

一种基于相容关系的群体共识达成方法

燕 靖^a, 梁吉业^b, 宋 鹏^a

(山西大学 a. 经济与管理学院, b. 智能信息处理研究所, 太原 030006)

摘要: 针对一类评价信息不完全的多属性群决策问题中的群体判断的共识性进行研究, 提出一种基于相容关系的群体共识达成方法. 该方法不需进行群体共识度的计算, 避免了评价信息不完全时直接计算群体共识度的困难; 对于专家没有给出的评价信息, 不需要进行评估和填充, 避免了评估和填充缺失值时所需进行的复杂计算. 最后通过一个实例对所提出方法的有效性和实用性进行了说明.

关键词: 群体共识; 多属性群决策; 不完全信息; 相容关系

中图分类号: C934

文献标志码: A

A consensus model based on tolerance relation

YAN Qing^a, LIANG Ji-ye^b, SONG Peng^a

(a. School of Economics and Management, b. Institute of Intelligent Information Processing, Shanxi University, Taiyuan 030006, China. Correspondent: YAN Qing, E-mail: yanwy2013@sina.cn)

Abstract: A tolerance relation based consensus approach is proposed to solve multi-attribute group decision making consensus problems, in which the evaluation information is incomplete. In this consensus approach, the difficulty of calculating the group consensus degree is also avoided in multi-attribute group decision making with incomplete evaluation information. Moreover, the unknown information is not filled up, so the difficulty of calculating the unknown information is avoided for that the tolerance relation is constructed by the known evaluation information. Finally, a case study is given to illustrate the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Keywords: consensus; multiple attribute group decision-making; incomplete information; tolerance relation

0 引言

多属性群决策是与多个属性、多个决策者有关的有限方案选择问题^[1]. 群决策的一个理想目标是能够在决策群体达成共识的前提下选择决策方案^[2]. 因此, 关于决策群体共识性的研究作为群决策研究的一项重要内容一直受到人们的重视.

近年来, 人们对群决策中的群体共识问题进行了深入研究. 其中, Herrera-Viedma等^[2-3]和Cabrerizo等^[4]做出了一些较具影响力的研究; 其他学者也分别针对各种偏好信息下的群体共识问题提出了不同的分析模型^[5-13]. Chiclana等^[14]对采用不同距离函数的群体共识度进行了比较研究. 熊才权等^[15]提出了一种可以保护少数意见的决策共识达成模型及相应的反馈机制. 在现有研究中, 针对评价信息不完全的群体共识问题的研究^[16-20], 大都是基于群决策中专家的偏好信息是不完全判断矩阵的情况进行的; 而针对实际

情况中大量存在的专家偏好信息是不完全决策矩阵的多属性群决策环境下的群体共识问题的研究尚不多见. 而且在现有的研究中, 大都是先对判断矩阵中的缺失信息进行评估、填充, 将不完全矩阵转换成完全矩阵后再进行群体共识的分析. 但是评估和填充空缺值往往需要经过复杂繁琐的计算, 且填充的值有可能与实际情况存在极大的偏差从而影响最后的分析结果.

本文针对一类评价信息不完全的多属性群决策环境下的群体共识问题, 提出一个基于相容关系的群体共识达成方法. 该方法根据专家评价信息建立专家之间的相容关系, 通过分析该相容关系来判断群体是否达成共识, 这样不需要计算群体共识度, 避免了评价信息不完全时直接计算群体共识度的繁琐. 在群体未达成共识时, 根据分析相容类找出需要修改信息的专家, 给出修改策略. 在专家未给出相应属性的评价

收稿日期: 2014-04-17; 修回日期: 2014-08-18.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(71031006); 国家自然科学基金青年项目(71301090).

作者简介: 燕靖(1972-), 女, 副教授, 博士, 从事决策理论与应用的研究; 梁吉业(1962-), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能决策、数据挖掘等研究.

信息时,不需对该信息进行评估填充,而是通过相应的已知信息来分析专家达成共识的情况,从而可以充分利用已有的信息,避免了缺失值填充的复杂计算。

1 问题描述

设一个由 t 个专家组成的决策群体集 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_t\}, t \geq 2$; 一个有限决策备选方案集 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}, m \geq 2$; 一个对方案进行描述的有限属性集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, n \geq 2$. 专家 e_k 给出不完全评价矩阵 $V^k = (v_{ij}^k)_{m \times n}$, 其中 v_{ij}^k 表示 e_k 对方案 x_i 的属性 a_j 作出的评价, 该评价信息为语言值. 对于评价矩阵 V^k 中的缺失值在本文中用 “*” 来表示.

