

多距离假设纯方位伯努利滤波器的设计

陈 辉^{1,2}, 韩崇昭¹

(1. 西安交通大学 a. 智能网络与网络安全教育部重点实验室, b. 电子与信息工程学院, 西安 710049; 2. 兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 兰州 730050)

摘要: 考虑多目标随机新生和消亡下存在杂波和传感器漏检所导致的量测源不确定性, 针对纯方位跟踪(BOT)问题, 提出一种多距离假设伯努利滤波器. 首先, 构造笛卡尔坐标系下的多距离假设纯方位观测模型; 然后, 根据该测量模型详细推导并提出高斯混合多距离假设势平衡多目标多伯努利滤波器; 最后, 提出一种自适应纯方位新生多伯努利密度的新方法. 仿真结果验证了所提出算法的有效性.

关键词: 纯方位跟踪; 多距离假设; 随机有限集; 势平衡多目标多伯努利

中图分类号: TP274

文献标志码: A

Multi-range hypothesis based bearings-only Bernoulli filter

CHEN Hui^{1,2}, HAN Chong-zhao¹

(1a. Key Lab for Intelligent Networks and Network Security of Ministry of Education, 1b. School of Electronics & Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Electrical & Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China. Correspondent: CHEN Hui, E-mail: huich78@hotmail.com)

Abstract: Considering the uncertainty of measurement origin deriving from the random surviving multi-target, clutter, and the missed detection of sensor, a multi-range hypothesis Bernoulli filter is proposed in order to solve the bearings-only tracking problem. Firstly, a multi-range hypothesis based bearings-only measurement equation is modeled in Cartesian coordinates. Then, a Gaussian mixture multi-range hypothesis cardinality-balanced multi-target multi-Bernoulli filter is derived and proposed. Finally, an adaptive bearings-only birth multi-Bernoulli density is proposed. The simulation results show the effectiveness of the proposed approach.

Keywords: bearings-only tracking; multi-range hypothesis; random finite set; cardinality-balanced multi-target multi-Bernoulli

0 引 言

无源定位系统通过测量辐射源的电磁波参数、声波或测量目标的可见光和红外参数来确定辐射源的位置. 此类系统以被动方式工作, 具备良好的隐蔽性, 是一种提高系统在电子战环境下生存能力的有效手段. 仅利用目标方位角的信息对目标实施定位跟踪, 即纯方位跟踪(BOT)^[1-6], 又称为目标运动分析(TMA), 是无源定位跟踪技术的一个重要分支. 单传感器BOT不能保证状态完全可观, 严重影响目标的状态估计, 加上量测方程的高度非线性, 滤波器良好的初始化条件不能保障, 而且必须处理现实环境的杂波、传感器漏检、多目标跟踪带来的量测源不确定性

问题. 以上这些因素都为BOT的求解带来实质性的困难. 尽管各种用于非线性跟踪问题的次优滤波器可应用于BOT问题的求解^[7-10], 但由于它们对单传感器BOT根本的距离估计不稳定、对距离变化不敏感问题无法得到有效解决, 在持续跟踪应用中很容易陷入发散. 文献[11-12]在不考虑量测源不确定性的单目标简单运动场景提出了基于假设的多个距离进行跟踪, 此类算法又被统称为距离参数化滤波器(RPF). 这种方法在一定程度上增强了跟踪过程中距离估计的稳定性. 文献[13-14]在此基础上提出了距离假设的高斯表达, 将距离假设量测融入到滤波器的更新过程中, 但是该方法仍然没有考虑量测源不确定性问题,

收稿日期: 2014-04-28; 修回日期: 2014-09-26.

基金项目: 国家973计划项目(2013CB329405); 国家自然科学基金创新研究群体项目(61221063); 国家自然科学基金项目(61370037, 61005026); 甘肃省高等学校科研项目(2014A-035).

作者简介: 陈辉(1978—), 男, 副教授, 从事被动传感器目标跟踪的研究; 韩崇昭(1943—), 男, 教授, 博士生导师, 从事多源信息融合、随机控制与自适应控制等研究.

而高斯距离假设过程会由杂波和其他目标量测衍生出数量庞大的伪量测, 这将严重加剧并影响数据关联的决策处理. 此外, 多目标初始状态不可能随意指定或获取, 因为实际目标在时空上是随机出现的, 这便为严重依赖于初始条件的BOT带来巨大困难.

近年来, 基于随机有限集(RFS)理论的多目标跟踪算法^[15]的提出和发展受到了国内外众多学者的广泛关注, 例如概率假设密度(PHD)滤波器^[15-16]、势概率假设密度(CPHD)滤波器^[15,17]、多目标多伯努利(MeMBer)滤波器^[15]和势平衡多目标多伯努利(CBMeMBer)滤波器^[18]. 相比于PHD和CPHD滤波器, MeMBer和CBMeMBer滤波器直接近似递推了多目标状态的后验概率分布, 使得多目标跟踪问题及其求解显得更为直观, 而CBMeMBer则显著修正了MeMBer滤波器对势估计存在的偏差^[18].

本文提出一种多距离假设CBMeMBer(MRHCBMeMBer)滤波器. 首先, 研究纯方位量测转换技术, 给出笛卡尔坐标系下多距离假设的纯方位量测模型; 然后, 基于该量测模型, 考虑量测源不确定性, 利用伯努利密度的高斯混合表达详细推导并提出MRHCBMeMBer滤波器; 最后, 提出一种自适应多伯努利新生多目标密度建立的新方法. 本文对所提出的一整套算法进行仿真验证, 并得出最终结论.

