

文章编号: 1000-4750(2015)05-0227-09

# 基于 ICM 法的传热结构周期性拓扑优化设计

龙 凯<sup>1,2</sup>, 贾 娇<sup>3</sup>

(1. 华北电力大学新能源电力系统国家重点实验室, 北京 102206)

(2. 长沙理工大学工程车辆轻量化与可靠性技术湖南省高校重点实验室, 长沙 410114)

(3. 北京航空航天大学航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 为了获得复合材料稳态导热性优化微结构构型, 基于独立连续映射法, 建立了周期性结构拓扑优化模型。在优化模型中, 以重量最小化为目标、散热弱度为约束。采用一阶泰勒展开近似表达散热弱度约束函数。基于偏微分方程实施的图像过滤方法消除了棋盘格现象和网格依赖性问题。为了满足周期性约束, 设计区域划分为若干相同大小的子区域, 散热弱度贡献系数被重新分配。对比分析循环周期数、不同约束载荷工况下的拓扑优化构型。数值算例结果验证提出方法可以有效实现热传导下的复合材料微结构优化设计。

**关键词:** 拓扑优化; 连续体结构; 独立连续映射法; 周期性结构; 导热性

中图分类号: O343.1 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2013.11.1080

## PERIODIC TOPOLOGY OPTIMIZATION DESIGN FOR THERMAL CONDUCTIVE STRUCTURE USING ICM METHOD

LONG Kai<sup>1,2</sup>, JIA Jiao<sup>3</sup>

(1. State Key Laboratory for Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

(2. Key Laboratory of Lightweight and Reliability Technology for Engineering Vehicle, Education Department of Hunan Province, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China)

(3. School of Aeronautic Science and Engineering, BeiHang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** To obtain the optimal topological configuration for thermal conductive microstructures of composite materials, a topological optimization model of the periodic structure is established by the Independent Continuous Mapping method. In this model, minimized weight is taken as the objective and thermal compliance is the constraint condition. The thermal compliance constraint is approximately formulated using a first-order Taylor expansion. The image-filtering method is implemented by a partial differential equation to eliminate checkerboard patterns and mesh-dependence problems. To satisfy the periodic constraint, the designable domain is divided into a certain number of identical subdomains and the contribution coefficients of thermal compliance are redistributed. Optimal topological configurations with different periodic numbers and different loading conditions are compared and analyzed. Numerical results verify the validity of the proposed topology optimization method in designing the microstructures of composite materials for thermal conduction.

**Key words:** topology optimization; continuum structure; independent continuous mapping method; periodic structure; thermal conductivity

1988 年, Bendsoe 和 Kikuchi<sup>[1]</sup>首次提出连续体结构拓扑优化概念和基于均匀化理论的均匀化法。

至今 20 多年来, 连续体结构拓扑优化已发展出均匀化法、变密度法、独立连续映射法(Independent

收稿日期: 2013-11-21; 修改日期: 2014-05-29

基金项目: 国家自然科学基金项目(11202078); 北京市自然科学基金项目(3143025); 工程车辆轻量化与可靠性技术湖南省高校重点实验室(长沙理工大学)开放基金项目(2013kfj01); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2014ZD16)

通讯作者: 龙凯(1978—), 男, 湖北武汉人, 讲师, 博士, 从事连续体结构拓扑优化理论方法与应用研究(E-mail: longkai1978@163.com).

作者简介: 贾娇(1984—), 女, 内蒙古鄂尔多斯人, 博士生, 主要从事振动噪声分析与控制研究(E-mail: jiajiao\_2012@163.com).

Continuous Mapping, ICM)、进化式结构优化法 (Evolutionary Structural Optimization, ESO)、水平集法、相场法等, 各类方法相互借鉴并具有统一的趋势<sup>[2-5]</sup>。拓扑优化应用分宏观结构设计和微观材料设计两个方面。20 世纪 90 年代中期, Sigmund 首先提出将均匀化理论和拓扑优化方法结合起来的材料微结构逆向设计技术, 获得了具有良好特性的复合材料, 如负泊松比等<sup>[6-7]</sup>。兼具轻质与良好导热性的多孔材料广泛应用于航空、航天、汽车等行业, 逆均匀化技术在导热材料设计中得到迅猛发展。除均匀化法外, 王凤稳等<sup>[8]</sup>提出材料性能预测和灵敏度分析效率较高的等效能量法。上述研究在优化建模时, 通常以材料某一或几方面性能极值为目标, 忽略了实际结构形式与具体载荷工况的关联。针对该问题, Moses 等<sup>[9]</sup>最早提出在结构拓扑优化模型中施加周期性约束, 通过宏观结构优化获得最优微观材料构型。张卫红等<sup>[10-12]</sup>针对多孔材料的尺度效应和微结构构型的可设计性, 提出以宏观结构性能为目标、材料表征胞构型为变量的材料/结构尺度关联一体化设计方法。由于在宏观、微观两个尺度上分别进行优化设计, 导致计算量庞大。Huang 等<sup>[13]</sup>提出周期性约束下宏观结构优化设计的 ESO 法, 在一定程度上克服了计算量大的问题。Xie 等<sup>[14-15]</sup>系统考察了静动态优化问题中, 不同尺度下周期性结构的拓扑优化结果。阎军等<sup>[16-18]</sup>提出考虑均一微结构的结构/材料两级协同优化方法。刘远东等<sup>[19-20]</sup>实现了基于同一微结构的材料/结构多目标拓扑优化的静动力优化设计, 比较了材料设计和结构设计的侧重点以及一体化设计的优势。