关于语言型变量的概念和基本运算规则, 文献 [21-22] 中有详细的介绍, 特别是所提出的一种信息处理方法——二元语义分析方法, 使语言信息的计算结果更为精确.

设 S 是由奇数个短语构成的有序语言短语集, $S = \{s_0, s_1, \dots, s_r\}$, 其中 $s_i \in S$ 表示第 i 个语言短语.

定义 1 [21] 设 $(s_{i_1}, \alpha_1), (s_{i_2}, \alpha_2), \dots, (s_{i_n}, \alpha_n)$ 是 n 个二元语义, 则二元语义算术平均算子为

$$\zeta = \Delta\left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \Delta^{-1}(s_{i_k}, \alpha_k)\right), \quad (1)$$

其中函数 $\Delta(\beta)$ 和 $\Delta^{-1}(s_i, \alpha)$ 的定义见文献 [21].

定义 2 [23] 设 $a = (s_{i_1}, \alpha_1), b = (s_{i_2}, \alpha_2)$ 是 S 上任意两个二元语义, 则它们之间的距离可由下式得到:

$$d(a, b) = \frac{|(i_1 + \alpha_1) - (i_2 + \alpha_2)|}{r}. \quad (2)$$

显然, $d(a, b)$ 具有如下性质:

- 1) $0 \leq d(a, b) \leq 1$;
- 2) $d(a, b) = d(b, a)$;
- 3) $d(a, a) = 0$.

2 相容关系模型

2.1 相容关系和相容类

设 A 为给定的集合, 则 $A \times A = \{\langle x, y \rangle | x, y \in A\}$ 的任一子集 R 称为集合 A 上的一个二元关系, $A \times A$ 称为 A 上的全域关系. 如果:

- 1) $\forall x \in A$, 有 $\langle x, x \rangle \in R$, 则称 R 是自反的;
- 2) $\forall x, y \in A$, 每当 $\langle x, y \rangle \in R$, 就有 $\langle y, x \rangle \in R$, 则称 R 是对称的;
- 3) 具有自反性、对称性的关系, 称为相容关系.

定义 3 [24] 设 R 是集合 A 上的相容关系, $\forall x \in A$, 则 x 的关于相容关系 R 的相容类为

$$T_R(x) = \{y | y \in A \wedge \langle x, y \rangle \in R\}. \quad (3)$$

2.2 基于评价信息的决策群体相容关系

在评价信息不完全的决策问题中, 不完全信息存

在两种情况: 一种是未知值确实存在, 仅仅是被遗漏; 另一种是该值不存在, 是不允许被比较的 [25]. 本文研究的是第 1 种情况下的不完全信息, 即决策问题中每个方案含有潜在的完全的信息, 此时缺失值被认为是其所属属性取值范围内任何可能的取值, 而这种情况与相容关系处理不完全信息的核心思想是相一致的 [24, 26].

另一方面, 在群决策过程中, 要求所有专家的评价意见完全一样是不可能的也是不合理的, 因此需要设定一个阈值, 只要专家的评价意见的差异程度小于这一阈值就应认为专家之间达成共识. 在这种设定下, 专家之间的共识关系存在自反性、对称性, 这一特性与相容关系的性质也是一致的. 因此, 专家之间的共识关系是一种相容关系, 通过相容关系进行群体共识的分析, 是符合群决策中群体共识分析的核心思想的. 基于以上两点, 本文利用相容关系来研究评价信息不完全的群决策中的群体共识问题.

首先, 根据专家的评价信息建立专家之间的共识关系.