1 问题描述

1.1 多伯努利随机有限集

随机有限集(RFS)可简单描述为“有限集值随机变量”, 与随机变量一样, RFS的随机性可用它的概率分布来描述. 若 X 是状态空间 \mathcal{X} 上的(单)伯努利RFS, 则它可以用单目标存在概率 r 和单目标状态分布 p 来联合表示. X 的势分布是一个参数为 r 的伯努利分布, 则伯努利RFS的概率密度可表示为

$$\pi(X) = \begin{cases} 1-r, & X = \emptyset; \\ r \cdot p(\mathbf{x}), & X = \{\mathbf{x}\}. \end{cases} \quad (1)$$

若 X 是状态空间 \mathcal{X} 上的多伯努利RFS, 则它是一个确定数目且相互独立的伯努利RFS的集合. 组成 X 的第 i 个伯努利RFS表示为 $X^{(i)}$, 它的存在概率为 $r^{(i)}$, 概率密度为 $p^{(i)}$, $i = 1, 2, \dots, M$ 为伯努利RFS的索引, 则

$$X = \bigcup_{i=1}^M X^{(i)}.$$

显然, 它的势平均为 $\sum_{i=1}^M r^{(i)}$, 则 X 的概率密度 π 可表示为

$$\pi(\emptyset) = \prod_{j=1}^M (1-r^{(j)}),$$

且

$$\pi(\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\}) = \pi(\emptyset) \sum_{1 \leq i_1 \neq \dots \neq i_n \leq M} \prod_{j=1}^n \frac{r^{(i_j)} p^{(i_j)}(\mathbf{x}_j)}{1-r^{(i_j)}}. \quad (2)$$

为了描述方便, 可以将上述密度表达简写为参数集表达形式^[19], 即

$$\pi = \{(r^{(i)}, p^{(i)})\}_{i=1}^M.$$

1.2 多目标纯方位动态系统模型

设 k 时刻有 $N(k)$ 个目标的状态为 $\{\mathbf{x}_{1,k}, \mathbf{x}_{2,k}, \dots, \mathbf{x}_{N(k),k}\}$, 状态取值在目标状态空间 $\mathcal{X} \subseteq \mathbf{R}^{n_x}$; k 时刻接收到 $M(k)$ 个量测为 $\{z_{1,k}, z_{2,k}, \dots, z_{M(k),k}\}$, 量测取值在观测空间 $\mathcal{Z} \subseteq \mathbf{R}^{n_z}$, 则 $k-1$ 时刻多目标状态 $X_k = \{\mathbf{x}_{1,k}, \mathbf{x}_{2,k}, \dots, \mathbf{x}_{N(k),k}\} \in \mathcal{F}(\mathcal{X})$ 和多目标量测 $Z_k = \{z_{1,k}, z_{2,k}, \dots, z_{M(k),k}\} \in \mathcal{F}(\mathcal{Z})$ 都分别构成一个RFS, 其中 $\mathcal{F}(\mathcal{X})$ 和 $\mathcal{F}(\mathcal{Z})$ 分别代表所有 \mathcal{X} 和 \mathcal{Z} 的有限子集组成的集合. 若考虑目标的存活、新生和消亡, k 时刻目标数目 $N(k)$ 是时变的. 笛卡尔坐标系下的纯方位单目标状态表示为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k \in X_k, \\ \mathbf{x}_k = [x_k, y_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k]^T. \end{cases} \quad (3)$$

假设 $k-1$ 时刻状态 $\mathbf{x}_{k-1} \in X_{k-1}$ 的目标以存活概率 $p_{S,k}(\mathbf{x}_{k-1})$ 继续生存在 k 时刻. 这里不考虑卵生目标, 则多目标动态系统可建模为

$$X_k = \left[\bigcup_{\mathbf{x}_{k-1} \in X_{k-1}} S_{k|k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) \right] \cup \Gamma_k. \quad (4)$$

其中: $S_{k|k-1}(\mathbf{x}_{k-1})$ 是 $k-1$ 时刻状态 \mathbf{x}_{k-1} 演化来的 k 时刻存活目标状态RFS, Γ_k 是 k 时刻新生目标状态RFS.

假设目标的状态方程可表示为

$$\mathbf{x}_{k+1} = F_k \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k. \quad (5)$$

其中: F_k 是系统的转态转移矩阵, $\mathbf{w}_k \sim \mathcal{N}(0, Q_k)$ 是过程噪声向量. 此外, 对于 k 时刻目标状态 $\mathbf{x}_k \in X_k$, 单传感器以检测概率 $P_{D,k}(\mathbf{x}_k)$ 检测到它对应的方位角量测 $z_k, z_k \in \mathcal{Z}_k$, 且

$$\begin{aligned} z_k &= \theta_k + v_k = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{s,k}) + v_k = \\ &\tan^{-1} \left(\frac{x_k - x_{s,k}}{y_k - y_{s,k}} \right) + v_k. \end{aligned} \quad (6)$$

其中: θ_k 是 k 时刻目标状态 \mathbf{x}_k 对应的目标与传感器之间的方位角, $v_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\theta^2)$ 是标准差为 σ_θ 的零均值高斯白噪声. 假设传感器在 k 时刻的位置 $\mathbf{x}_{s,k} = [x_{s,k}, y_{s,k}]$ 能够精确可测.

对应目标的伯努利量测是一个RFS, 可表示为 $\Theta_k(\mathbf{x}_k)$. 同时, k 时刻的杂波可表示为 K_k , 该集合为已知强度是 λ_C 的泊松RFS. 那么, 单传感器在 k 时刻

所接收到的多目标方位角量测可建模为

$$Z_k = \left[\bigcup_{\mathbf{x}_k \in X_k} \theta_k(\mathbf{x}_k) \right] \cup K_k. \quad (7)$$

本文的目的是根据直到 k 时刻的方位角量测有限集 $Z_{1:k} = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_k\}$, 利用多伯努利RFS方法研究并设计滤波器, 以递推估计 k 时刻的目标状态 X_k .