常见的均匀化法、变密度法通常采用结构响应量如柔顺度等作为目标函数, 设定体积比约束。当采用单元相对密度为设计变量时, 体积比约束函数灵敏度为正常数, 该性质具有稳定优化求解的优势, 但体积比设置具有任意性。ICM 法以重量最小为目标, 以结构响应量如节点位移为约束, 这种建模方式不仅符合工程实际的要求, 而且在建模方式上保持了与低层状优化问题如形状优化、尺寸优化的一致性, 拓扑优化结果不仅仅得到最优传力(热)路径上的材料分布, 而且得到传力(热)路径上的结构尺寸大小。优化建模时, 对结构总重量和响应量进行高精度近似, 配合二次规划算法求解, 优化迭代具有稳健、高效的优点。因此本文采用 ICM 法建立周

期性传热结构拓扑优化模型。通过求解偏微分方程提高过滤效率并保证过滤前后约束函数的成立性。将结构划分为周期性子区域, 通过散热弱度贡献系数再分配实现了结构周期性约束。采用二维数值算例, 重点考察不同宏观结构条件对优化后的材料微结构影响, 讨论并对比分析了不同尺度、不同加热位置以及多工况下的拓扑优化结果。

## 1 基于 ICM 法的传热结构拓扑优化建模与求解

ICM 法以独立于单元具体物理参数的变量来表征单元的有无, 单元重量和热传导阵与拓扑变量  $t_i$  间的关系分别采用不同的过滤函数识别如下:

$$w_i = f_w(t_i)w_i^0, \quad k_i = f_k(t_i)k_i^0 \quad (1)$$

常见的过滤函数形式可以为幂函数、复合指数函数等<sup>[21-24]</sup>, 这里采用幂函数形式的过滤函数, 则有:

$$f_w(t_i) = t_i^{\alpha_w}, \quad f_k(t_i) = t_i^{\alpha_k} \quad (2)$$

式中  $\alpha_w$  和  $\alpha_k$  为惩罚参数, 参考文献[25], 参数取值  $\alpha_w = 2$ ,  $\alpha_k = 5$ 。

已知传热结构有限元方程为:

$$KT = P \quad (3)$$

式中:  $K$  为总热传导矩阵;  $T$  为温度载荷列阵;  $P$  为热流率列阵。定义散热弱度为  $U = T^T K T$ <sup>[26]</sup>, 则传热结构拓扑优化模型为:

$$\begin{cases} \min : W = \sum_{i=1}^N f_w(t_i)w_i^0 \\ \text{s.t. } U_j(t) \leq \bar{U}_j, \quad j = 1, 2, \dots, J \\ t_i \leq t_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $U_j$  和  $\bar{U}_j$  分别为  $j$  工况下的散热弱度和许用散热弱度;  $J$  和  $N$  分别为工况总数和设计域内单元总数;  $t_i$  为拓扑变量下限, 用于避免有限元分析奇异性, 这里取值  $t_i = 0.1$ 。

令设计变量  $x_i$  与拓扑变量  $t_i$  关系为:

$$x_i = \frac{1}{f_k(t_i)} = \frac{1}{t_i^{\alpha_k}} \quad (5)$$

由式(1)可得:

$$k_i = k_i^0 / x_i \quad (6)$$

由式(6)可得:

$$\frac{\partial k_i}{\partial x_i} = -\frac{k_i^0}{x_i^2} = -\frac{k_i}{x_i} \quad (7)$$

采用伴随灵敏度推导易得散热弱度灵敏度表达式为:

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} = -\mathbf{T}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{T} \quad (8)$$

由式(7)~式(8)可得:

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} = -\mathbf{T}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{T} = \mathbf{T}_i^T \frac{k_i}{x_i} \mathbf{T}_i = \frac{U_i}{x_i} \quad (9)$$

式中  $\mathbf{T}_i$  和  $U_i$  分别为单元温度列阵和单元散热弱度值。由式(9)可知, 散热弱度敏度计算可以通过提取结构分析结果并采用代数运算得到, 无需对单元热传导矩阵数据进行存储和操作。

散热弱度的一阶泰勒展开式为:

$$U_j(x) \approx U_j(\mathbf{x}^{(k)}) + \sum_{i=1}^N \frac{\partial U_j}{\partial x_i} (x_i - x_i^{(k)}) = U_j(\mathbf{x}^{(k)}) + \sum_{i=1}^N c_{ij} (x_i - x_i^{(k)}) \quad (10)$$

式中  $c_{ij}$  为  $j$  工况下  $i$  单元的敏度, 由式(9)可得

$U_j(\mathbf{x}^{(k)}) = \sum_{i=1}^N c_{ij} x_i^{(k)}$ , 式(10)简化为:

$$U_j(x) \approx \sum_{i=1}^N c_{ij} x_i \quad (11)$$

令常数  $\alpha = \alpha_w / \alpha_k$ , 单元重量表达式为:

$$w_i = t_i^{\alpha_w} w_i^0 = w_i^0 / x_i^\alpha \quad (12)$$

则优化模型为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min : W = \sum_{i=1}^N w_i^0 / x_i^\alpha \\ \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^N c_{ij} x_i \leq \bar{U}_j, \quad j=1, 2, \dots, J \\ 1 \leq x_i \leq \bar{x}_i, \quad i=1, 2, \dots, N \end{array} \right. \quad (13)$$

式中  $\bar{x}_i = 1 / \underline{t}_i^{\alpha_k}$  为设计变量上限。式(13)为线性约束下目标非线性的数学规划, 假设结构设计域采用大小完全相同的规则单元离散, 忽略单元间的差别, 这里对目标函数进行二阶泰勒展开。由于优化求解的目的在于得到优化拓扑变量值并更新结构, 单元重量计算仍采用式(12)计算, 故而在二阶泰勒展开式中略去常数项, 得到二次规划模型:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min : W = \sum_{i=1}^N (b_i x_i^2 + a_i x_i) \\ \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^N c_{ij} x_i \leq \bar{U}_j, \quad j=1, 2, \dots, J \\ 1 \leq x_i \leq \bar{x}_i, \quad i=1, 2, \dots, N \end{array} \right. \quad (14)$$

