

文章编号: 1000-4750(2015)06-0022-06

# CSM 在基于 Lamb 波的结构损伤检测中的应用

张 宇<sup>1,2</sup>, 闫云聚<sup>1</sup>, 余 龙<sup>1</sup>, 裘著有<sup>1,3</sup>

(1. 西北工业大学力学与土木建筑学院, 西安 710129; 2. 西安财经学院工程管理系, 西安 710100; 3. 辽宁工业大学理学院, 辽宁, 锦州 121001)

**摘 要:** 在基于 Lamb 波的结构损伤检测中往往不可避免地遇到结构中多个损伤引起的反射波信号相干问题而对检测精度造成影响。考虑到阵列信号处理中的空间谱估计可以对信号源进行辨别和定位, 尤其是在信号的波达方向(Direction of Arrival, DOA)估计上的优越性, 将其应用于基于 Lamb 波的结构损伤检测中以获得准确的结构损伤信息。于是, 该文采用空间谱估计中相干信号子空间方法(Coherent Signal Subspace Method, CSM)解决了相干信号问题。以一个损伤结构的仿真分析为例, 验证了 CSM 方法在基于 Lamb 波的结构损伤检测中处理相干信号的可行性。结果表明, 无论是结构损伤和边界反射引起的信号相干或两个结构损伤引起的信号相干, 依然可以通过该方法获得准确的结构损伤信息。

**关键词:** 阵列信号处理; 空间谱估计; Lamb 波; CSM; DOA; 结构损伤检测

中图分类号: TU317 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2013.12.1159

## APPLICATION OF CSM IN LAMB WAVE BASED STRUCTURAL DAMAGE DETECTION

ZHANG Yu<sup>1,2</sup>, YAN Yun-ju<sup>1</sup>, YU Long<sup>1</sup>, XI Zhu-you<sup>1,3</sup>

(1. School of Mechanics and Civil &amp; Architecture, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China;

2. Department of Engineering Management, Xi'an University of Finance and Economics, Xi'an 710100, China;

3. School of Science, Liaoning University of Technology, Jinzhou, Liaoning 121001, China)

**Abstract:** Signals reflected by structural damage are inevitably coherent during wave propagation in Lamb wave based structural damage detection, which will decrease detection accuracy. Considering the superiority of spatial spectrum estimation in signal source identification and location, especially in the signal direction of arrival(DOA), spatial spectrum estimation was applied to locate structural damage so as to obtain accurate damage information in Lamb based structural damage detection. Thus, a coherent signal subspace method(CSM) in spatial spectrum estimation was developed so as to solve coherent signal problems. The numerical simulation of a damaged aluminum plate illustrated the feasibility of the CSM in the spatial spectrum estimation of coherent signals. It indicates that no matter the coherent signals were reflected by the boundary and structural damage or the two types of damage, all the structural damage information could be well obtained by this method.

**Key words:** array signal processing; spatial spectrum estimation; Lamb wave; CSM; DOA; structural damage detection

收稿日期: 2013-12-13; 修改日期: 2014-09-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(50905141); 高等学校博士学科点专项基金项目(优先发展领域)(2012610213004); 新世纪优秀人才计划项目(NECT-10-0078); 西北工业大学基础研究基金项目(NPU-FFR-JC20110258)

通讯作者: 张 宇(1984—), 男, 陕西人, 博士生, 主要从事结构损伤检测研究(E-mail: yuzhangzy@126.com).

作者简介: 闫云聚(1954—), 男, 山东人, 教授, 博士, 博导, 主要从事结构损伤和振动检测的理论及技术及声振耦合研究(E-mail: yjyan\_2895@nwpu.edu.cn);

余 龙(1976—), 男, 甘肃人, 副教授, 博士, 主要从事结构健康监测、信号分析和数据挖掘研究(E-mail: dryulong@gmail.com);

裘著有(1962—), 男, 辽宁人, 副教授, 博士生, 主要从事结构损伤检测研究(E-mail: xizhuyou62@163.com).