2 纯方位转换量测

纯方位跟踪无距离测量, 设传感器的有效距离观测范围为 $[r_{\min}, r_{\max}]$, BOT在此区间任意取值. 若将距离区间分为 C_k 个子区间, 则距离分布可近似为

$$p(r|z_k) \approx \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} \mathcal{N}(r; \bar{r}_{c,k}, \sigma_{r,k}^{(c)2}), \quad (8)$$

$$r \in [r_{\min}, r_{\max}].$$

其中: $\bar{r}_{c,k}$ 是分段子区间中心点, $\sigma_{r,k}^{(c)}$ 是子区间距离误差的标准差, $\mu_{c,k}$ 是子区间的权重, 且

$$\sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} = 1, \quad c = 1, 2, \dots, C_k. \quad (9)$$

距离分段可按照几何级数划分, 保证每个距离子区间张成的误差椭圆具有同样的离心率^[11](如图1所示, $[r_{\min}, r_{\max}] = [0.5 \text{ km}, 10 \text{ km}]$, $C_k = 5$, 方位角 $\theta_k = \pi/4$, 量测噪声强度 $\sigma_\theta = 0.05 \text{ rad}$), 即

$$\rho_k \triangleq \frac{r_{c+1,k}}{r_{c,k}} = \left(\frac{r_{\max}}{r_{\min}} \right)^{1/C_k}. \quad (10)$$

其中 $r_{c+1,k}$ 和 $r_{c,k}$ 代表子区间 c 的上下界. 子区间 c 的长度为

$$\Delta r_{c,k} = r_{c+1,k} - r_{c,k},$$

标准差为

$$\sigma_{r,k}^{(c)} = \frac{\Delta r_{c,k}}{2},$$

子区间中心为

$$\bar{r}_{c,k} = \frac{r_{c+1,k} + r_{c,k}}{2}.$$

则目标纯方位量测似然为

$$g_k(z_k|\mathbf{x}_k) \approx \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} \mathcal{N}(\hat{z}_{c,k}; H_k \mathbf{x}_k, \hat{R}_{c,k}). \quad (11)$$

区间 c 的转换量测 $\hat{z}_{c,k}$, 协方差 $\hat{R}_{c,k}$ 和转化后量测矩阵 H_k 分别为

$$\hat{z}_{c,k} = \mathbf{x}_{s,k} + \bar{r}_{c,k} \begin{bmatrix} \sin(z_k) \\ \cos(z_k) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\hat{R}_{c,k} = T_k \begin{bmatrix} (\bar{r}_{c,k} \sigma_\theta)^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{r,k}^{(c)2} \end{bmatrix} T_k^T, \quad (13)$$

$$H_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

T_k 是旋转矩阵, 表示为

$$T_k = \begin{bmatrix} \cos(z_k) & \sin(z_k) \\ -\sin(z_k) & \cos(z_k) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

可以考虑 $\mu_{c,k}$ 代表目标量测落入相应子区间(误差椭圆, 如图1所示)的概率^[14], 即

$$\mu_{c,k} = \frac{\sqrt{\det \hat{R}_{c,k}}}{\sum_{c=1}^{C_k} \sqrt{\det \hat{R}_{c,k}}} = \rho_k^{2c-2} \frac{\rho_k^2 - 1}{\rho_k^{2C_k} - 1}. \quad (16)$$

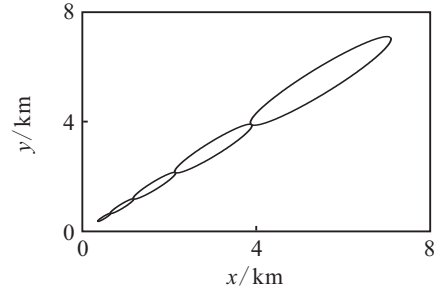


图1 纯方位多假设距离下的位置误差椭圆

3 高斯混合多距离假设 CBMeMber 滤波器

3.1 CBMeMber 滤波器

Vo等^[18]通过理论和实验论证了MeMber滤波器会产生明显的势偏差, 进而提出了CBMeMber, 下面给出它的递推公式:

1) 预测步. 假设 $k-1$ 时刻的后验多目标多伯努利密度表示为

$$\pi_{k-1} = \{(r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}}, \quad (17)$$

则预测的多目标密度也是一个多伯努利密度

$$\pi_{k|k-1} = \{(r_{P,k|k-1}^{(i)}, p_{P,k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}} \cup \{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}. \quad (18)$$

其中

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} \langle p_{k-1}^{(i)}, p_{S,k} \rangle, \quad (19)$$

$$p_{P,k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \frac{\langle f_{k|k-1}(\mathbf{x}|\cdot), p_{k-1}^{(i)} p_{S,k} \rangle}{\langle p_{k-1}^{(i)}, p_{S,k} \rangle}, \quad (20)$$

$f_{k|k-1}(\cdot|\zeta)$ 为 k 时刻在先前状态为 ζ 条件下的单目标状态转移密度, $p_{S,k}(\zeta)$ 为 k 时刻在先前状态为 ζ 条件下的目标存活概率, $\{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$ 为 k 时刻新生多伯努利RFS参数集.

