西 北 师 范 大 学

试题附在试题袋内交回

2015年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目名称：数学分析(B) 科目代码：620

考试日期：2014年12月　日

（答案一律做在答题纸上，做在试题上无效）　　（试题共**2**页）

1、（本题15分）求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1^p+2^p+3^p+\cdots+n^p}{n^{1+p}}$，其中 $p>0$.

2、（本题15分）计算二重积分 $\iint\limits_D e^{\frac{x-y}{x+y}}dxdy$，其中 D 是由 $x=0$，$y=0$，$x+y=1$ 所围成的.

3、（本题15分）设 S 为球面 $x^2+y^2+z^2=4$ 的外侧，f,g,h 是连续可微函数，求曲面积分

$$I=\iint\limits_S[f(yz)+\frac{xy^2}{2}]dydz+[g(zx)+\frac{yz^2}{2}]dzdx+[h(xy)+\frac{zx^2}{2}]dxdy.$$

4、（本题15分）求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n(n+1)}$ 的收敛域，并求其和函数.

5、（本题15分）证明：$y=\sin\sqrt{x}$ 在 $[0,+\infty)$ 上一致连续.

6、（本题15分）设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，$f(0)=0$，$f(1)=\dfrac{1}{2}$.

证明：$\exists\xi,\eta\in(0,1)$，$\xi\neq\eta$，使得 $f'(\xi)+f'(\eta)=\xi+\eta$.

7、（本题15分）证明：若 $\int_a^{+\infty}f(x)dx$ 收敛，且 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 上一致连续，则

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=0.$$

8、（本题15分）设级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 收敛，且 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_{n+1}-a_n)$ 绝对收敛. 证明：级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nb_n$ 收敛.

9、（本题15分）设 $f(x,y)$ 在 $H=\{(x,y):x^2+y^2<1\}$ 上有定义，若 $f(x,0)$ 在点

$x=0$ 处连续，且 $f_y'(x,y)$ 在 H 上有界，则 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处连续.

10、（本题 15 分） 确定 p 的值使得函数

$$f(x,y)=\begin{cases}\left(x^2+y^2\right)^p\cos\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

在 $(0,0)$ 可微.