Lamb 波具有传播距离长、衰减小, 对结构损伤或边界的干扰非常敏感等优点, 基于 Lamb 波方法的损伤检测具有成本相对较低、简便实用、经济高效而且精确可靠的特点, 现已成为大型结构的损伤检测中的研究热点<sup>[1-2]</sup>。Yu 等<sup>[3]</sup>利用相控阵方法通过改变 Lamb 波的波束方向对带有缺陷的平板进行检测并用试验进行了验证。王强等<sup>[4]</sup>利用 Lamb 波和成像技术进行结构损伤监测。Staszewski 等<sup>[5]</sup>对航空复合材料结构中的冲击损伤进行 Lamb 波检测。孙虎等<sup>[6]</sup>结合谱元法分析了含裂纹梁的传播特性。

另一方面, 阵列信号处理通过布置传感器阵列来接收空间信号, 对空间信号实现参数估计已经被广泛应用于通信、雷达、医学诊断、声呐等领域<sup>[7-8]</sup>。阵列信号处理的目的是通过对阵列接收的信号进行处理, 增强所需信号, 抑制无用的干扰和噪声, 从而提取信号所包含的信息。尤其是阵列信号处理中的空间谱估计可以利用阵列天线对空间信号的波达方向(Direction of Arrival, DOA)进行估计, 即对信号源进行辨别和定位。至今, 以多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)算法<sup>[9]</sup>为代表的许多方法得到了广泛的应用。然而, 这些方法大多以窄带信号且波源信号不相干为假定, 于是, 这使其在信息量更大、更有利于目标检测的宽带信号中的应用受到了限制。当波源信号相干时很多传统方法已不再适用, 因此选择相干信号子空间方法<sup>[10]</sup>(Coherent Signal Subspace Method)来解决信号相干问题, 从而达到对波达方向估计的目的。

本文利用空间谱估计在波达方向估计上的优越性能, 将其引用到基于 Lamb 波的结构损伤检测中。首先, 在结构上按照均匀线阵方式布置传感器

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \exp(-j\pi \sin \theta_1) & \exp(-j\pi \sin \theta_2) & \cdots & \exp(-j\pi \sin \theta_k) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \exp(-j\pi(M-1)\sin \theta_1) & \exp(-j\pi(M-1)\sin \theta_2) & \cdots & \exp(-j\pi(M-1)\sin \theta_k) \end{bmatrix} \quad (2)$$

从式(2)可以看出, 均匀线阵的阵列流形具有范德蒙德结构, 这种特殊的结构使得均匀线阵具有许多良好的性能。

假定一个由  $M$  个阵元组成的平面线阵, 有  $D(D < M)$  个远场窄带平面波信号源从  $D$  个方向  $\Theta_D = [\theta_1, \cdots, \theta_d, \cdots, \theta_D]$  入射到该基阵。这  $M$  个阵元接收到数据的写成矩阵形式为<sup>[12]</sup>:

$$x(n) = A(\Theta_D)s(n) + n(n) \quad (3)$$

其中:  $A(\Theta_D) = [a(\theta_1), a(\theta_2), \cdots, a(\theta_D)]$  是  $M \times D$  维阵

阵列激励并接收 Lamb 波信号。当接收到两个信号源且相干时, 如损伤反射引起的 Lamb 波和边界反射信号相干或两个损伤引起的反射波信号相干, 采用 CSM 方法, 利用聚焦矩阵对信号进行解相干处理后再对信号采用经典 MUSIC 算法进行波达方向估计, 从而获得结构损伤位置信息, 得到了理想的结果。