当两个专家 e_p 和 e_q 在方案 x_i 的属性 a_j 的评价值均已知时, 即 $v_{ij}^p \neq * \wedge v_{ij}^q \neq *$, 若他们的评价值的差异小于等于指定的阈值, 则他们对该属性的评价达成共识; 当 e_p 和 e_q 在方案 x_i 的属性 a_j 的评价值均未知时, 即 $v_{ij}^p = v_{ij}^q = *$, 无法确定他们对该属性的评价是否能达成共识, 此时只能对专家达成共识的情况进行估算. 本文通过分析该属性上的已知信息来判断 e_p 和 e_q 在该属性上达成共识的情况. 即若在该属性上其他给出评价值的专家均已达成共识, 则判断 e_p 和 e_q 也在该属性上达成共识. 因为在这种情况下如果判断他们没有达成共识, 则意味着群体不能达成共识, 所以在后期的评价意见的调整中会要求他们调整自己的评价意见以达成共识, 否则群体将永远无法达成共识. 同理, 当 e_p 和 e_q 在方案 x_i 的属性 a_j 的评价值一个已知而另一个未知时, 即 $v_{ij}^p = * \wedge v_{ij}^q \neq *$ 或 $v_{ij}^p \neq * \wedge v_{ij}^q = *$, e_p 和 e_q 是否达成共识可以参考其中评价值已知的专家和其他给出该评价值的专家之间达成共识的情况来判断. 另外, 特别指出: 当某个方案的某个属性上给出评价信息的专家人数大于专家总数的一半时, 才能进行群体共识的分析; 否则, 当评价信息过少时, 进行群体共识的分析是没有意义的.

定义 4 设 $E_{ij} = \{e_k | v_{ij}^k \neq *\}$, $N_{ij} = |E_{ij}|$, $V^k = (v_{ij}^k)_{m \times n}$ 是专家 e_k 给出的不完全决策矩阵, 当 $N_{ij} > t/2$ 时 (t 是专家的人数), 专家 e_p 和 e_q 在方案 x_i 的属性 a_j 上的共识关系 T_{ij} 如下:

若 $p = q$, 则 $\langle e_p, e_q \rangle \in T_{ij}$;

若 $p \neq q$, 有以下几种情况:

1) 当 $v_{ij}^p \neq * \wedge v_{ij}^q \neq *$ 时, 若 $d(v_{ij}^p, v_{ij}^q) \leq \mu$, 则 $\langle e_p, e_q \rangle \in T_{ij}$;

2) 当 $v_{ij}^p = v_{ij}^q = *$ 时, 若 $\forall e_s, e_t \in E_{ij}$ 均有 $\langle e_s, e_t \rangle \in T_{ij}$, 则 $\langle e_p, e_q \rangle \in T_{ij}$;

3) 当 $v_{ij}^p = * \wedge v_{ij}^q \neq *$ 时, 若 $\forall e_s \in E_{ij}$ 均有 $\langle e_s, e_q \rangle \in T_{ij}$, 则 $\langle e_p, e_q \rangle \in T_{ij}$;

4) 当 $v_{ij}^p \neq * \wedge v_{ij}^q = *$ 时, 若 $\forall e_s \in E_{ij}$ 均有 $\langle e_p, e_s \rangle \in T_{ij}$, 则 $\langle e_p, e_q \rangle \in T_{ij}$.

其中: $d(v_{ij}^p, v_{ij}^q)$ 根据式(2)计算; μ 是预先给出的阈值, 只要两个专家的评价意见的差异程度小于等于 μ , 就认为这两个专家在相应属性上的评价达成共识, 它的取值范围是 $0 < \mu < 1$, 其具体取值应根据实际问题的需要确定.

性质 1 专家之间的共识关系 T_{ij} 满足自反性和对称性, 是一个相容关系.

3 群体共识的达成方法

3.1 群体共识的分析

在进行群体共识的分析时, 需要以下 2 步完成:

Step 1: 利用定义 4 建立专家之间的共识关系 T_{ij} , $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$, 该二元关系是相容关系.

Step 2: 若 $T_{ij} = E \times E$, 即 T_{ij} 是专家集 E 上的全域关系, 则说明所有专家对方案 x_i 的 a_j 属性的评价达成共识; 若 $\forall T_{ij} = E \times E, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$, 则说明群体对所有方案的评价均达成共识.

3.2 评价信息的修改

当群体未达成共识时, 需要修改相应的评价信息. 当某个专家不愿意修改其评价意见时, 针对这种情况文献 [5] 进行了讨论, 采用的方法就是在后面的讨论中将该专家排除, 在其余专家间达成群体共识. 本文沿用文献 [5] 的思路, 但有一点不同, 当某位专家不同意修改他在某个属性上的评价时, 将该信息改为 “*”, 而该专家的其他信息仍然保留下来. 但是, 若多位专家均不同意修改其评价意见, 则群体达成共识的过程失败.