式中:  $b_i = 0.5\alpha(\alpha+1) / (x_i^{(k)})^{\alpha+2}$ ;  $a_i = -\alpha(\alpha+1) / (x_i^{(k)})^{\alpha+1}$ ,  $x_i^{(k)}$  为第  $k$  轮优化迭代得到的变量值<sup>[25]</sup>。为了加快优化求解速度, 式(14)也可以采用离散性

目标函数以保证更快得到收敛解<sup>[27]</sup>。式(14)中设计变量数目庞大, 易导致优化求解困难, 可以基于对偶理论, 采用二次规划求解, 详细过程可参考文献[25,27]。优化求解得到最优值  $x^*$ , 根据式(5), 计算得到更新的拓扑变量值  $t^*$ , 并对结构进行修改, 进入下一循环, 直至满足收敛准则:

$$\Delta W = |(W^{(k+1)} - W^{(k)}) / W^{(k+1)}| \leq \varepsilon \quad (15)$$

式中  $W^{(k)}$  和  $W^{(k+1)}$  分别为前轮与本轮优化迭代的结构总重量, 收敛精度  $\varepsilon$  取值为  $10^{-4}$ 。

## 2 消除数值不稳定性和结构周期性约束实现

连续体结构拓扑优化结果中普遍存在着棋盘格现象和网格依赖性数值不稳定性问题, 基于图像处理技术的过滤方法在克服此问题中得到了广泛的应用。与文献[27]类似, 定义式(14)约束函数中的相关项为散热弱度贡献系数  $D_{ij} = c_{ij} x_i$ 。以  $D_{ij}$  为过滤对象, 若过滤后  $\bar{D}_{ij}$  满足  $\sum_{i=1}^N \bar{D}_{ij} = \sum_{i=1}^N D_{ij}$ , 则优化

模型式(14)中的约束方程左端值不变。图像过滤可以采用卷积、偏微分方程(Partial Differential Equation, PDE)<sup>[28-29]</sup>等方式实现。采用PDE的好处在于: 其一保证了过滤前后场函数总和保持不变; 其二PDE求解可以采用离散形式, 充分利用有限元求解器, 提高过滤效率。设散热弱度贡献系数场函数为  $\mathbf{D}$ , 则过滤后的场函数  $\bar{\mathbf{D}}$  采用满足 Neumann 边界条件并可表示为:

$$\left\{ \begin{array}{l} -R_{\min}^2 \nabla^2 \bar{\mathbf{D}} + \bar{\mathbf{D}} = \mathbf{D} \\ \frac{\partial \bar{\mathbf{D}}}{\partial n} = 0 \end{array} \right. \quad (16)$$

式中  $R_{\min}$  为PDE参数, 与常规过滤方法相比,  $R_{\min}$  与过滤半径值  $r_{\min}$  对应关系为<sup>[29]</sup>:

$$R_{\min} = r_{\min} / 2\sqrt{3} \quad (17)$$

为了获得具有周期性的结构拓扑形式, 如图1所示, 将整个平面结构划分为  $m_x \times m_y$  个子区域, 其中  $m_x$  和  $m_y$  分别为  $x$  轴和  $y$  轴方向子区域的数目, 子区域编号为  $1 \sim m_x \times m_y$ , 为了使得各子域具有相同的拓扑形式, 需在数学模型中设置额外的约束条件, 使之满足:

$$x_{(k,l)}^1 = x_{(k,l)}^2 = \dots = x_{(k,l)}^{m_x \times m_y} \quad (18)$$

式中上标代表子区域编号, 下标  $(k,l)$  表示该子区域第  $k$  行第  $l$  列单元。

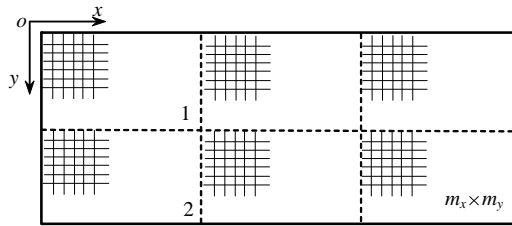


图1 周期性结构示意图

Fig.1 Illustration of periodic structure

由式(14)可知, 优化求解后的设计变量值取决于  $c_{ij}$ , 与文献[30]类似, 这里通过重分配模型式(14)中  $c_{ij}$  值实现周期性约束。为了保证约束方程成立, 要求修改前后的  $D_{ij}$  总和不变, 则考虑周期性约束的修正散热弱度贡献系数表达为:

$$\tilde{D}_{(k,l)}^1 = \tilde{D}_{(k,l)}^2 = \dots = \tilde{D}_{(k,l)}^{m_x \times m_y} = \frac{1}{m_x \times m_y} \sum_{s=1}^{m_x \times m_y} \bar{D}_{(k,l)}^s \quad (19)$$

由式(19)重新计算敏度值并进行优化求解, 其数学表达式为:

$$c_{ij} = \tilde{D}_{ij} / x_i \quad (20)$$

为了得到清晰化的拓扑优化结果, 可采用如下优化求解策略:

1) 在未得到最优拓扑优化结构之前, 使用 PDE 描述的过滤方法消除数值不稳定性问题。当收敛精度  $\varepsilon \leq 5 \times 10^{-4}$  后, 表明已经接近最优拓扑结构。