## 1 MUSIC 算法介绍

本文以均匀线阵为例, 其所有阵元排列在一条直线上, 且各阵元间距相同, 如图 1 所示。

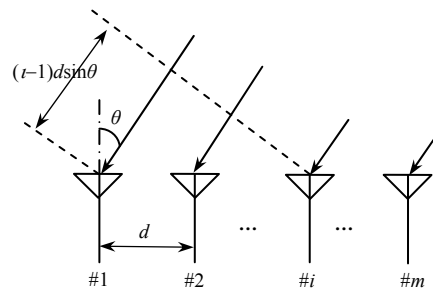


图 1 均匀线阵示意图

Fig.1 Schematics of a uniform linear array

一般选第一个阵元为参考阵元, 阵元间距为  $d$ , 信号入射方位角定义为信号入射方向与阵列法线方向的夹角  $\theta$ ,  $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ 。因此, 信号到达第  $i$  个阵元时相对参考阵元的时延为:

$$\tau_i = \frac{(i-1)d \sin \theta}{c} \quad (1)$$

其中,  $c$  为波速。一般情况下, 线阵中为了消除栅瓣的影响<sup>[11]</sup>, 选取  $d = \lambda/2$ ,  $\lambda$  为波长。信源个数为  $k$  时, 均匀线阵的阵列流形为:

列流形矩阵;  $s(n) = [s_1(n), s_2(n), \cdots, s_D(n)]^T$  是  $D \times 1$  维信号源向量;  $n(n)$  是  $M \times 1$  维噪声向量, 一般假设信号与噪声不相关。数据协方差矩阵可以表示为:

$$R_x = E\{xx^H\} = A(\Theta_D)R_s A^H(\Theta_D) + R_n \quad (4)$$

$$R_n = \sigma_n^2 I \quad (5)$$

其中:  $R_s$  与  $R_n$  分别为  $D \times D$  维信号协方差矩阵与  $M \times M$  维噪声协方差矩阵;  $\sigma_n^2$  是高斯白噪声情况下的噪声功率。协方差矩阵  $R_x$  为正定的埃尔米特矩阵, 对其进行特征分解:

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{E} \mathbf{A} \mathbf{E}^H \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{A}$  是降序排列的特征值构成的对角阵。

同时,  $\mathbf{E} = [\mathbf{E}_s, \mathbf{E}_n]$  是协方差矩阵的特征向量,  $\mathbf{E}_s$  与  $\mathbf{E}_n$  分别是由较大的  $D$  个特征值与较小的  $M-D$  个特征值对应的特征向量组成的信号子空间和噪声子空间。从而, 可以得出  $M-D$  个最小特征值对应的特征矢量与矩阵  $\mathbf{A}$  的  $D$  个信号的导向矢量正交:

$$\{\mathbf{a}(\theta_1) \cdots \mathbf{a}(\theta_D)\} \perp \{\mathbf{e}_{D+1} \cdots \mathbf{e}_M\} \quad (7)$$

MUSIC 算法就是通过寻找与小特征值对应的特征矢量最接近正交的导向向量, 从而估计出与接收信号相关的方向导引矢量, 进而得到信号的 DOA 估计值。

阵元域 MUSIC 方位谱函数为:

$$P(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H \mathbf{a}(\theta)}, \quad \theta \in \Theta \quad (8)$$

式中,  $\Theta$  表示观察扇面。

让  $\theta$  在观察扇面内扫描, 计算出式(8)在各扫描方位对应的函数值, 该函数值出现峰值的方位即为信号方位估计值。在图 1 所示中,  $\theta$  即为信号波达方向。

## 2 相干信号子空间处理算法

虽然 MUSIC 算法具有良好的估计性能, 但仅是针对窄带信号且信源信号不相干而言。由于 Lamb 波频散效应的影响<sup>[13]</sup>, 其信号可以看作是一种时域频率范围较宽, 具有频散特性并且包含大量信息的宽带信号。这种宽带信号频段的宽范围造成的相位差别无法忽略, 因此使用单纯的 MUSIC 算法并不能适用与基于 Lamb 波的结构损伤检测中。同时, Lamb 波在结构上传播过程中, 不可避免地会遇到不同边界或损伤引起的反射波叠加而造成的信号相干, 从而采用 CSM 算法可以有效地解决信号相干问题。

宽带阵列信号一般用频域模型来表示, 若观察时间为  $T_0$ , 将其分为  $K$  个子段, 再对每个子段作  $J$  点的傅里叶变换, 时域下式(3)变换得到了通常意义下的宽带信号模型:

$$\mathbf{X}_k(f_j) = \mathbf{A}(f_j, \theta) \mathbf{S}_k(f_j) + \mathbf{N}(f_j), \quad j=1, 2, \dots, J; \quad k=1, 2, \dots, K \quad (10)$$

