中国科学院大学

2013 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

科目名称：电动力学

考生须知：

1．本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2．所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

一、简答题（共 24 分，每题 8 分）

1、写出有自由电荷及自由电流分布的介质中麦克斯韦方程组的微分形式与积分形式。

2、简述为何对静电场可在全空间定义静电势，对静磁场则一般不能在全空间定义磁标势。说明在何种条件下磁标势方法可用于求解静磁场问题。

3、设参考系 Σ' 与 Σ 的 x 轴重合，y、z 轴相互平行。Σ' 相对 Σ 以恒定速度 V 沿 x 轴正方向运动。写出一个时空点在两参考系之间的洛伦兹变换及反变换公式。

二，单项选择题（共 60 分，每题 6 分）：

1. 在一均匀带电的无穷长直导线产生的电场中，一质量为 m、电荷为 q 的质点以直导线为轴线做半径为 r 的匀速圆周运动。该质点

A．动能正比于 r，圆周运动周期正比于 $\sqrt{r}$；

B．动能正比于 r 平方，圆周运动周期与 r 无关；

C．动能与 r 无关，圆周运动周期正比于 r；

D．以上都不对。

2. 关于非均匀介质中的静电场, 以下表达式中不正确的是：

A. $\rho_P = -\nabla\cdot\vec{P}$　　B. $\nabla\cdot\vec{E} = \rho/\varepsilon_0$　　C. $\nabla\cdot\vec{D} = \rho_f$　　D. $\nabla^2\varphi = \rho/\varepsilon$

3. 对于两种磁介质分界面磁矢势的边值关系，下列表达式中始终成立的是：

A． $A_{2t}=A_{1t}$　　　　B． $\vec{A}_2=\vec{A}_1$

C． $A_{2n}=A_{1n}$　　　　D． $\vec{n}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A}_2-\vec{\nabla}\times\vec{A}_1)=0$

4. 现有一半径为 R 的圆形小线圈，距其中心 $\vec{r}$ 处（$|\vec{r}|>>R$）放置一磁偶极子 $\vec{m}$。线圈法线方向的单位矢量记为 $\vec{n}$。若线圈中通有强度为 I 的电流，则磁偶极子所受的力矩为：

A． $\vec{m}\times(I\pi R^2\vec{n})$　　　　B． $\vec{m}\times(2I\pi R\vec{n})$

C． $-\dfrac{\mu_0}{4\pi}\vec{m}\times\nabla\left(\dfrac{I\pi R^2\vec{n}\cdot\vec{r}}{r^2}\right)$　　　　D． $-\dfrac{\mu_0}{4\pi}\vec{m}\times\nabla\left(\dfrac{I\pi R^2\vec{n}\cdot\vec{r}}{r^3}\right)$

5. 关于全反射，下列说法正确的是：

A. 全反射发生在电磁波从光疏介质到光密介质的界面处；

B. 全反射的临界角取决于两种介质介电常量的比值；

C. 全反射中折射波平均能流密度为零；

D. 全反射中反射波与入射波总是等幅、反相。

6. 频率为 ω 的平面电磁波垂直入射到金属表面。当金属的电导率 σ 足够大时，金属表面单位面积上的平均损耗功率正比于：

A. $\sqrt{\dfrac{\omega}{\sigma}}$　　　B. $\sqrt{\dfrac{\sigma}{\omega}}$　　　C. $\sqrt{\omega\sigma}$　　　D. $\sqrt{\dfrac{1}{\omega\sigma}}$

7. 矩形谐振腔的长、宽、高分别为 4cm、3cm、2cm，则腔内最低频率谐振波模的波长为：

A． 1cm　　　B．4.8cm　　　C． 6.3cm　　　D．8.8cm

8. 下列哪种时谐电磁波不能在金属矩形波导中传播：

A. TE_{10} 波　　　B. TE_{11} 波　　　C. TM_{11} 波　　　D. TM_{01} 波

9. 下面关于洛伦兹变换不变性的说法中哪一个是错误的？

A． $\vec{J}\cdot\vec{E}$ 在洛伦兹变换下不变；

B． $\vec{E}^2-c^2\vec{B}^2$ 在洛伦兹变换下不变；

C． $\vec{A}\cdot\vec{J}-\varphi\rho$ 在洛伦兹变换下不变；

D． $\vec{E}\cdot\vec{B}$ 在洛伦兹变换下不变。

10. 下面关于规范不变性的说法中哪一个是错误的？

A． $\vec{E}$ 在规范变换下不变；

B． $\vec{B}$ 在规范变换下不变；

C． $\vec{A}^2$ 在规范变换下不变；

D． $\vec{J}$ 在规范变换下不变。

三．（共 22 分）一带电体系的电荷分布密度在球坐标系中的表达式为 $\rho(\vec{r})=\dfrac{q}{32\pi a^5}r^2e^{-r/a}\cos^2\theta$ 。求：

1．原点处的电势（设无穷远处电势为零）。

2．原点处的电场强度。

3．带电体系的电偶极矩及电四极矩。

提示：$\int_0^\infty x^n e^{-x}dx=\Gamma(n+1)=n!$，$n$ 为整数。

四．（共 26 分）某磁导率为μ的导体内的电流密度$\vec{J}(\vec{r})$与磁矢势$\vec{A}(\vec{r})$的关系为$\vec{J}=\nabla\Phi-\frac{1}{\Lambda}\vec{A}$，其中$\Lambda$为大于零的实常量，$\Phi$为一标量函数。导体处于稳态时内部的电场等于零。

1．利用麦克斯韦方程组导出当导体处于稳态时其内部磁感应强度$\vec{B}$所满足的方程（不能包含$\vec{J}$）。

2．导出电流密度$\vec{J}$所满足的方程（不能包含$\vec{B}$）。

3．若此导体占满$z>0$的上半空间，且磁感应强度沿x轴方向，$z=0$处的磁感应强度为$B(0)$，求$z>0$空间中的磁感应强度$\vec{B}$及电流密度$\vec{J}$。

提示：对于任意矢量$\vec{L}$，$\nabla\times\left(\nabla\times\vec{L}\right)=\nabla\left(\nabla\cdot\vec{L}\right)-\nabla^2\vec{L}$

五．（共 18 分）位于坐标系原点的粒子受到一束沿正z轴传播的圆偏振电磁波的激发从而辐射出电磁波。入射波的电场强度在x-y平面内以角频率ω转动，其幅度为E_0，即$\vec{E}_0=E_0e^{-i\omega t}\left(\hat{e}_x\pm i\hat{e}_y\right)$，$\hat{e}_x,\hat{e}_y$是$x$、$y$方向的单位矢量。粒子产生的感应电偶极正比于入射电场，比例系数为常数α。

1．求远离原点的$\vec{r}$处辐射场的磁感应强度$\vec{B}$。

2．计算$\vec{r}$处的平均辐射能流密度，并说明在哪个（或哪些）方向上平均能流最强、最弱。

提示：$\vec{B}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0c^3R}e^{ikR}\ddot{\vec{p}}\times\vec{n}\quad R=|\vec{r}|\quad k=\frac{\omega}{c}\quad \vec{n}=\frac{\vec{r}}{R}$