贴近度.

由表2可以看出, 如果依据文献[1]的方法只按照被选方案与理想方案的关联度排序, 则基于邓氏关联度的排序为 $A_2 \succ A_4 \succ A_1 \succ A_3$, 基于综合关联度的排序为 $A_2 \succ A_4 \succ A_1 \succ A_3$, 而基于面积的关联度排序为 $A_4 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_3$; 如果按照相对贴近度模型排序, 则基于邓氏关联度的排序为 $A_4 \succ A_1 \succ A_2 \succ A_3$, 基于综合关联度的排序为 $A_2 \succ A_4 \succ A_1 \succ A_3$, 基于面积的关联度排序为 $A_4 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_3$. 由表2可知, 综合关联度排序与基于面积关联度排序的差别只是前面2个方案 A_2 和 A_4 的顺序不同, 这表明以面积来度量关联性对于多属性决策是合理的, 但是综合关联度中的面积是两曲线之间的总面积, 这与基于面积的关联度计算公式中的面积作为关联系数是有区别的. 另外, 综合关联度中的 θ 取值会对决策产生影响. 以上2个原因导致综合关联度排序与基于面积关联度排序不完全一致. 从表2的结果可以看出, 在基于面积的关联度决策模型中, 只考虑与理想方案的关联度的排序结果同既考虑与理想方案又考虑与负理想方案的灰色关联相对贴近度决策模型的排序结果完全一致, 该结论进一步说明利用面积作为关联系数是合理的. 由于关联系数是被选方案序列曲线与理想方案序列曲线间2个指标间的面积, 这既充分考虑到了决策指标之间的相互影响, 又考虑了与理想方案之间的距离. 由于灰色关联相对贴近度既能充分利用信息, 又能反映动态变化趋势的一致性, 如果这两者排序不一致, 则选择以灰色关联相对贴近度值的大小进行排序.

4　结　论

灰色关联决策模型在实践中应用比较广泛, 在应用中提出了很多较好的改进方法和不同的关联度模型. 对于多属性决策, 由于指标之间存在相互影响, 仅考虑以指标之间点对点的距离作为关联系数不是很理想. 本文在邓氏关联度和综合关联度的基础上, 提出了一种以面积作为关联系数的关联度算法. 同时, 给出了2个命题, 使得将被选方案与理想方案和负理想方案间面积的求解转化为求被选方案曲线与直线 $y = 1$ 和 $y = 0$ 之间相邻点间的面积, 从而大大减少了运算量. 为了解决信息利用不充分和动态变化趋势的不一致性问题, 构建了“灰色关联相对贴近度”模型, 并根据相对贴近度的大小对被选方案进行排序. 算例表明, 在其他关联度决策模型区分度较小甚至失效时, 基于面积的关联度决策模型能够得到正确的关联序, 获得与定性分析一致的结果. 因此, 基于面积的灰色关联决策模型对于解决多属性决策问题具有一定的理论和实践意义, 对于发展和完善灰色关联决策理论具有积极作用.

参考文献(References)

[1] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2010: 256-257.
(Liu S F, Dang Y G, Fang Z G, et al. Grey system theory and its application[M]. Beijing: Science Press, 2010: 256-257.)

[2] 罗党, 刘思峰. 灰色关联决策方法研究[J]. 中国管理科学, 2005, 13(1): 101-106.
(Luo D, Liu S F. Study on the method for grey incidence decision-making[J]. Chinese J of Management Science, 2005, 13(1): 101-106.)

[3] 罗党, 刘思峰. 不完备信息系统的灰色关联决策方法[J]. 应用科学学报, 2005, 23(4): 408-412.
(Luo D, Liu S F. Grey incidence decision-making with incomplete information[J]. J of Applied Sciences, 2005, 23(4): 408-412.)

[4] 罗党. 三参数区间灰数信息下的决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(1): 124-130.
(Luo D. Decision-making methods with three-parameter interval grey number[J]. Systems Engineering-Theory and Practice, 2009, 29(1): 124-130.)