式(10)中:  $\mathbf{X}_k(f_j)$  和  $\mathbf{N}_k(f_j)$  是  $M \times 1$  维矢量;  $\mathbf{S}_k(f_j)$  是  $K \times 1$  维矢量, 分别为频点  $f_j$  下的接收数据矢量、

噪声矢量和接收信号矢量。  $\mathbf{A}(f_j, \theta)$  是  $M \times K$  维方向矩阵, 其中, 第  $K$  列矢量为:

$$\mathbf{a}_k(f_j) = [e^{-j2\pi f_j \tau_1(\theta_k)}, e^{-j2\pi f_j \tau_2(\theta_k)}, \dots, e^{-j2\pi f_j \tau_M(\theta_k)}]^T \quad (11)$$

CSM 算法的关键在于聚焦矩阵的求解, 通过聚焦变换使得各频点的协方差矩阵能够相加, 然后直接利用窄带算法来进行 DOA 估计<sup>[14]</sup>。

对于  $M \times K$  的阵列流形  $\mathbf{A}(f_j, \theta)$ , 需要找一个  $M \times M$  的非奇异阵  $\mathbf{T}(f_j)$ , 使其满足:

$$\mathbf{T}(f_j) \mathbf{A}(f_j, \theta) = \mathbf{A}(f_0, \theta) \quad (14)$$

式(14)中,  $\mathbf{T}(f_j)$  被称为聚焦矩阵。

假设有两个宽带相干源  $\mathbf{s}_1(t)$  和  $\mathbf{s}_2(t)$ , 并且  $\mathbf{s}_2(t) = \mathbf{s}_1(t - t_0)$ , 分别来自两个不同的方向  $\theta_1$  和  $\theta_2$ , 令  $\mathbf{s}(t) = [\mathbf{s}_1(t) \quad \mathbf{s}_2(t)]^T$ , 那么相关函数矩阵为:

$$\mathbf{R}_s(\tau) = E[\mathbf{s}(t) \mathbf{s}^T(t + \tau)] = \begin{bmatrix} R_1(\tau) & R_1(\tau - t_0) \\ R_1(\tau + t_0) & R_1(\tau) \end{bmatrix} \quad (15)$$

式(15)中,  $R_1(\tau)$  是  $\mathbf{s}(t)$  的自相关函数, 对式(15)作傅里叶变换, 得到:

$$\mathbf{P}_s(f) = \begin{bmatrix} P_1(f) & P_1(f) \exp(-j2\pi f t_0) \\ P_1(f) \exp(j2\pi f t_0) & P_1(f) \end{bmatrix} \quad (16)$$

显然,  $\mathbf{P}_s(f)$  是不满秩的, 故单一频率的协方差矩阵是不能够解相干的。我们可以将信号的带宽分为  $J$  个子带, 通过频域平均的方法解相干, 即:

$$\mathbf{P}_s = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{P}_s(f_j) = \begin{bmatrix} P_1(f_0) & P_1(f_0) \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \exp(-j2\pi f_j t_0) \\ P_1(f_0) \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \exp(j2\pi f_j t_0) & P_1(f_0) \end{bmatrix} \quad (17)$$

一般说来, 只要  $t_0 \neq 0$ , 式(17)是非奇异矩阵。在实际应用中, 选取所有频点下协方差矩阵的平均值, 就能使协方差矩阵不再是奇异阵, 接收信号协方差矩阵的秩等于信源个数, 最终达到分辨相干信号的目的。