2) 当已经接近最优拓扑结构时, 不再使用过滤方式, 以便充分发挥结构优化潜力, 得到清晰 0~1 最优拓扑图形。

3) 用阈值  $t=0.5$  对拓扑变量从连续向离散反演, 以得到完全 0 或 1 的最优拓扑构型。

### 3 数值算例分析与讨论

本节采用二维拓扑优化算例验证提出方法的可行性和有效性, 算例在 MATLAB2010 环境中编

程实现<sup>[31]</sup>。算例忽略结构尺寸、材料的单位。采用平面四节点方形单元离散结构, 单元边长为 1。设结构密度值为 1, 采用结构体积值替代结构重量。

算例 1. 如图 2 所示, 平面结构尺寸为  $180 \times 180$ , 材料具有正交异性热传导率  $k_x=10$  和  $k_y=20$ 。四角点给定恒定温度为 0。以左上角点为坐标原点, 加热点位置坐标为(45,45), 热流密度为 10, 初始结构散热弱度值为 14.74。设许用散热弱度为 25, 过滤半径为 2。假设  $x$  和  $y$  方向采用相同的循环周期数, 假设循环周期数分别为 2、3、4、5、6、9、10 和 12, 则不同循环周期数下的整体结构最优拓扑构型如图 3 所示, 拓扑优化结果如表 1 所示。

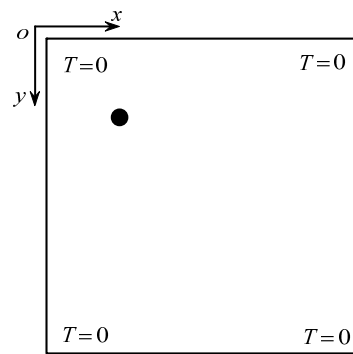


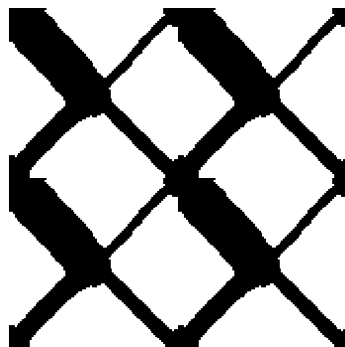
图2 受热平板

Fig.2 Heated plate

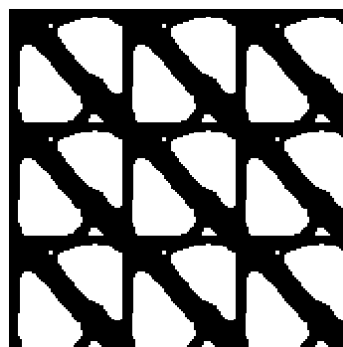
表 1 不同循环周期数下的优化结果对比

Table 1 Comparison of optimal results with different periodic numbers

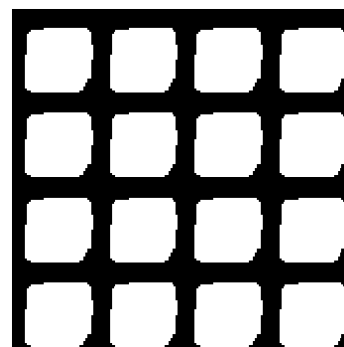
循环周期次数	迭代步数	最优结构体积	最优结构散热弱度
2	42	$1.3349 \times 10^4$	24.9865
3	49	$1.7319 \times 10^4$	24.9946
4	41	$1.5968 \times 10^4$	24.9780
5	60	$1.7415 \times 10^4$	24.9453
6	49	$1.8621 \times 10^4$	24.9993
9	58	$1.9260 \times 10^4$	25.0000
10	50	$2.0120 \times 10^4$	24.9996
12	53	$1.9536 \times 10^4$	25.0091