本文的修改策略如下.

针对 $T_{ij} \neq E \times E$ 的情况.

Step 1: 利用式 (1) 计算方案 x_i 的属性 a_j 上所有已知评价信息的平均值 ζ_{ij} ;

Step 2: 对于 $\forall e_k \in E$, 利用式 (3) 计算其关于 T_{ij} 的相容类 $T_{ij}(e_k)$, 即

$$T_{ij}(e_k) = \{e_v | e_v \in E \wedge \langle e_k, e_v \rangle \in T_{ij}\}.$$

通过分析相容类可以发现哪些专家未达成共识, 哪些专家与其他专家的共识程度较差. 若 $e_s \notin T_{ij}(e_k)$,

则 e_s 和 e_k 未达成共识; 若 $|T_{ij}(e_p)| = \min\{|T_{ij}(e_k)| | e_k \in E\}$, 即 e_p 的相容类最小, 说明与 e_p 达成共识的专家最少.

Step 3: 令 E' 是相容类最小的专家集, 对于 $\forall e_p \in E'$, 若 $v_{ij}^p \neq *$, 则计算 $d(v_{ij}^p, \zeta_{ij})$; 若 $\forall e_p \in E', v_{ij}^p = *$, 则在 $E - E'$ 中找到相容类最小的专家进行计算.

Step 4: 根据 Step 3 的计算结果, 若

$$d(v_{ij}^s, \zeta_{ij}) = \max\{d(v_{ij}^p, \zeta_{ij}) | e^p \in E'\},$$

则令 $v_{ij}^s = v_{ij}^{s'}$. 其中 $v_{ij}^{s'}$ 满足:

1) $\min\{d(v_{ij}^s, v_{ij}^{s'}) | v_{ij}^{s'} \in S\}$;

2) $\forall v_{ij}^k \neq *, d(v_{ij}^k, v_{ij}^{s'}) \leq \mu$.

若专家不同意修改其评价信息, 则删掉其相应的评价值, 令 $v_{ij}^s = *$.

3.3 共识达成方法

基于以上分析, 针对不完全评价矩阵, 基于相容关系的群体共识达成方法如下.

Step 1: 设定评价信息相容度阈值 μ .

Step 2: 计算 $N_{ij} = |\{e_k | v_{ij}^k \neq *\}|, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$. 若 $\exists N_{ij} < t/2$ (t 为专家个数), 则方案 x_i 的属性 a_j 上给出评价值过少, 无法进行群体共识的分析, 转 Step 5.

Step 3: 根据定义 4 建立专家之间的相容关系 T_{ij} , $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$. 若 $\forall T_{ij} = E \times E, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$, 则说明专家群体达成共识, 转 Step 5, 此时可以进行群体意见的集结并得出决策结果, 否则转 Step 4.

Step 4: 根据 3.2 节给出的策略依次修改相应的评价值, 转 Step 2.

Step 5: 结束.

4 实例分析

某企业需要雇佣一个软件分析师, 初步筛选后有 5 位候选人 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ 参与评估. 评估属性中需要专家作出评估的定性属性有 3 个: a_1, a_2, a_3 . 为此, 公司聘请 4 位专家 $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ 进行评估, 采用语言短语集 $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8\} = \{\text{极差, 很差, 差, 稍差, 中, 稍好, 好, 很好, 极好}\}$.

由于各种原因, 专家给出的是不完全的评价矩阵 $V^k = (v_{ij}^k)_{m \times n}, k = 1, 2, 3, 4$. 其中

$$V^1 = \begin{bmatrix} \text{极差} & \text{稍差} & * \\ \text{中} & \text{很差} & * \\ \text{差} & \text{中} & \text{好} \\ \text{很差} & \text{稍好} & \text{很好} \\ \text{很好} & \text{极好} & \text{极差} \end{bmatrix}, V^2 = \begin{bmatrix} \text{差} & \text{中} & \text{好} \\ \text{稍好} & * & \text{好} \\ \text{差} & \text{很好} & \text{好} \\ \text{差} & \text{很差} & \text{很好} \\ \text{好} & * & \text{极好} \end{bmatrix},$$