从 CSM 算法原理可以看出, 通过构造聚焦矩阵可以很方便的完成对宽带相干信号源的 DOA 估计。聚焦变换带来的误差可由下式求得:

$$\sum_{j=1}^J \| \mathbf{A}(f_0, \theta) - \mathbf{T}(f_j) \mathbf{A}(f_j, \theta) \|_F^2 =$$

$$\sum_{j=1}^J [\| \mathbf{A}(f_0, \theta) \|_F^2 + \| \mathbf{A}(f_j, \theta) \|_F^2 -$$

$$2 \operatorname{Re}\{\operatorname{Tr}[\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{A}^H(f_j, \theta) \mathbf{T}^H(f_j)]\}] \quad (18)$$

对于任意形状的阵列, 方向矩阵  $\mathbf{A}(f_j, \theta)$  满足下列条件<sup>[15]</sup>:

$$\| \mathbf{A}(f_0, \theta) \|_F^2 = \sum_{i=1}^K \| \mathbf{a}_i(\theta) \|_F^2 = MK \quad (19)$$

式中:  $M$  为阵元个数;  $K$  为信源个数, 将式(19)代入式(18)中, 可得:

$$\sum_{j=1}^J \| \mathbf{A}(f_0, \theta) - \mathbf{T}(f_j) \mathbf{A}(f_j, \theta) \|_F^2 =$$

$$2JMK - \sum_{j=1}^J 2 \operatorname{Re}\{\operatorname{Tr}[\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{A}^H(f_j, \theta) \mathbf{T}^H(f_j)]\} \quad (20)$$

由于

$$\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{A}^H(f_j, \theta) \mathbf{T}^H(f_j) = \mathbf{V} \mathbf{A} \mathbf{U}^H \mathbf{U} \mathbf{V}^H = \mathbf{V} \mathbf{A} \mathbf{V}^H \quad (21)$$

其中,  $\mathbf{A}$  为  $\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{A}^H(f_j, \theta)$  的特征值矩阵, 可得:

$$\operatorname{Tr}[\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{A}^H(f_j, \theta) \mathbf{T}^H(f_j)] = \operatorname{Tr}[\mathbf{V} \mathbf{A} \mathbf{V}^H] =$$

$$\sum_{i=1}^K \lambda_i[\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{A}^H(f_j, \theta)] \quad (22)$$

式(22)中,  $\lambda_i[\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{A}^H(f_j, \theta)]$  为矩阵  $\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{A}^H(f_j, \theta)$  的前  $K$  个最大奇异值, 显然可以得到,  $\lambda_i[\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{A}^H(f_j, \theta)]$  全为实数, 则:

$$2 \operatorname{Re}\{\operatorname{Tr}[\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{A}^H(f_j, \theta) \mathbf{T}^H(f_j)]\} =$$

$$2 \sum_{i=1}^K \lambda_i[\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{A}^H(f_j, \theta)] \quad (23)$$

将式(23)代入式(20)可得:

$$\sum_{j=1}^J \| \mathbf{A}(f_0, \theta) - \mathbf{T}(f_j) \mathbf{A}(f_j, \theta) \|_F^2 =$$

$$2JMK - 2 \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^K \lambda_i[\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{A}^H(f_j, \theta)] \quad (24)$$

因此要使聚焦变换带来的误差最小, 就相当于使  $\lambda_i[\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{A}^H(f_j, \theta)]$  得取值最大, 令:

$$F = \max_{f_0} \left[ \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^K \lambda_i[\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{A}^H(f_j, \theta)] \right] \quad (25)$$

对于任意接收的阵列, 只要阵元个数  $M$  大于信源个数  $K$ , 则始终有下式成立:

$$\sum_{i=1}^K \lambda_i[\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{A}^H(f_j, \theta)] \leq$$

$$\sum_{i=1}^K \lambda_i[\mathbf{A}(f_0, \theta) \lambda_i \mathbf{A}^H(f_j, \theta)] \quad (26)$$

令  $\mathbf{u}_i = \sum_{j=1}^J [\lambda_i \mathbf{A}^H(f_j, \theta)]$ , 将  $\mathbf{u}_i$  代入式(25), 即可得到该式最大值。

$$F = \max_{f_0} \left[ \sum_{i=1}^K \lambda_i[\mathbf{A}(f_0, \theta) \mathbf{u}_i] \right] \quad (27)$$