(a)  $m_x=m_y=2$



(b)  $m_x=m_y=3$



(c)  $m_x=m_y=4$

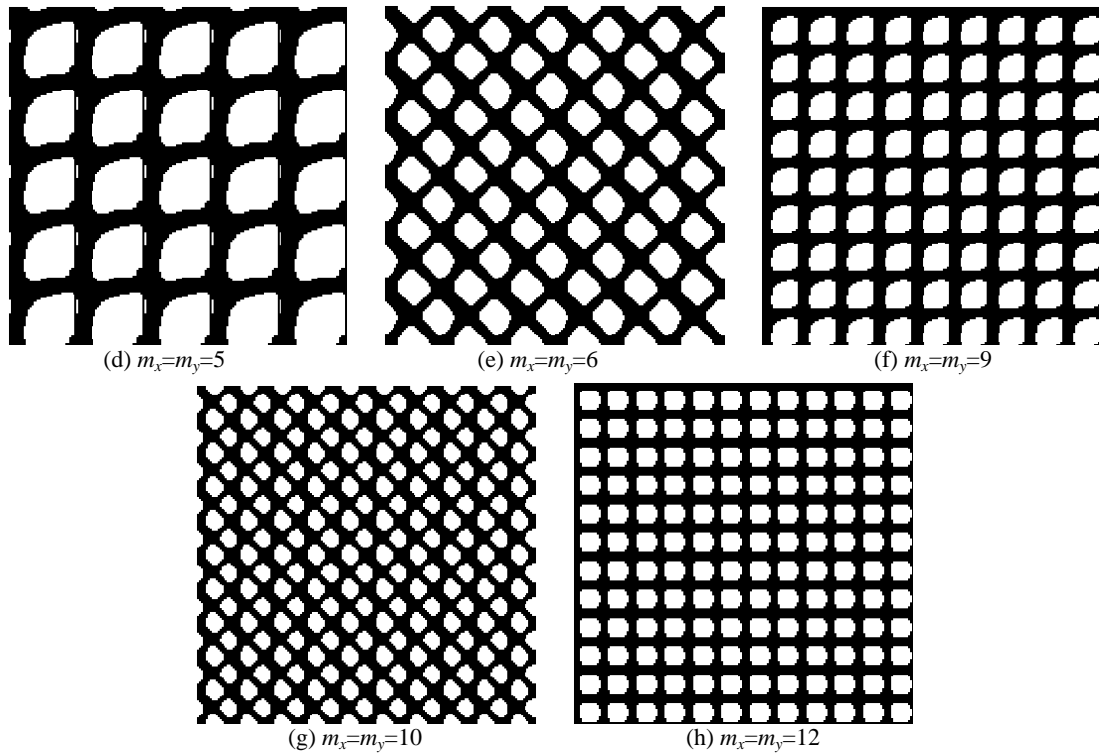


图 3 不同循环周期数下的最优拓扑构型

Fig.3 Optimal topological configurations with different periodic numbers

由图 3 可知，不同循环周期下的最优拓扑构型不同。对于相同的结构尺寸，循环周期数对应了微孔材料尺度，故而优化结果反映了材料微结构尺度对优化结果的影响。

**算例 2.** 基本数据与算例 1 一致，设材料具有正交异性热传导率  $k_x=10$  和  $k_y=40$ ，初始结构散热弱度值为 10.61，设循环周期数分别为 6 和 10，则不同循环周期下的最优拓扑构型如图 4 所示，拓扑优化结果如表 2 所示。

表 2 不同循环周期数下的优化结果

Table 2 Comparison of optimal results with different periodic numbers

循环周期次数	迭代步数	最优结构体积	最优结构散热弱度
6	52	$1.5208 \times 10^4$	24.9998
10	53	$1.5141 \times 10^4$	25.0000

由图 3~图 4 对比可知，当材料在不同方向的导热性变化时，会明显改变最优材料微结构形式。

**算例 3.** 基本数据与算例 1 一致，加热点位置为 (105,75)，初始结构散热弱度值为 14.55，则不同循环周期下的最优拓扑构型如图 5 所示，拓扑优化结果如表 3 所示。

算例 1 和算例 3 中加载位置边界条件不同，且初始结构散热弱度值差别不大，由图 3 和图 5 对比可知，不同循环周期次数下的拓扑优化结果会有所不同，这说明在进行材料微结构的优化设计时，考

虑宏观结构受热方式具有必要性。在  $m_x=m_y=3$  等情况下，材料微结构中会出现小的分支结构，从而影响了微孔材料的可加工性，本文方法在可加工性方面需进一步改进。