2) 更新步. 设 k 时刻CBMeMber预测多目标多伯努利密度为

$$\pi_{k|k-1} = \{(r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}, \quad (21)$$

则后验多目标密度可用多伯努利密度近似为

$$\pi_k \approx \{(r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cup \{(r_{U,k}(z), p_{U,k}(\mathbf{x}; z))\}_{z \in Z_k}. \quad (22)$$

其中

$$r_{L,k}^{(i)} = r_{k|k-1}^{(i)} \frac{1 - \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}, \quad (23)$$

$$p_{L,k}^{(i)} = p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) \frac{1 - p_{D,k}(\mathbf{x})}{1 - \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}, \quad (24)$$

$$r_{U,k}(z) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} (1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \psi_{k,z} \rangle}{(1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle)^2}}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \psi_{k,z} \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}}, \quad (25)$$

$$\kappa_k(z) + \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \psi_{k,z} \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}, \quad (26)$$

$$\psi_{k,z}(\mathbf{x}) = g_k(z|\mathbf{x}) p_{D,k}(\mathbf{x}), \quad (26)$$

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; z) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) \psi_{k,z}(\mathbf{x})}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \psi_{k,z} \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}}. \quad (27)$$

3.2 MRHCBMeMber 滤波器的推导

由如下两个引理推导 MRHCBMeMber^[20]:

引理 1 若 Q 和 P 是正定的, 则

$$\int \mathcal{N}(\mathbf{x}; F\boldsymbol{\zeta} + d, Q) \mathcal{N}(\boldsymbol{\zeta}; \mathbf{m}, P) d\boldsymbol{\zeta} = \mathcal{N}(\mathbf{x}; F\mathbf{m} + d, Q + FPF^T). \quad (28)$$

引理 2 若 R 和 P 是正定的, 则

$$\mathcal{N}(z; H\mathbf{x}, R) \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}, P) = q(z) \mathcal{N}(\mathbf{x}; \tilde{\mathbf{m}}, \tilde{P}). \quad (29)$$

其中

$$q(z) = \mathcal{N}(z; H\mathbf{m}, R + HPH^T), \quad (30)$$

$$\tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{m} + K(z - H\mathbf{m}), \quad (31)$$

$$\tilde{P} = (I - KH)P, \quad (32)$$

$$K = PH^T(HPH^T + R)^{-1}. \quad (33)$$

假设目标存活概率和检测概率独立于状态, 即

$$p_{S,k}(\mathbf{x}) = p_{S,k},$$

$$p_{D,k}(\mathbf{x}) = p_{D,k}.$$

则目标新生多伯努利密度 $\{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$ 可以表示为

$$p_{\Gamma,k}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{J_{\Gamma,k}^{(i)}} w_{\Gamma,k}^{(i,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(i,j)}, P_{\Gamma,k}^{(i,j)}). \quad (34)$$

其中 $w_{\Gamma,k}^{(i,j)}$ 、 $\mathbf{m}_{\Gamma,k}^{(i,j)}$ 、 $P_{\Gamma,k}^{(i,j)}$ 表示第 j 个分量的权重、均值和协方差。

对于给定的线性高斯状态演化模型(5), 给出 CBMeMber 的预测步, 并结合高斯混合转换量测模型(11)推导 MRHCBMeMber 更新步。

1) 预测步. 若给定 $k-1$ 时刻多伯努利后验多目

标密度 $\pi_{k-1} = \{(r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}}$, 每一个概率密度具有高斯混合的形式

$$p_{k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)}, P_{k-1}^{(i,j)}), \quad (35)$$

则预测多伯努利多目标密度

$$\pi_{k|k-1} = \{(r_{P,k|k-1}^{(i)}, p_{P,k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}} \cup \{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$$

具有高斯混合的形式, 前半部分(即存活部分)的预测表示为

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} p_{S,k}, \quad (36)$$

$$p_{P,k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{P,k|k-1}^{(i,j)}, P_{P,k|k-1}^{(i,j)}). \quad (37)$$

其中

$$\mathbf{m}_{P,k|k-1}^{(i,j)} = F_{k-1} \mathbf{m}_{k-1}^{(i,j)}, \quad (38)$$

$$P_{P,k|k-1}^{(i,j)} = Q_{k-1} + F_{k-1} P_{k-1}^{(i,j)} F_{k-1}^T. \quad (39)$$

2) 更新步. 令 k 时刻预测的多目标密度为

$$\pi_{k|k-1} = \{(r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}},$$

每一个概率密度 $p_{k|k-1}^{(i)}$ 可表示为高斯和的形式

$$p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, P_{k|k-1}^{(i,j)}). \quad (40)$$

根据式(11), 量测似然 $g_k(z|\mathbf{x})$ 按高斯和描述为

$$g_k(z|\mathbf{x}) \approx \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} g_k(\hat{z}(\mathbf{x})_{c,k}|\mathbf{x}). \quad (41)$$

定义

$$\Psi^{(i)}(z) \triangleq \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \psi_{z,k} \rangle = \int p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) \psi_{z,k}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (42)$$

则

$$\begin{aligned} \Psi^{(i)}(z) &= p_{D,k} \int p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) g_k(z|\mathbf{x}) d\mathbf{x} \approx \\ & p_{D,k} \int p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} g_k(\hat{z}(\mathbf{x})_{c,k}|\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \\ & p_{D,k} \int \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, P_{k|k-1}^{(i,j)}) \times \\ & \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} g_k(\hat{z}(\mathbf{x})_{c,k}|\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \end{aligned} \quad (43)$$

交换积分和累加号次序, 并根据引理 1, 得到

$$\Psi^{(i)}(z) \approx p_{D,k} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} w_{k|k-1}^{(i,j)} q_k^{(i,j,c)}(\hat{z}). \quad (44)$$