$$V^3 = \begin{bmatrix} \text{中} & \text{差} & \text{很好} \\ * & \text{差} & \text{稍好} \\ \text{很差} & \text{中} & \text{好} \\ \text{稍好} & \text{极好} & \text{很好} \\ \text{很好} & \text{很好} & * \end{bmatrix}, V^4 = \begin{bmatrix} \text{很差} & * & \text{很好} \\ \text{稍差} & \text{稍好} & \text{极好} \\ \text{很差} & * & \text{极好} \\ * & \text{稍好} & \text{极好} \\ \text{好} & \text{稍差} & \text{极差} \end{bmatrix}.$$

Step 1: 根据实际情况, 设 $\mu = 0.4$.

Step 2: 计算 N_{ij} ($i = 1, 2, 3, 4, 5, j = 1, 2, 3$). 对于 $\forall N_{ij}$, 都有 $N_{ij} > t/2$, 可以进行群体共识的分析.

Step 3: 将专家评价矩阵转换为二元语义矩阵, 根据定义 4 建立如下相容关系 T_{ij} ($i = 1, 2, 3, 4, 5; j = 1, 2, 3$):

$$T_{12} = T_{13} = T_{21} = T_{23} = T_{31} = T_{32} =$$

$$T_{33} = T_{43} = T_{51} = E \times E,$$

$$T_{11} = E \times E - \{\langle e_1, e_3 \rangle, \langle e_3, e_1 \rangle\},$$

$$T_{22} = \{\langle e_1, e_1 \rangle, \langle e_1, e_3 \rangle, \langle e_2, e_2 \rangle, \langle e_3, e_1 \rangle, \langle e_3, e_3 \rangle, \langle e_3, e_4 \rangle, \langle e_4, e_3 \rangle, \langle e_4, e_4 \rangle\},$$

$$T_{41} = \{\langle e_1, e_1 \rangle, \langle e_1, e_2 \rangle, \langle e_2, e_1 \rangle, \langle e_2, e_2 \rangle, \langle e_2, e_3 \rangle, \langle e_3, e_2 \rangle, \langle e_3, e_3 \rangle, \langle e_4, e_4 \rangle\},$$

$$T_{42} = E \times E - \{\langle e_1, e_2 \rangle, \langle e_2, e_1 \rangle, \langle e_2, e_3 \rangle, \langle e_2, e_4 \rangle, \langle e_3, e_2 \rangle, \langle e_4, e_2 \rangle\},$$

$$T_{52} = \{\langle e_1, e_1 \rangle, \langle e_1, e_3 \rangle, \langle e_2, e_2 \rangle, \langle e_3, e_1 \rangle, \langle e_3, e_3 \rangle, \langle e_4, e_4 \rangle\},$$

$$T_{53} = \{\langle e_1, e_1 \rangle, \langle e_1, e_4 \rangle, \langle e_2, e_2 \rangle, \langle e_3, e_3 \rangle, \langle e_4, e_1 \rangle, \langle e_4, e_4 \rangle\}.$$

根据相容关系分析, $\exists T_{ij} \neq E \times E$, 群体未达成共识, 需要进行评价信息的修改, 并且可以找出所有群体未达成共识的属性.

Step 4: 针对 $\forall T_{ij} \neq E \times E$, 利用式 (1) 计算方案 x_i 的属性 a_j 上所有已知评价信息的平均值 ζ_{ij} ; 并计算 $\forall e_k \in E$ 关于 T_{ij} 的相容类 $T_{ij}(e_k)$.

首先针对 $T_{11} \neq E \times E$, 计算各专家的等价类为

$$T_{11}(e_1) = \{e_1, e_2, e_4\}, T_{11}(e_2) = E,$$

$$T_{11}(e_3) = \{e_2, e_3, e_4\}, T_{11}(e_4) = E,$$

$$E' = \{e_1, e_3\}, \zeta_{11} = (s_2, -0.25).$$

根据 3.2 节修改规则, 应将 v_{11}^3 的值修改为“稍差”.

类似地, 针对其他群体未达成共识的属性, 修改相应的评价信息, 若专家不同意修改, 则将该值删掉, 改为未知值“*”, 转 Step 2.