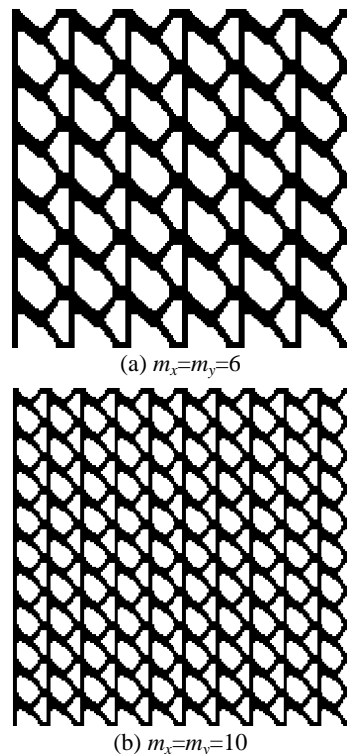


图 4 不同循环周期数下的最优拓扑构型

Fig.4 Optimal topological configurations with different periodic numbers

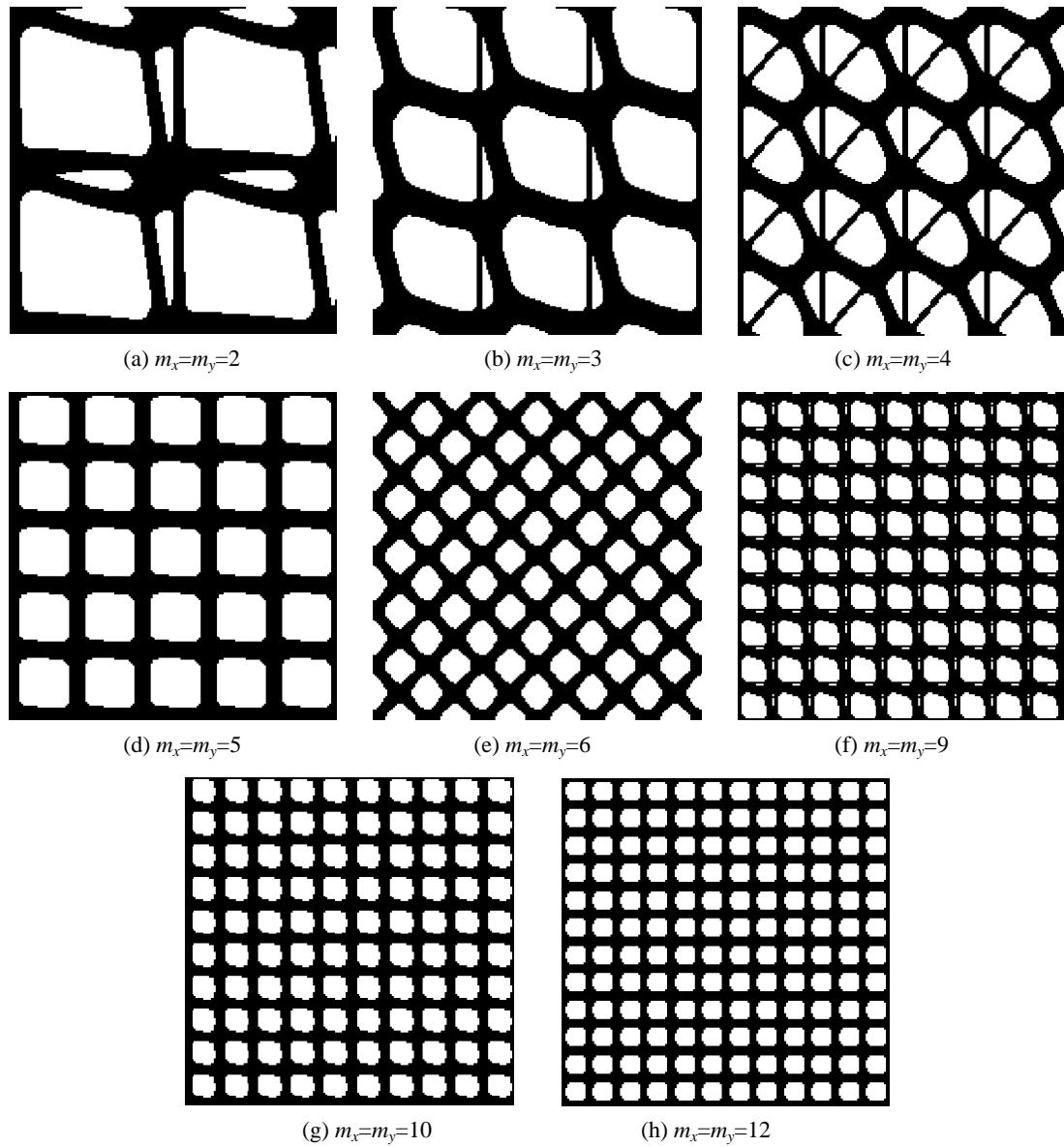


图 5 不同循环周期数下的最优拓扑构型

Fig.5 Optimal topological configurations with different periodic numbers

表 3 不同循环周期数下的优化结果

Table 3 Comparison of optimal results with different periodic numbers

循环周期次数	迭代步数	最优结构体积	最优结构散热弱度
2	45	$1.5499 \times 10^4$	24.9990
3	43	$1.6273 \times 10^4$	24.9554
4	47	$1.7796 \times 10^4$	24.9982
5	41	$1.6880 \times 10^4$	24.9997
6	53	$1.8703 \times 10^4$	24.9996
9	60	$1.9639 \times 10^4$	25.0000
10	52	$1.9339 \times 10^4$	25.0000
12	43	$1.9440 \times 10^4$	24.9956

算例 4. 基本数据与算例 1 一致, 工况 1 如算例 1 描述, 工况 2 如算例 3 描述, 设两工况下的许用散

热弱度均为 25, 则不同循环周期下的最优拓扑构型如图 6 所示, 拓扑优化结果如表 4 所示。

表 4 不同循环周期数下的优化结果

Table 4 Comparison of optimal results with different periodic numbers

循环周期次数	迭代步数	最优结构体积	最优结构散热弱度
2	42	$1.4713 \times 10^4$	24.9995/24.9997
3	48	$1.7033 \times 10^4$	24.9993/24.6577
4	51	$1.7798 \times 10^4$	23.4989/24.9817
5	45	$1.7485 \times 10^4$	24.9996/24.9996
6	48	$1.8769 \times 10^4$	24.9538/25.0000
9	44	$1.9624 \times 10^4$	24.7663/25.0000
10	64	$2.0055 \times 10^4$	25.0061/25.0000
12	41	$1.9674 \times 10^4$	24.9844/24.9998

