

西北师范大学

试题附在试题袋内交回

2015 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目名称: 高等数学(计算机类) 科目代码: 602

考试日期: 2014 年 12 月 日

(答案一律做在答题纸上, 做在试题上无效)

(试题共 4 页)

一、选择题(本题共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分. 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求.)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 与 x 等价的无穷小量是

- A. $\sqrt{1+x}-1$ B. $1-e^x$ C. $\ln \frac{1+x^2}{1-x}$ D. $1-\cos x$ 【 】

2. 设方程 $x=2\sin x+3$, 则下列正确的结论是

- A. 至少有一个正根, 且大于等于 6
B. 至少有一个正根, 且小于等于 5
C. 至少有一个负根, 且大于等于 -6
D. 至少有一个负根, 且小于等于 -5 【 】

3. 设 $f(x)=11x(x+1)(x+2)\cdots(x+10)$, 则 $f'(0)$ 的值为

- A. 0 B. 10! C. 11! D. 12! 【 】

4. 设 $f(x)$ 为 $(-\infty, +\infty)$ 上的连续函数, 则下列结论中错误的是

- A. $f(x)$ 是奇函数当且仅当 $f(x)$ 的任意原函数 $F(x)$ 为偶函数
B. $f(x)$ 是偶函数当且仅当 $f(x)$ 的原函数中只有一个奇函数
C. $f(x)$ 的任意原函数为周期函数, 则 $f(x)$ 为周期函数
D. $f(x)$ 为单调函数, 则 $f(x)$ 的任意原函数为单调函数 【 】

5. 二元函数 $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2+y^2 = 0 \end{cases}$ 在点(0,0)处

- A. 不连续, 偏导数不存在 B. 不连续, 偏导数存在
 C. 连续, 偏导数不存在 D. 连续, 偏导数存在 【 】

6. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则级数

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n + u_{n+1}}{2}$ 收敛 B. $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 收敛
 C. $-\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散 D. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 发散 【 】

7. 设 x 和 y 为 n 维非零列向量, $A=xy^T$, 则 A 的秩是.

- A. 1 B. 2 C. n D. 0 【 】

8. 设 α, β, γ 是方程组 $AX=0$ 的基础解系, 则下列向量组中也可作为 $AX=0$ 基础解系的是.

- A. $\alpha + \beta, \beta + \gamma, \gamma - \alpha$ B. $\alpha + \beta, \beta + \gamma, \alpha + 2\beta + \gamma$
 C. $\alpha, \alpha + \beta, \alpha - \beta$ D. $\alpha + \beta, \alpha - \beta, \gamma$ 【 】

9. 设随机变量 X 服从参数为 $\lambda (\neq 0)$ 的 Poisson 分布, 则 $P\{X < 1\}$ 是.

- A. 1 B. $1 - e^{-\lambda}$ C. $e^{-\lambda}$ D. 0.1 【 】

10. 设随机变量 X 的分布函数 $F(t) = t^2, 0 < t < 1$. 则 $0 < t < 1$ 时 X 的概率密度为 $f(t)$ 是.

- A. t^2 B. $2t$ C. t D. $t/2$ 【 】

二、填空题(本题共 8 小题, 每小题 4 分, 满分 32 分.)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3^x + 5^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 将 xoz 坐标面上的双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{z^2}{25} = 1$ 绕 z 轴旋转一周所生成的旋转

曲面方程是_____。

3. 二次积分 $\int_0^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy$ 改换积分次序后是_____。
4. 曲面积分 $\iint_{\Sigma} xyz ds = \underline{\hspace{2cm}}$, 其中 Σ 是 $x+y+z=1$ 在第一卦限中的部分。
5. 设A、B均为3阶方阵, $|A|=3, |B|=-2$, 则 $|-2A^T B^{-1}| = \underline{\hspace{2cm}}$.
6. 若向量组 $x_1=(1, 2, 0), x_2=(1, t+1, 0), x_3=(0, 0, t^2+1)$ 线性相关, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. 在区间 $[0, 1]$ 中任选一点, 该点落入区间 $[0.25, 0.75]$ 的概率为_____。
8. 已知 $P(A)=1/4, P(B|A)=1/3, P(A|B)=1/2$, 则 $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题(本题共7小题, 满分78分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

1. (本题满分14分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3+2x^2} - \sqrt{x^4-4x^3})$.
2. (本题满分10分) 求微分方程 $y' + y \cos x - e^{-\sin x} = 0$ 的通解。
3. (本题满分10分) 证明当 $x > 0$ 时, $\ln(1+x) > \frac{\arctan x}{1+x}$.
4. (本题满分10分) 计算曲线积分 $\int_L (x^2 - y) dx - (x + \sin^2 y - \frac{7}{6}) dy$, 其中 L 是在圆周 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 上由点 $(0,0)$ 到点 $(1,1)$ 的一段弧。
5. (本题满分14分) 将函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 5x + 6}$ 展开成 $(x+4)$ 的幂级数。
6. (本题满分10分) 设矩阵 $D = A^{-1} B^T (CB^{-1} + E)^T - [(C^{-1})^T A]^{-1}$, 其

$$\text{中 } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 10 \end{bmatrix}, E \text{ 为单位矩}$$

阵, 求矩阵 D.

7. (本题满分10分) 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 记 $Y = \frac{X - \mu}{\sigma}$, 求 Y 的数学期望和方差.