其中

$$q_k^{(i,j,c)}(\hat{z}) = \mathcal{N}(\hat{z}(\mathbf{x})_{c,k}; \hat{u}_k^{(i,j)}, S_k^{(i,j,c)}), \quad (45)$$

$$\hat{u}_k^{(i,j)} = H_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, \quad (46)$$

$$S_k^{(i,j,c)} = H_k P_{k|k-1}^{(i,j)} H_k^T + \hat{R}_{c,k}. \quad (47)$$

这里 $\hat{z}(\mathbf{x})_{c,k}$ 和 $\hat{R}_{c,k}$ 的表达式见式(12)和(13). 则更新后的多伯努利密度为

$$\pi_k \approx$$

$$\{(r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cup \{(r_{U,k}(z), p_{U,k}(\mathbf{x}; z))\}_{z \in Z_k}.$$

其中漏检部分参数为

$$r_{L,k}^{(i)} = r_{k|k-1}^{(i)} \frac{1 - p_{D,k}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k}}, \quad (48)$$

$$p_{L,k}^{(i)}(\mathbf{x}) = p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}). \quad (49)$$

量测更新部分中的目标存在概率为

$$r_{U,k}(z) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} (1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \Psi^{(i)}(z)}{(1 - r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k})^2}}{\hat{\kappa}_k(z) + \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \Psi^{(i)}(z)}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k}}}. \quad (50)$$

其中: $\hat{\kappa}_k(z)$ 是量测转换到笛卡尔坐标系的杂波密度, $\Psi^{(i)}$ 参照式(44).

由引理2和式(44), 量测更新部分的密度为

$$p_{U,k}(z) = \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} \sum_{c=1}^{C_k} w_{U,k}^{(i,j,c)}(z) \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{U,k}^{(i,j,c)}, P_{U,k}^{(i,j,c)}). \quad (51)$$

其中

$$w_{U,k}^{(i,j,c)} = \frac{\varpi_{U,k}^{(i,j,c)}(z)}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} \sum_{c=1}^{C_k} \varpi_{U,k}^{(i,j,c)}(z)}, \quad (52)$$

$$\varpi_{U,k}^{(i,j,c)}(z) = \frac{r_{k|k-1}^{(i)} p_{D,k} \mu_{c,k} w_{k|k-1}^{(i,j)} q_k^{(i,j,c)}(z)}{1 - r_{k|k-1}^{(i)}}, \quad (53)$$

$$\mathbf{m}_{U,k}^{(i,j,c)}(z) = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)} + K_k^{(i,j,c)} (\hat{z}_{c,k}(\mathbf{x}) - H_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}), \quad (54)$$

$$K_k^{(i,j,c)} = P_{k|k-1}^{(i,j)} H_k [S_k^{(i,j,c)}]^{-1}, \quad (55)$$

$$P_{U,k}^{(i,j,c)} = [I - K_k^{(i,j,c)} H_k] P_{k|k-1}^{(i,j)}. \quad (56)$$

3) 合并步. 为减少随距离假设而呈几何增长的高斯分量, 在滤波器输出端, 将各个距离区间的高斯分量进行合并, 合并规则为

$$w_{U,k}^{*(i,j)} = \sum_{c=1}^{C_k} w_{U,k}^{(i,j,c)}, \quad (57)$$

$$\mathbf{m}_{U,k}^{*(i,j)} = \frac{1}{w_{U,k}^{*(i,j)}} \sum_{c=1}^{C_k} w_{U,k}^{(i,j,c)} \mathbf{m}_{U,k}^{(i,j,c)}, \quad (58)$$

$$P_{U,k}^{*(i,j)} = \frac{1}{w_{U,k}^{*(i,j)}} \sum_{c=1}^{C_k} w_{U,k}^{(i,j,c)} (P_{U,k}^{(i,j,c)} + (\mathbf{m}_{U,k}^{*(i,j)} - \mathbf{m}_{U,k}^{(i,j,c)}) (\mathbf{m}_{U,k}^{*(i,j)} - \mathbf{m}_{U,k}^{(i,j,c)})^T). \quad (59)$$

4 一种自适应CBMeMber新生密度的设计方法

在式(18)中, 对于CBMeMber滤波器的设计, 原始算法假定其新生伯努利分量 $\{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$ 是先验已知的, 这显然不适用于未知先验位置的随机新生的目标密度, 而且对敏感于初始条件的纯方位跟踪是极其不利的. 本文基于距离多假设研究将每个角测量确立成一个可能的伯努利过程. 为了限制无效新生分量, 考虑引入适当的门技术. 本文设计算法具体如下.

设 $k-1$ 时刻多伯努利RFS的第 i 个假设航迹的第 j 个高斯分量的均值预测为 $\mathbf{m}_{L,k|k-1}^{(i,j)}$, 则定义残差为

$$\|h(\mathbf{m}_{L,k|k-1}^{(i,j)}, \mathbf{x}_{s,k}) - z_{m,k}\| \triangleq \tilde{z}_{m,k}^{(i,j)}, \quad (60)$$

其中 $m = 1, 2, \dots, M(k)$ 为量测索引. 给定关联条件

$$\tilde{z}_{m,k}^{(i,j)} < K_G \cdot \sigma_{\theta,k}^{i,j} \quad \&\& \quad \tilde{z}_{m,k}^{(i,j)} < v_{\max} \times T / r_{\min}. \quad (61)$$

其中: $\mathbf{x}_{s,k}$ 是对应时刻的传感器位置, $\sigma_{\theta,k}^{i,j}$ 是分量预测方位角的标准偏差, v_{\max} 是目标的理论最大速率, K_G 是门系数, T 是量测采样周期. 前一条件是关联航迹分量对应的量测, 后一条件是设定角速度约束.