经过评价意见的调整后, $\forall T_{ij} = E \times E$, 群体达成共识, 得到新的评价矩阵为

$$V^{1'} = \begin{bmatrix} \text{极差} & \text{稍差} & * \\ \text{稍差} & \text{很差} & * \\ \text{差} & \text{中} & \text{好} \\ \text{很差} & \text{稍好} & \text{很好} \\ \text{很好} & \text{极好} & \text{极差} \end{bmatrix}, V^{2'} = \begin{bmatrix} \text{差} & \text{中} & \text{好} \\ \text{稍好} & * & \text{好} \\ \text{差} & \text{很好} & \text{好} \\ \text{差} & \text{稍好} & \text{很好} \\ \text{好} & * & \text{稍差} \end{bmatrix},$$

$$V^{3'} = \begin{bmatrix} \text{中} & \text{差} & \text{很好} \\ * & \text{差} & \text{稍好} \\ \text{很差} & \text{中} & \text{好} \\ \text{中} & \text{极好} & \text{很好} \\ \text{很好} & \text{很好} & * \end{bmatrix}, V^{4'} = \begin{bmatrix} \text{很差} & * & \text{很好} \\ \text{稍差} & \text{中} & \text{极好} \\ \text{很差} & * & \text{极好} \\ * & \text{稍好} & \text{极好} \\ \text{好} & \text{稍差} & \text{极差} \end{bmatrix}.$$

现有的评价信息不完全的群体共识分析方法^[16-20]是针对群决策环境下, 专家对候选方案进行成对比较后给出模糊偏好关系、语言偏好关系等各种形式的偏好信息; 而本文所提出的群体共识的分析方法是针对评价信息不完全的多属性群决策环境, 专家针对每个候选方案的每个属性进行评价. 在文献 [16-19] 中都是先根据判断矩阵的一致性对缺失值进行填充后进行群体共识度的计算、判断和评价信息的调整, 缺失值计算和群体共识度的计算都比较复杂, 步骤较为繁琐; 文献 [20] 中没有对缺失值进行填充, 但是在计算群体共识度和进行评价信息的调整时对未知信息直接忽略掉, 这样处理不能充分地利用已知信息; 而本文中充分利用已知信息对未知信息的情况加以合理的判断, 且只需要对部分必要的信息进行调整, 尽可能地尊重专家的初始评价意见.

5 结论

鉴于现有的针对评价信息不完全的群决策问题的群体共识的分析方法不能很好地解决专家偏好信息是不完全决策矩阵的多属性群决策中群体共识的达成问题, 本文提出了一种基于相容关系的群体共识达成方法, 为该类问题的解决提供了一个新的思路, 并通过一个实例说明了该方法的有效性和实用性. 在下一步的研究中, 拟引入专家权重和属性权重, 根据不同的专家权重和属性权重进行群体共识分析, 使得分析结果更精确、更符合实际问题的要求.

参考文献(References)

- [1] 乐琦, 樊治平. 具有多粒度不确定语言评价信息的多属性群决策方法[J]. 控制与决策, 2010, 25(7): 1059-1062. (Yue Q, Fan Z P. Method for solving multiple attribute group decision-making problems with multi-granularity uncertain linguistic assessment information[J]. Control and Decision, 2010, 25(7): 1059-1062.)
- [2] Herrera-Viedma E, Herrera F, Chiclana F. A consensus model for multiperson decision making with different preference structures[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, 2002, 32(3):