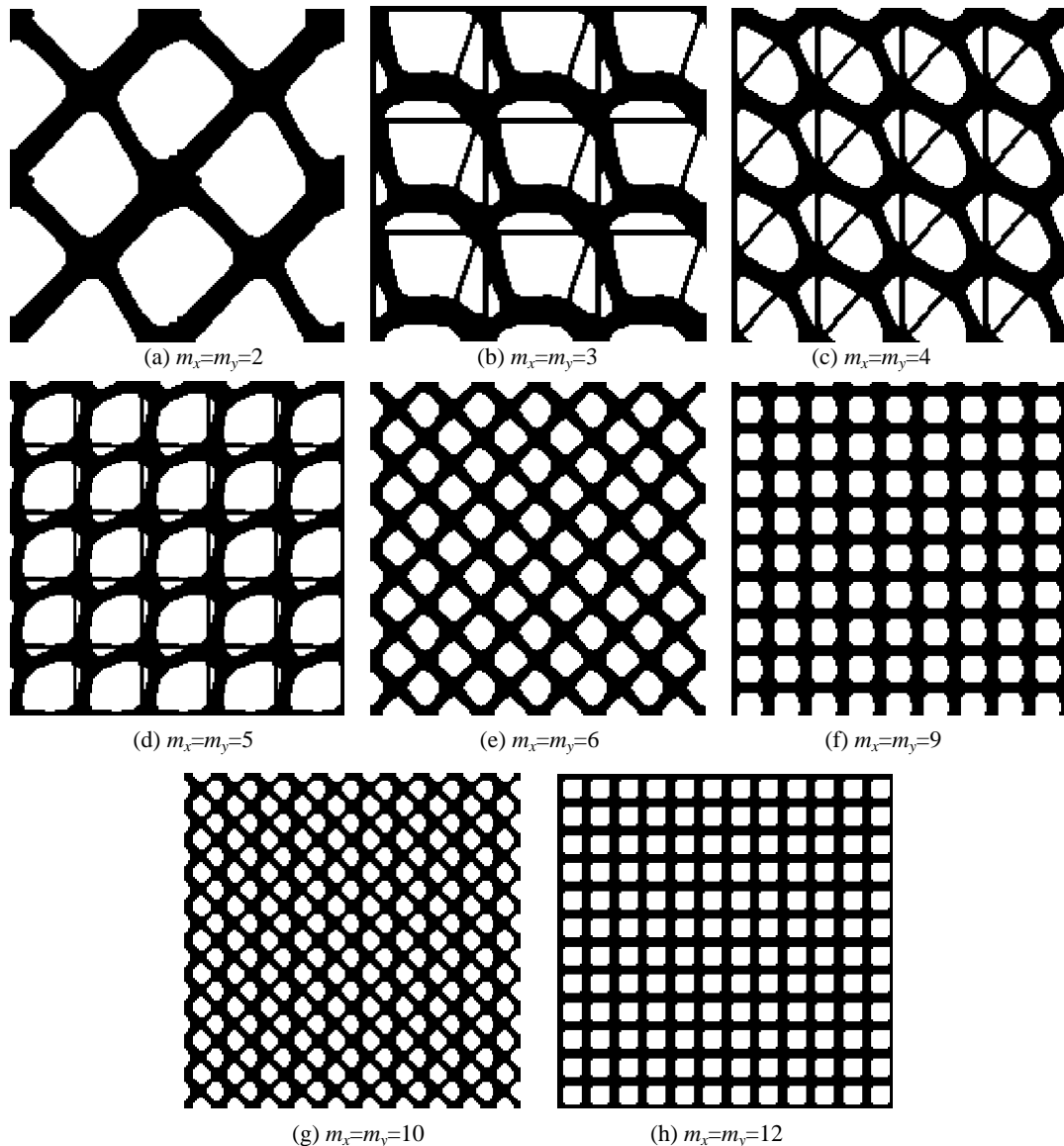


图6 不同循环周期数下的最优拓扑构型

Fig.6 Optimal topological configurations with different periodic numbers

由图3、图5和图6对比可知,多工况多约束下的拓扑优化结果同单工况结果有所区别,表明了多工况多约束会改变微孔结构形式。当循环周期数增加到12时,单工况和多工况下的拓扑优化结果具有趋同的趋势。

#### 4 结论

通过周期性约束下宏观结构的拓扑优化建模,实现了传热性微观复合材料优化设计。基于ICM法建立了宏观结构重量最小化和散热弱度约束的拓扑优化模型。通过求解PDE的过滤方法和周期性约束对散热弱度贡献系数进行了重分配,消除了拓扑优化数值不稳定性并满足结构周期性约束。通过二维算例分析对比了不同循环周期次数、加热位置以

及多工况约束下的拓扑优化结果,设计出导热性能良好的材料微结构,有效地验证所提方法的可行性和有效性。材料微结构会出现小的分支结构而影响其可加工性,这是本文方法需要进一步解决的关键问题之一。

#### 参考文献:

- [1] Bendsoe M P, Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1988, 71(2): 197-224.
- [2] Rozvany RIN. A critical review of established methods of structural topology optimization [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2009, 37(3): 217-237.
- [3] Sigmund O, Maute K. Topology optimization approaches

- [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2013, 48(6): 1030–1055.
- [4] Deaton J D, Grandhi R V. A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: Post 2000 [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014, 49(1): 1–38.
- [5] Guo Xu, Cheng Gengdong. Recent development in structural design and optimization [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2010, 26(6): 807–823.
- [6] Sigmund O. Materials with prescribed constitutive parameters — an inverse homogenization problem [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1994, 31(17): 2313–2329.
- [7] Sigmund O, Torquato S. Design of materials with extreme thermal expansion using a three-phase topology optimization method [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1997, 45(6): 1037–1067.
- [8] 王凤稳, 张卫红, 孙士平, 等. 多相材料传热微结构的多目标优化设计[J]. *力学学报*, 2007, 39(5): 708–713.  
Wang Fengwen, Zhang Weihong, Sun Shiping, et al. Multi-objective design of the multi-phase microstructure for thermal conductivity optimization [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2007, 39(5): 708–713. (in Chinese)
- [9] Moses E, Fuchs M B, Ryvkin M. Topological design of modular structures under arbitrary loading [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2002, 24(6): 407–417.
- [10] Zhang Weihong, Sun Shiping. Scale-related topology optimization of cellular materials and structures [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2006, 68(9): 993–1011.
- [11] 张卫红, 孙士平. 多孔材料/结构尺度关联的一体化拓扑优化技术[J]. *力学学报*, 2006, 38(4): 522–529.  
Zhang Weihong, Sun Shiping. Integrated design of porous materials and structures with scale-coupled effect [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2006, 38(4): 522–529. (in Chinese)
- [12] 张卫红, 汪雷, 孙士平. 基于导热性能的复合材料微结构拓扑优化设计[J]. *航空学报*, 2006, 27(6): 1229–1233.  
Zhang Weihong, Wang Lei, Sun Shiping. Topology optimization for microstructures of composite materials based on thermal conductivity [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2006, 27(6): 1229–1233. (in Chinese)
- [13] Huang X, Xie Y M. Optimal design of periodic structures using evolutionary topology optimization [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2008, 36(6): 597–606.
- [14] Zuo Z H, Xie Y M, Huang X D. Optimal topological design of periodic structures for natural frequencies [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2011, 137(10): 1229–1240.
- [15] Xie Y M, Zuo Z H, Huang X D, et al. Convergence of topological patterns of optimal periodic structures under multiple scales [J]. *Structural Optimization*, 2012, 46(1): 41–50.
- [16] 阎军, 刘岭, 刘晓峰, 等. 考虑尺寸效应的模块化结构两层优化设计[J]. *力学学报*, 2010, 42(2): 268–274.  
Yan Jun, Liu Ling, Liu Xiaofeng, et al. Concurrent hierarchical optimization for structures composed of modules considering size effects [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2010, 42(2): 268–274. (in Chinese)
- [17] Yan Jun, Cheng Geng Dong, Liu Ling. A uniform optimum material based model for concurrent optimization of thermoelastic structures and materials [J]. *International Journal for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization*, 2008, 2(4): 259–266.
- [18] Liu Bin, Yan Jun, Cheng Gengdong. Optimum structure with homogeneous optimum cellular material for maximum fundamental frequency [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2009, 39(2): 115–132.
- [19] 刘远东, 尹益辉, 郭中泽. 静态力学条件下多孔金属的材料/结构多级优化设计研究[J]. *中国科学: 技术科学*, 2012, 42(10): 1172–1178.  
Liu Yuandong, Yin Yihui, Guo Zhongze. Static and dynamic design based on hierarchical optimization for materials and structure of porous metals [J]. *Sci China Tech Sci*, 2012, 42(10): 1172–1178. (in Chinese)
- [20] 刘远东, 尹益辉, 郭中泽. 尺度关联的微结构构型与排布的材料/结构动力学设计[J]. *复合材料学报*, 2011, 28(4): 180–184.  
Liu Yuandong, Yin Yihui, Guo Zhongze. Dynamic design associating materials and structures with scale-couple effect [J]. *Acta Material Composite Sinica*, 2011, 28(4): 180–184. (in Chinese)
- [21] 隋允康, 叶红玲, 刘建信, 等. 追求根基的结构拓扑优化方法[J]. *工程力学*, 2008, 25(增刊): 7–19.  
Sui Yunkang, Ye Hongling, Liu Jianxin, et al. A structural topological optimization method based on exploring conceptual root [J]. *Engineering Mechanics*, 2008, 25(Suppl): 7–19. (in Chinese)
- [22] 隋允康, 铁军. 结构拓扑优化 ICM 显式化与抛物型凝聚函数对于应力约束的集成化[J]. *工程力学*, 2012, 27(增刊): 124–134.  
Sui Yunkang, Tie Jun. The ICM explicitation approach to the structural topology optimization and the integrating approach to stress constraints based on the parabolic aggregation function [J]. *Engineering Mechanics*, 2012, 27(Suppl): 124–134. (in Chinese)
- [23] 隋允康, 宣东海, 尚珍. 连续体结构拓扑优化的高精度逼近 ICM 方法[J]. *力学学报*, 2011, 43(4): 716–724.  
Sui Yunkang, Xuan Donghai, Shang Zhen. ICM method with high accuracy approximation for topology