根据式(61)遍历 k 时刻所有量测, 产生用于CBMeMber第 i 个假设航迹的第 j 个高斯分量更新的集合 $Z_k^{(i,j)}$. 而对于所有分量 ($i \times j$ 个) 均不满足公式(61)的量测构成集合 $Z_{\Gamma,k}$, 它的每一个元素构成新生多伯努利RFS的一个假设航迹, 每个航迹具有 C_k 个高斯分量. 具体为: 对于编号为 n 的量测 $z_k^{(n)} \in Z_{\Gamma,k}$, 它的转换均值 $\hat{z}_{c,k}^{(n)}$ 和协方差 $\hat{R}_{c,k}^{(n)}$ 可根据式(12)和(13)计算, 则

$$\mathbf{m}_{\Gamma,k+1}^{(n,c)} = F_k \begin{bmatrix} \hat{z}_{c,k}^{(n)} \\ v_{\Gamma,k}^{(n)} \end{bmatrix}, \quad (62)$$

$$P_{\Gamma,k+1}^{(n,c)} = Q_k + F_k \begin{bmatrix} \hat{R}_{c,k}^{(n)} & 0_2 \\ 0_2 & P_{v,k} \end{bmatrix} F_k^T, \quad (63)$$

$$v_{\Gamma,k}^{(n)} = v_{\max} [\sin(z_k^{(n)} - \pi), \cos(z_k^{(n)} - \pi)]^T, \quad (64)$$

$$P_{v,k} = \text{diag}([v_{\max}^2, v_{\max}^2]), \quad (65)$$

其中 0_n 是 $n \times n$ 的零矩阵. 那么, 针对每个量测 $z_k^{(n)}$ 生成的伯努利RFS的参数集表示为 $\{(r_{\Gamma,k+1}^{(n)}, p_{\Gamma,k+1}^{(n)})\}$,

有

$$r_{\Gamma,k+1}^{(n)}(z) = p_{S,k} r_{\Gamma,k}^{(n)}, \quad (66)$$

$$p_{\Gamma,k+1}^{(n)}(z) = \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} \mathcal{N}(x; \mathbf{m}_{\Gamma,k+1}^{(n,c)}, P_{\Gamma,k+1}^{(n,c)}), \quad (67)$$

其中 $r_{\Gamma,k}^{(n)}$ 是 k 时刻新生航迹 n 的存在概率. 对于目标航向角 $z_k - \pi$ 的初始化设定是考虑 BOT 优先应对威胁目标, 初始假想目标直接沿着方位角向传感器运动.

5 仿真分析

5.1 场景说明

考虑杂波、漏检、多目标跟踪引起的量测源不确定性构造场景进行 Monte Carlo 仿真. 多目标跟踪的性能采用 OSPA 距离^[20]进行评测, OSPA 可联合评价多目标数目(势)和多目标状态估计的性能. 实验选取 OSPA 截断系数为 2 km, 距离阶次 $p = 1$; 采样周期 $T = 1$ s, 共采样 $N = 100$ 次, 量测噪声标准差 $\sigma_\theta = 10$ mrad (mrad = 10^{-3} rad); 传感器观测距离的范围 $r \in [r_{\min}, r_{\max}] = [0.5 \text{ km}, 10 \text{ km}]$, 方位角 $\theta \in [0, 2\pi)$; 传感器初始位置为坐标原点, 运行速率为 20 节 (kn), 并在运行过程中经历几个航向的变化产生机动, 以保证纯方位多目标跟踪的可观性; 目标的最大运行速率 v_{\max} 为 35 节; 杂波过程是一个泊松 RFS, 泊松平均数 $\lambda_c = 20$, 在 $[0, 2\pi)$ 内均匀分布; 目标的存活概率 $p_{S,k} = 0.98$, 检测概率 $p_{D,k} = 0.95$, 新生密度分量的存在概率 $r_{\Gamma,k}^{(j)} = 0.01$; 目标删除的阈值 $r_T = 10^{-3}$, 高斯分量删除的阈值 $w_T = 10^{-5}$, 高斯分量合并的马氏距离阈值 $U_T = 4$; 新生目标量测生成的门系数 $K_G = 1.5$; CPHD 势分布的计算上限设定为 $N_{\max} = 50$; 仿真实验的硬软件环境为 Matlab R2010a, Windows 7 SP1 64-bit, Intel(R) Core(TM) i5-4570 CPU @3.2GHz, RAM 4GB.

场景中伴随着目标的新生和消亡, 总计出现 8 个目标, 目标距离传感器由近及远分布, 分布在以传感器为中心的各个象限, 如图 2 所示.

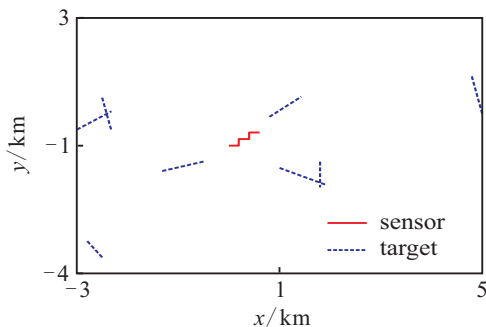


图 2 传感器和多目标运行轨迹

目标轨迹均建模为 NCMV 模型^[21], 转态转移矩阵和噪声协方差矩阵分别为

$$F_k = \begin{bmatrix} I_2 & T I_2 \\ 0_2 & I_2 \end{bmatrix},$$

$$Q_k = \sigma_v^2 \begin{bmatrix} \frac{T^4}{4} I_2 & \frac{T^3}{2} I_2 \\ \frac{T^3}{2} I_2 & T^2 I_2 \end{bmatrix}.$$

其中: I_n 代表 $n \times n$ 的单位阵, $\sigma_v = 5 \text{ m/s}^2$.

各目标运行参数如表 1 所示.