- 394-402.
- [3] Herrera-Viedma E, Martinez L, Mata F, et al. A consensus support system model for group decision-making problems with multigranular linguistic preference relations[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2005, 13(5): 644-658.
- [4] Cabrerizo F J, Alonso S, Herrera-Viedma E. A consensus model for group decision making problems with unbalanced fuzzy linguistic information[J]. *Int J of Information Technology and Decision Making*, 2009, 8(1): 109-131.
- [5] Eklund P, Rusinowska A, De Swart H. Consensus reaching in committees[J]. *European J of Operational Research*, 2007, 178(1): 185-193.
- [6] Xu Y J, Li K W, Wang H M. Distance-based consensus models for fuzzy and multiplicative preference relations[J]. *Information Sciences*, 2013, 253: 56-73.
- [7] Wu Z B, Xu J P. A consistency and consensus based decision support model for group decision making with multiplicative preference relations[J]. *Decision Support Systems*, 2012, 52(3): 757-767.
- [8] Xu Z S, Cai X Q. Group consensus algorithms based on preference relations[J]. *Information Sciences*, 2011, 181(1): 150-162.
- [9] Gong Z W, Forrest J, Yang Y J. The optimal group consensus models for 2-tuple linguistic preference relations[J]. *Knowledge Based Systems*, 2013, 37: 427-437.
- [10] Zhang L Y, Li T, Xu X H. Consensus model for multiple criteria group decision making under intuitionistic fuzzy environment[J]. *Knowledge Based Systems*, 2014, 57: 127-135.
- [11] Parreiras R O, Ekel P Y, Martini J S C, et al. A flexible consensus scheme for multicriteria group decision making under linguistic assessments[J]. *Information Sciences*, 2010, 180(7): 1075-1089.
- [12] Roselló L, Sánchez M, Agell N, et al. Using consensus and distances between generalized multi-attribute linguistic assessments for group decision-making[J]. *Information Fusion*, 2014, 17: 83-92.
- [13] 陈侠, 樊治平. 关于区间数决策矩阵的专家群体判断共识性研究[J]. *运筹与管理*, 2008, 17(1): 1-6.
(Chen X, Fan Z P. Study on consistency of expert group's judgments based on interval numbers decision matrices[J]. *Operations Research and Management Science*, 2008, 17(1): 1-6.)
- [14] Chiclana F, Tapia Garcia J M, Moral del M J, et al. A statistical comparative study of different similarity measures of consensus in group decision making[J]. *Information Sciences*, 2013, 221: 110-123.
- [15] 熊才权, 李德华, 金良海. 基于保护少数人意见的群体一致性分析[J]. *系统工程理论与实践*, 2008, 28(10): 102-107.
(Xiong C Q, Li D H, Jin L H. Group consistency analysis for protecting the minority views[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2008, 28(10): 102-107.)
- [16] Cabrerizo F J, Perez I J, Herrera-Viedma E. Managing the consensus in group decision making in an unbalanced fuzzy linguistic context with incomplete information[J]. *Knowledge Based Systems*, 2010, 23(2): 169-181.
- [17] Herrera-Viedma E, Alonso S, Chiclana F, et al. A consensus model for group decision making with incomplete fuzzy preference relations[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2007, 15(5): 863-877.
- [18] Alonso S, Herrera-Viedma E, Chiclana F, et al. A Web based consensus support system for group decision making problems and incomplete preferences[J]. *Information Sciences*, 2010, 180(23): 4477-4495.
- [19] Xu Z S. A consensus reaching process under incomplete multiplicative preference relations[J]. *Int J of General Systems*, 2012, 41(4): 333-351.
- [20] Xia M M, Xu Z S, Chen J. Algorithms for improving consistency or consensus of reciprocal $[0,1]$ -valued preference relations[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2013, 216: 108-133.
- [21] Herrera F, Martinez L. A 2-tuple fuzzy linguistic represent model for computing with words[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2000, 8(6): 746-752.
- [22] Xu Z S. Deviation measures of linguistic preference relations in group decision making[J]. *Omega*, 2005, 33(3): 249-254.
- [23] 刘培德, 关忠良. 一种基于二元语义的混合型多属性决策方法[J]. *控制与决策*, 2009, 24(7): 1074-1077.
(Liu P D, Guan Z L. Hybrid multiple attribute decision making method based on 2-tuple[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(7): 1074-1077.)
- [24] Yang X B, Zhang M, Dou H L, et al. Neighborhood systems-based rough sets in incomplete information system[J]. *Knowledge Based Systems*, 2011, 24(6): 858-867.
- [25] Grzymala-Busse J W. Data with missing attribute values: Generalization of indiscernibility relation and rule induction[C]. *Trans on Rough Sets I*. Berlin Heidelberg: Springer, 2004: 78-95.
- [26] 朱颢东, 钟勇. 相容关系的改进及其属性约简[J]. *北京理工大学学报*, 2010, 30(1): 55-59.
(Zhu H D, Zhong Y. Improved tolerance relation and attribute reduction[J]. *Trans of Beijing Institute of Technology*, 2010, 30(1): 55-59.)