- optimization of continuum structures [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2011, 43(4): 716–724. (in Chinese)
- [24] 叶红玲, 沈静娴, 隋允康. 频率约束的三维连续体结构动力拓扑优化设计[J]. 力学学报, 2012, 44(6): 1037–1045.  
Ye Hongling, Shen Jingxian, Sui Yunkang. Topological optimal design of three-dimensional continuum structures with frequencies constraints based on ICM method [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2012, 44(6): 1037–1045. (in Chinese)
- [25] 隋允康, 彭细荣. 结构拓扑优化 ICM 方法的改善[J]. 力学学报, 2005, 37(2): 190–198.  
Sui Yunkang, Peng Xirong. The improvement for the ICM method of structural topology optimization [J]. Acta Mechanica Sinica, 2005, 37(2): 190–198. (in Chinese)
- [26] 左孔天, 陈立平, 张云清, 等. 用拓扑优化方法进行热传导散热体的结构优化设计[J]. 机械工程学报, 2005, 41(4): 13–16.  
Zuo Kongtian, Chen Liping, Zhang Yuqing, et al. Structural optimal design of heat conductive body with topology optimization method [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(4): 13–16. (in Chinese)
- [27] Sui Yunkang, Peng Xirong. The ICM method with objective function transformed by variable discrete condition for continuum structure [J]. Acta Mech Sinica, 2006, 22(1): 68–75.
- [28] Kawamoto A, Matsumori T, Yamasaki S, et al. Heaviside projection based on topology optimization by a PDE-filtered scalar function [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2011, 44(1): 19–24.
- [29] Lazarov BS, Sigmund O. Filters in topology optimization based on Helmholtz-type differential equations [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2011, 86(6): 765–781.
- [30] 焦洪宇, 周奇才, 李文军, 等. 基于变密度法的周期性拓扑优化[J]. 机械工程学报, 2013, 49(13): 132–138.  
Jiao Hongyu, Zhou Qicai, Li Wenjun, et al. Periodic topology optimization using variable density method [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(13): 132–138. (in Chinese)
- [31] Andreassen E, Clausen A, Schevenels M, et al. Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2011, 43(1): 1–16.

(上接第 226 页)

- [6] Leutwyler Z, Dalton C. A CFD study of the flow field, resultant force, and aerodynamic torque on a symmetric disk butterfly valve in a compressible fluid [J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2008, 130(021302): 1–10.
- [7] 赵建波, 司秀勇, 白象忠. 电磁轨道发射过程中电枢运动特性参量的一种简捷算法[J]. 工程力学, 2012, 29(10): 372–377.  
Zhao Jianbo, Si Xiouyong, Bai Xiangzhong. A simple algorithm for the armature's motion parameters during railgun's launch process [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(10): 372–377. (in Chinese)
- [8] Kitio C A, Nataraj K C. Modeling and dynamic analysis of a magnetically actuated butterfly valve [J]. Springer, 2012, 70: 435–451.
- [9] 秦曾煌. 电工学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1981: 92–96.  
Qin Cenghuang. Electrotechnician [M]. Beijing: Higher Education Press, 1981: 92–96. (in Chinese)
- [10] 张义民, 闻邦椿. 非线性随机振动机的动力学研究[J]. 工程力学, 1999, 16(3): 100–104.  
Zhang Yi, Wen Bangchun. Dynamic behavior of nonlinear stochastic vibration machine [J]. Engineering Mechanics, 1999, 16(3): 100–104. (in Chinese)
- [11] 范邦达. 蝶阀的流量特性系数[J]. 流体工程, 1985, 13(11): 25–28.  
Fan Bangda. Flow coefficient of butterfly valve [J]. Fluid Engineering, 1985, 13(11): 25–28. (in Chinese)