表 1 多目标参数

目标	$\mathbf{x}_0^{(1)}$ 初始位置/km	速率/kn	航向/rad	出现	消失
1	[0.8, 0.9]	17.5	$\pi/4$	1	—
2	[-0.5, -0.5]	35	$25\pi/18$	10	60
3	[-2.5, 1.5]	35	$17\pi/18$	1	60
4	[5, 1]	23	$35\pi/18$	1	—
5	[1, -0.7]	35	$2\pi/3$	20	80
6	[-2.5, -3.5]	17.5	$33\pi/18$	30	—
7	[1.8, -0.5]	17.5	π	10	—
8	[-3, 0.5]	17.5	$5\pi/18$	1	—

5.2 仿真实验

选择 GM-PHD、GM-CPHD 和 GM-CBMeMber 作为 RFS 滤波器进行多目标跟踪, 它们分别采用 UKF 和适用于 BOT 求解的修正增益扩展卡尔曼滤波 (MGEKF) 扩展形成 6 种 BOT 滤波器, 通过仿真来验证它们和本文算法 MRHCBMeMber ($C_k = 5$) 的性能. 所有 7 种 BOT 滤波器对目标初始位置均未知 (随机新生), 利用第 4 节设计的自适应新生密度方法生成所有基于 CBMeMber 的 BOT 滤波器的新生密度. 基于 PHD 和 CPHD 类滤波器, 同样利用式 (61) 划分量测, 它们的强度初始化可设计为

$$\Gamma_{k+1}(\mathbf{x}) = \sum_{z \in Z_{\Gamma,k}} \sum_{c=1}^{C_k} p_{S,k} w_{\Gamma,k}^{(n)} \mu_{k,c} \mathcal{N}(x; \mathbf{m}_{\Gamma,k+1}^{(n,c)}, P_{\Gamma,k+1}^{(n,c)}). \quad (68)$$

其中: n 是量测索引, $w_{\Gamma,k}^{(n)} = 0.01$ 是新生强度分量的权值, $\mathbf{m}_{\Gamma,k+1}^{(n,c)}$ 和 $P_{\Gamma,k+1}^{(n,c)}$ 参考式 (62) 和 (63). 另外, 同样选择距离区间为 $C_k = 5$. 对设计场景做 500 次 Monte Carlo 仿真, 各滤波器目标位置跟踪 OSPA 距离如图 3 所示, 势估计和其标准差如图 4 和图 5 所示, 各滤波器运行时间如图 6 所示.

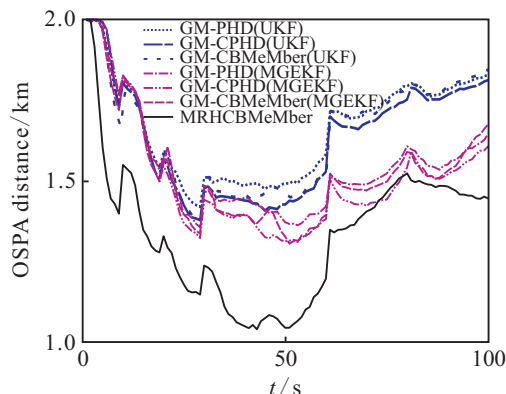


图 3 多目标 OSPA 跟踪效果

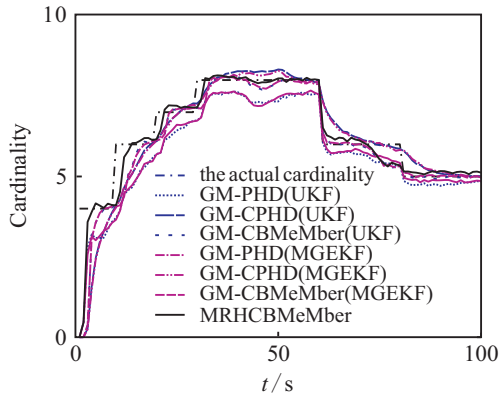


图4 目标个数(势)估计的效果

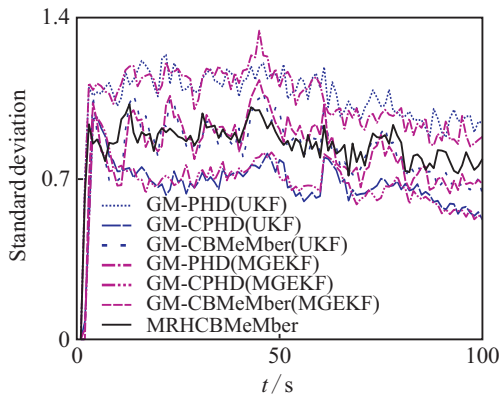


图5 目标个数(势)估计标准差

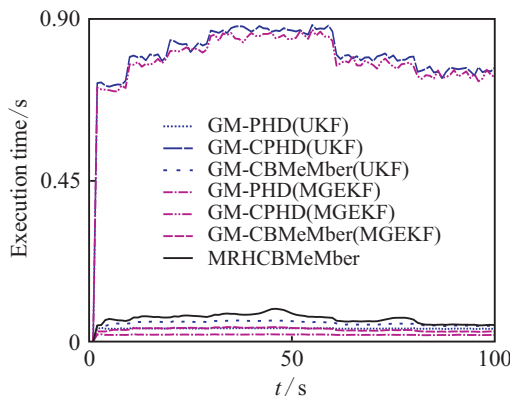


图6 滤波器执行时间

从图3和图4可以看出:利用本文提出的自适应新生多伯努利密度方法,7种滤波器均能发现并跟踪未知先验位置、随机出现、不论远近且与传感器有不同观测角度的各个目标,这对严重依赖于初始条件的BOT具有非常重要的意义。MRHCBMeMber的跟踪精度总体要好于其他滤波器,在跟踪的后半段明显延缓了滤波器发散的趋势。这是因为滤波器自身结构采用了距离多假设,能够在每个距离小区间对相应密度分量进行滤波更新,而目标所在的距离区间会一直传递较大的权重至下一周期,所以提高了距离估计的稳定性,保证了目标跟踪的效果。