根据式(27)一旦确定阵列流形和接收信号的频率范围, 只需要通过简单的一维搜索就可以确定最佳的聚焦频率。得到聚焦频率后, 再利用 MUSIC 方法对信号的波达方向进行估计, 就可以获得结构损伤信息。

### 3 仿真分析

#### 3.1 损伤反射波与边界反射波叠加

本文选取一厚度为 1mm 的铝板, 尺寸为 1000mm×1000mm。在结构上(559,970)有一小孔作为损伤假定。同时, 最先返回的边界反射波被视为边界反射源<sup>[16]</sup>, 如图 2 所示。边界反射源与  $y$  轴夹角为  $8.0^\circ$ 。压电片按均匀线阵排列作为传感器, 其间距为在板上激励 Lamb 波长的一半, 如图中所示。激励器布置在结构(543,670)处。采用的激励信号为中心频率 300kHz, 5 个周期正弦信号经汉宁窗调制得到。在该工况下损伤 Lamb 波信号和边界反射信号相干, 因此采用 CSM 方法处理线性阵列中接收到的 Lamb 波信号, 对波达方向进行估计。

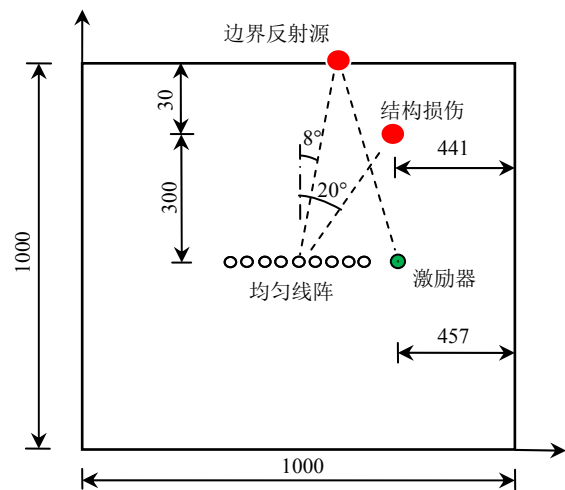


图 2 边界反射信号与损伤反射信号相干模型示意图 /mm

Fig.2 Model for boundary reflected signal and damage reflected signal are coherent

由激励器激励 Lamb 波，再由阵列压电传感器接收波信号，取其中第一个传感器接收的波形如图 3 所示。可以看出，压电传感器接收到了  $S_0$  和  $A_0$  的直达波，同时，损伤引起的波信号与边界反射波信号的混叠无法直接分辨。于是，利用 CSM 方法对阵列波信号进行处理，即首先进行解相干处理，然后对其损伤反射波的波达方向进行估计，结果如图 4 所示，图中两个峰值对应的角度分别为  $8^\circ$  和  $20^\circ$  即结构损伤发生的位置，这与假定是一致的。

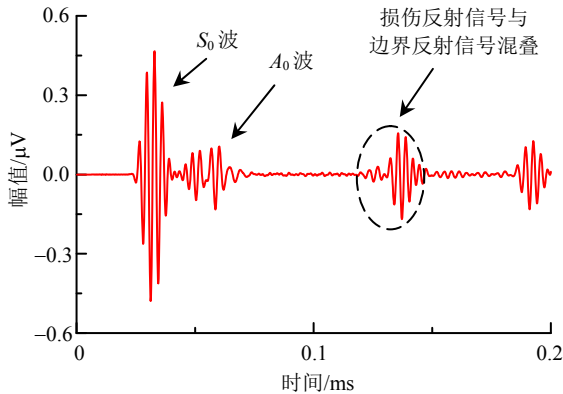


图 3 一个传感器接收的波形  
Fig.3 Lamb wave signal received by one sensor

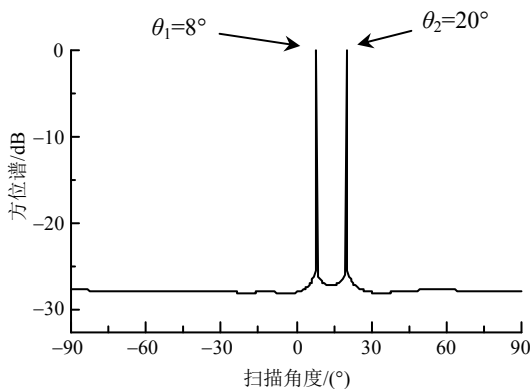


图 4 损伤反射信号与边界反射信号波达方向  
Fig.4 DOA of damage reflected signal mixed with boundary reflected signal

