

中国科学院大学

2013 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

科目名称：理论力学

考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

一、(共 25 分) 利用飞机的抛物线运动提供微重力(低重力)环境是一种重要的实验手段，如图 1 所示。该实验中，飞机先作俯冲飞行，然后爬升至倾斜 45° 左右(C 点)关闭发动机，而后作抛物线飞行以提供微重力的实验环境。假设在一次抛物线过程中，地面雷达测得飞机上抛及下落经过水平线 A 和 B 的时差分别为 T_A 和 T_B ，水平线 A 和 B 的高度差为 h 。飞行过程中可忽略空气阻力。

1. 阐述达朗贝尔(d'Alembert)原理。
2. 以作抛物线飞行的飞机为参考系，运用动静法，分析飞机上实验装置的受力情况。
3. 证明重力加速度的大小可以表示为： $g = 8h / (T_A^2 - T_B^2)$ 。

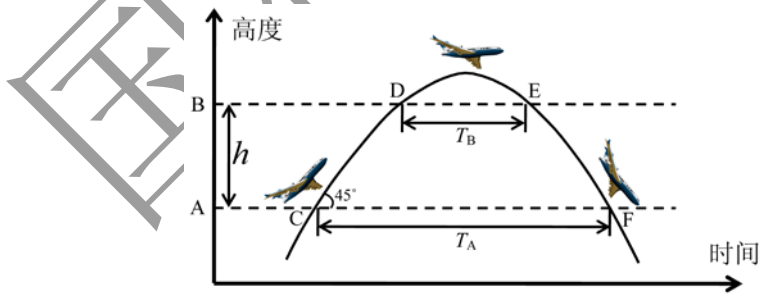


图 1

二、(共 25 分) 如图 2 所示，离心调节器由四根长度均为 l 的不计质量的细杆组成的菱形、两个质量均为 m 的惯性小球和一个质量为 M 的质点构成。菱形 ABCD 的顶点 A 固定在铅直轴上，B 和 D 点是两个质量均为 m 的惯性小球，C 点是质量为 M 的质点且可沿铅直轴上下运动，整个系统以匀角速度 ω 绕铅直轴转动。

1. 阐述虚功原理。
2. 求动平衡时 θ 角的大小。

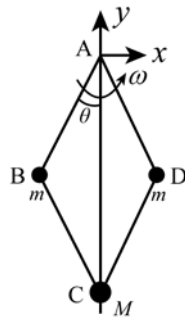


图 2

三、(共 25 分) 在神舟系列飞船的发射过程中, 依靠火箭喷出燃料气体的推动力来实现的变速是使得飞船上天的一个关键阶段。在忽略重力的情况下, 喷气过程中系统满足动量守恒定律。假设在 t 时刻, 飞船的质量为 $M + \Delta m$, 速度为 v ; 向后喷出质量为 Δm 的燃料气体, 所喷出气体相对于飞船的速度为常数 w , 在 $t + \Delta t$ 时刻, 飞船速度变为 $v + \Delta v$ 。

1. 试建立单位时间内所喷出的燃料质量 dm/dt 与单位时间内飞船速度的变化 dv/dt 之间的关系。
2. 假设在 t_1 时刻, 飞船的质量和速度分别为 M_1 和 v_1 ; 在 t_2 时刻, 飞船的质量和速度分别为 M_2 和 v_2 , 试用 w, M_1, M_2 表示出飞船在这两个时刻的速度变化 $v_2 - v_1$ 。
3. 如果起飞时, 飞船的速度为零, 质量为 $M_{\text{船}} + M_{\text{燃料}}$, 试写出当燃料用完时飞船的速度 v 的表达式。

四、(共 25 分) 质量为 m 的质点置于半径为 R 的光滑固定球面的顶端, 质点因受小扰动而从球面顶端滑下, 如图 4 所示。

1. 给出球面对质点的约束反力。
2. 确定质点脱离球面时的临界角 θ_{cr} 。

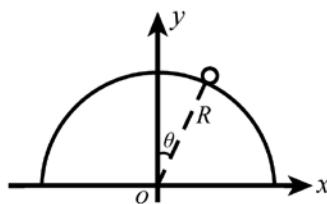


图 4

五、(共 25 分) 两根均质直杆 1 (BC) 和 2 (AB) 通过 B 处的铰链连接并垂直静止地挂在铰链 C 处, 如图 5 所示。设杆 1, 杆 2 的质量分别为 m_1 和 m_2 , 长度分别为 l_1 和 l_2 。在杆 2 下端作用一个水平冲量 I , 求作用后杆 1 的角速度。

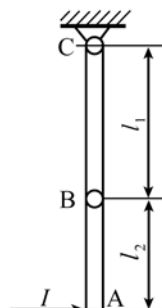


图 5

六、(共 25 分) 原子力显微镜(AFM), 作为研究物质表面结构和性质的重要工具, 已得到广泛的应用。其基本结构如图 6(a)所示, 由一悬臂梁和悬臂梁末端的微小针尖组成, 在悬臂梁固支端施一周期激励, 使其做受迫振动。AFM 的动力学行为可简化为如图 6(b)所示的一有阻尼的简谐振子。其中, 弹簧的质量不计, 刚度系数为 k , 振子的质量为 m , 系统的黏性阻尼系数为 c , 基端的位移激励为 $y_0 = A_0 \cos \omega t$ 。

1. 试写出简谐振子的运动微分方程。
2. 求出该受迫振动的振幅和相角, 并指出当激振频率为何值时, 振幅最大。
3. 在周期激励下, 该系统会出现稳态振动, 试分析说明原因。

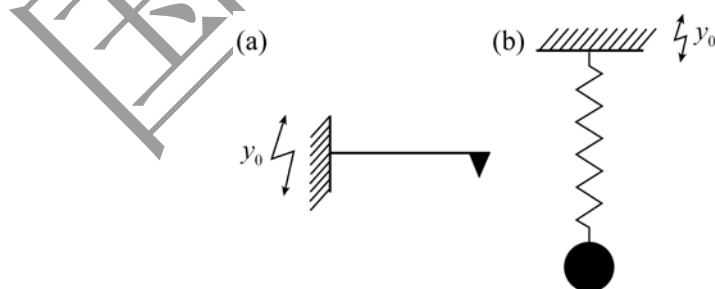


图 6