从图5可以看出,MRHCBMeMber滤波器同时

也加快了目标确认的速度,而且势估计标准差要低于利用UKF和MGEKF扩展的GM-PHD滤波器,证明MRHCBMeMber并没有因为在新生密度和滤波器自身结构都采用距离多假设而在杂波较大的场景下滋生过多的假目标,仍能保证势估计的稳定性。与预期一致,由于CPHD传递了RFS的势分布,具有稳定的势估计效果。

从图6可以看出,由于自适应新生密度引入了门技术,大大增强了该初始化算法的适应性和计算效率,极大限制了因为杂波和其他目标量测对于各个分段距离派生的伪量测的迅速扩张,这对于该算法的使用是非常关键的;仅对提出的纯方位新生目标密度而言,不断引入的初始密度分量相当于引入目标量测对应多假设距离的多个并行滤波器,如果对于某目标跟踪发散到一定程度,则它对应的高斯分量不能关联其角量测时,那么利用本文的自适应新生密度方法可使得目标对应量测会实时衍生在正确区间上的伯努利分量,而该分量也能修正该目标的跟踪效果;在计算效率上,显然CPHD耗费了较多的计算时间,虽然MRHCBMeMber采用了多距离假设,但由于本文设计采用了距离假设区间合并的分量控制技术 and 关联门技术,它的计算时间对两个GM-PHD和两个GM-CBMeMber有略微增长,但远低于两个GM-CPHD滤波器;此外,MGEKF是一种适合于BOT问题求解的非线性滤波器,在本文的场景中,它对于RFS滤波器的多目标BOT的扩展应用相对于RFS滤波器的传统UKF扩展有一定的性能提升,但整体性能仍然不如本文提出的算法。

6 结 论

存在杂波和传感器漏检的多目标场景下的具有量测源不确定的多目标跟踪问题十分复杂,而BOT问题因为较差的状态可观性和量测模型的高度非线性很大程度地加剧了问题求解的难度。本文主要提出了一种在量测源不确定性下的纯方位距离多假设伯努利滤波器。研究了纯方位转换量测技术,利用几何多距离分段假设构成笛卡尔坐标系下的高斯混合观测模型;在滤波器设计中,基于距离多假设模型详细推导并提出MRHCBMeMber滤波器;为了及时发现并跟踪时空上随机出现的目标,提出了一种自适应新生多目标伯努利密度的方法。实验结果表明,该滤波器能够提高多目标滤波器的跟踪精度,限制纯方位滤波器的发散趋势,并在一定程度上提高距离估计的稳定性,保证目标个数(势)估计的性能。同时,该滤波器能够给定纯方位跟踪相对可靠的初始化条件,这对于严重依赖于初始条件的BOT是十分重要的。

参考文献(References)

- [1] Yun J Z, Guo Z X. Bearings-only target motion analysis via instrumental variable estimation[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2010, 58(11): 5523-5533.
- [2] Kirubarajan T, Bar-Shalom Y, Lerro D. Bearings-only tracking of maneuvering targets using a batch-recursive estimator[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37(3): 770-780.
- [3] Beard M, Arulampalam S. Performance of PHD and CPHD filtering versus JIPDA for bearings-only multi-target tracking[C]. *The 15th Int Conf on Information Fusion*. Singapore: IEEE, 2012: 542-549.
- [4] Nardone S C, Lindgren A, Gong K. Fundamental properties and performance of conventional bearings-only target motion analysis[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1984, 29(9): 775-787.
- [5] Aidala V J, Hammel S E. Utilization of modified polar coordinates for bearings-only tracking[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1983, 28(3): 283-294.
- [6] Bishop A N, Anderson B D O, Fidan B, et al. Bearing-only localization using geometrically constrained optimization[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, 45(1): 308-320.
- [7] Bar-Shalom Y, Li X R, Kirubarajan T. Estimation with applications to tracking and navigation: Theory algorithms and software[M]. New York: John Wiley & Sons, 2004: 379-394.
- [8] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. *Proc of the IEEE*, 2004, 92(3): 401-422.
- [9] Arasaratnam I, Haykin S. Cubature kalman filters[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [10] Gordon N J, Salmond D J, Smith A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation[J]. *IEE Proc F Radar and Signal Processing*, 1993, 140(2): 107-113.
- [11] Kronhamn T R. Bearings-only target motion analysis based on a multihypothesis Kalman filter and adaptive ownship motion control[J]. *IEE Proc Radar, Sonar and Navigation*, 1998, 145(4): 247-252.
- [12] Peach N. Bearings-only tracking using a set of range-parameterised extended Kalman filters[J]. *IEE Proc of Control Theory and Applications*, 1995, 142(1): 73-80.
- [13] Mušicki D. Bearings only multi-sensor maneuvering target tracking[J]. *Systems & Control Letters*, 2008, 57(3): 216-221.
- [14] Mušicki D. Bearings only single-sensor target tracking using Gaussian mixtures[J]. *Automatica*, 2009, 45(9): 2088-2092.
- [15] Mahler R. Statistical multisource multitarget information fusion[M]. Norwood: Artech House, 2007: 565-682.
- [16] Mahler R. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1152-1178.
- [17] Mahler R. PHD filters of higher order in target number[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(4): 1523-1543.
- [18] Vo B T, Vo B N, Cantoni A. The cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter and its implementations[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2009, 57(2): 409-423.
- [19] Ho Y C, Lee R. A Bayesian approach to problems in stochastic estimation and control[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1964, 9(4): 333-339.
- [20] Schuhmacher D, Vo B T, Vo B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3447-3457.
- [21] Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. Part I: Dynamic models[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1333-1364.

(责任编辑: 齐 霖)