### 3.2 两个损伤反射波叠加

仍选取一厚度为 1mm 的铝板，尺寸为 1000mm×1000mm。在板上有两个小孔作为损伤假定，损伤发生的位置(450,850)、(750,720)。压电传感器仍采用均匀线阵布置和激励信号，模型如图 5 所示。

同样的采集阵列中所有压电传感器信号，第一个传感器的信号如图 6 所示。可以看出，除了激励出的  $S_0$  和  $A_0$  波形，在边界反射波为到达之前，两个损伤引起的反射波相干情况复杂。对阵列信号利用 CSM 方法进行处理，获得两个损伤的波达方向

分别为  $-8.5^\circ$  和  $48^\circ$ ，结果如图 7 所示，与假定相比，结构损伤发生的位置仍然是比较准确的。

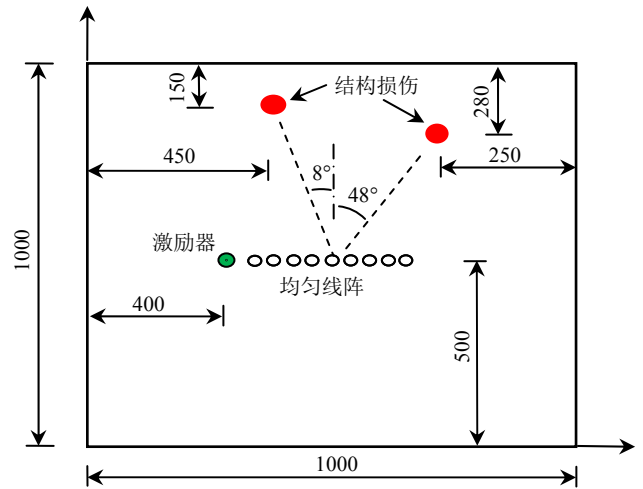


图 5 两个损伤反射信号相干模型示意图 /mm  
Fig.5 Model for two damage reflected signals are coherent