[5] 高阳, 罗军舟. 基于灰色关联决策算法的信息安全风险评估方法[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2009, 39(2): 225-229.
(Gao Y, Luo J Z. Information security risk assessment based on grey relational decision-making algorithm[J]. J of Southeast University: Natural Science Edition, 2009, 39(2): 225-229.)

[6] 陈孝新, 刘思峰. 部分权重信息且对方案有偏好的灰色关联决策法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(11): 1868-1871.
(Chen X X, Liu S F. Grey incidence decision-making method with partial weight information but with preference information on alternatives[J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(11): 1868-1871.)

[7] 王靖程, 诸文智, 张彦斌. 基于面积的改进灰关联度算法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(4): 777-779.
(Wang J C, Zhu W Z, Zhang Y B. Improved algorithm of grey incidence degree based on area[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(4): 777-779.)

[8] 党耀国, 刘思峰, 刘斌, 等. 灰色斜率关联度的改进[J]. 中国工程科学, 2004, 6(3): 41- 44.
(Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Improvement on degree of grey slope incidence[J]. Engineering Science, 2004, 6(3): 41-44.)

[9] 吴利丰, 王义闹, 刘思峰. 灰色凸关联度及其性质[J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(7): 1501-1506.
(Wu L F, Wang Y N, Liu S F. Grey convex relation and its properties[J]. Systems Engineering-Theory and Practice, 2012, 32(7): 1501-1506.)

[10] 孙玉刚, 党耀国. 灰色T型关联度的改进[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(4): 135-139.
(Sun Y G, Dang Y G. Improvement on grey T's correlation degree[J]. Systems Engineering-Theory and Practice, 2008, 28(4): 135-139.)

[11] 王建玲, 刘思峰, 邱广华, 等. 基于信息集结的新型灰色关联度构建及应用[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(1): 77-81.
(Wang J L, Liu S F, Qiu G H, et al. Formation and application of a new grey incidence degree based on information aggregation[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(1): 77-81.)

[12] Xie N M, Zheng J, Xin J H. Novel generalized grey incidence model based on interval grey numbers[J]. Trans of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 29(2): 118-124.

[13] 孙晓东, 焦玥, 胡劲松. 基于灰色关联度和理想解法的决策研究[J]. 中国管理科学, 2005, 13(4): 63-67.
(Sun X D, Jiao Y, Hu J S. Research on decision-making method based on gray correlation degree and TOPSIS[J]. Chinese J of Management Science, 2005, 13(4): 63-67.)

[14] 王先甲, 张熠. 基于AHP和DEA的非均一化灰色关联方法[J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(7): 1221-1229.
(Wang X J, Zhang Y. Non-uniform grey relational method based on AHP and DEA[J]. Systems Engineering-Theory and Practice, 2011, 31(7): 1221-1229.）

[15] 钱吴永, 党耀国, 刘思峰. 基于差异驱动原理与均值关联度的动态多指标决策模型[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(2): 337-340.
(Qian W Y, Dang Y G, Liu S F. Model of dynamic multiple index decision based on driving principle of difference and mean correlation degree[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(2): 337-340.)

[16] 王正新, 党耀国, 裴玲玲, 等. 基于累积前景理论的多指标灰关联决策方法[J]. 控制与决策, 2010, 25(2): 232-236.
(Wang Z X, Dang Y G, Pei L L, et al. Multi-index grey relational decision-making based on cumulative prospect theory[J]. Control and Decision, 2010, 25(2): 232-236.)

[17] 杨保华, 方志耕, 周伟, 等. 基于信息还原算子的多指标区间灰数关联决策模型[J]. 控制与决策, 2012, 27(2): 182-186.
(Yang B H, Fang Z G, Zhou W, et al. Incidence decision model of multi-attribute interval grey number based on information reduction operator[J]. Control and Decision, 2012, 27(2): 182-186.)

[18] 王洁方, 刘思峰, 刘牧远. 不完全信息下基于交叉评价的灰色关联决策模型[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(4): 732-737.
(Wang J F, Liu S F, Liu M Y. Grey relational analysis models with incomplete information based on cross-evaluation[J]. Systems Engineering-Theory and Practice, 2010, 30(4): 732-737.)

(责任编辑: 闫 妍)