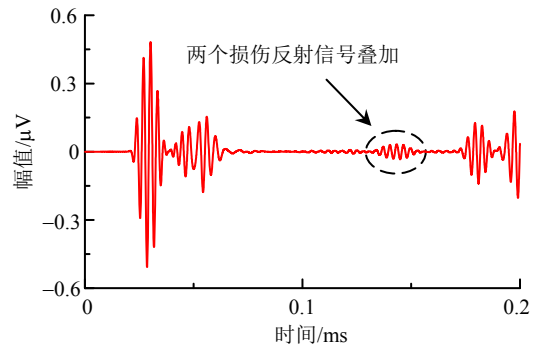


图 6 一个传感器接收的波形  
Fig.6 Lamb wave signal received by one sensor

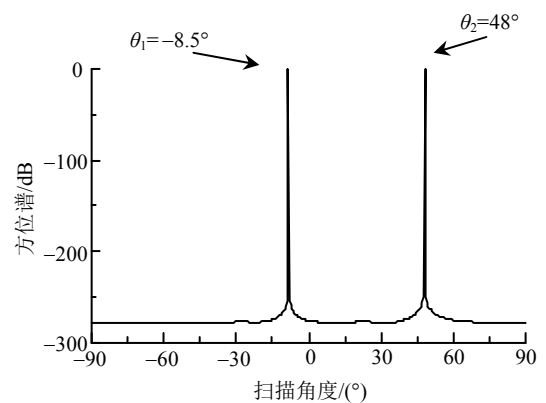


图 7 两个损伤反射信号波达方向  
Fig.7 DOA of two damage reflected signals

## 4 结论

本文将阵列信号处理中空间谱估计对波达方向的估计方法应用于基于 Lamb 波的结构损伤检测

中。当结构发生多个损伤时会引起 Lamb 波信号相干,无法直接通过波的传播时间和波速获得结构的损伤信息。因此,利用 CSM 方法对阵列 Lamb 波信号进行解相干处理,再对损伤位置进行检测,获得了损伤信号与边界信号相干和两个损伤信号相干两种工况下的波达方向估计。可以看出,阵列信号中空间谱估计在基于 Lamb 波信号的结构损伤检测中是可行的,这种方法不以 Lamb 波为窄带信号的假定,使得基于波的检测方法具有较高的检测精度和广阔的应用前景。

#### 参考文献:

- [1] Su Z Q, Ye L, Lu Y. Guided Lamb wave for identification of damage in composite structures: A review [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 295(3/4/5): 753—780.
- [2] Ostachowicz W, Kudela P, Malinowski P, et al. Damage localisation in plate-like structures based on PZT sensors [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009, 23(6): 1805—1829.
- [3] Yu L Y, Giurgiutiu V. In situ 2-D piezoelectric wafer active sensors arrays for guided wave damage detection [J]. *Ultrasonics*, 2008, 48(2): 117—134.
- [4] 王强,袁慎芳. 主动 Lamb 波结构健康监测中信号增强与损伤成像方法[J]. *航空学报*, 2008, 29(4): 1061—1067.  
Wang Qiang, Yuan Shenfang. Amplifying signal and imaging damage method for active Lamb wave structure health monitoring. [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2008, 29(4): 1061—1067. (in Chinese)
- [5] Staszewski W Z, Mahzan S, Traynor R. Health monitoring of aerospace composite structures- active and passive approach [J]. *Composites Science and Technology*, 2009, 69(11/12): 1678—1685.
- [6] 孙虎,周丽. 基于谱元法的裂纹梁 Lamb 波传播特性研究[J]. *工程力学*, 2012, 29(9): 50—55.  
Sun Hu, Zhou Li. Lamb wave propagation in a cracked beam using special finite element method. [J]. *Engineering Mechanics*, 2012, 29(9): 50—55. (in Chinese)
- [7] 王永良,陈辉,彭应宁,等. 空间谱估计理论与算法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2009: 1—4.  
Wang Yongliang, Chen Hui, Peng Yingning, et al. *Special Spectrum Estimation: Theory and Algorithm* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009: 1—4. (in Chinese)
- [8] Krim H, Viberg M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1996, 13(4): 67—94.
- [9] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276—280.
- [10] Wang H, Kaveh M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wideband sources [J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1985, 33(4): 823—831.
- [11] 张光义. 相控阵雷达原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009: 27—31.  
Zhang Guangyi. *Principle of phased array radar* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009: 27—31. (in Chinese)
- [12] Stoica P, Nehorai A. MUSIC, Maximum likelihood, and cramer-rao bound [J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, 37(5): 720—741.
- [13] 李富才,孟光. 窄频带 Lamb 波频散特性研究[J]. *物理学报*, 2008, 57(7): 4265—4272.  
Li Fucui, Meng Guang. Dispersion analysis of Lamb waves with narrow frequency bands [J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(7): 4265—4272. (in Chinese)
- [14] Bienvenu G, Fuerxer P, Vezzosi G, et al. Coherent wide band high resolution processing for linear array [C]. *International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Acoustics: Speech and Signal Processing ICASSP-89*, 1989: 2799—2802.
- [15] Sellone F. Robust auto-focusing wideband DOA estimation [J]. *Signal Processing*, 2006, 86(1): 17—37.
- [16] 彭鹤,袁慎芳. 主动 Lamb 波监测技术中的传感器元件优化布置研究[J]. *航空学报*, 2006, 27(5): 957—962.  
Peng Ge, Yuan Shenfang. Optimization for collocation of sensors in active Lamb wave-based monitoring [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2006, 27(5): 957—962. (in Chinese)