
电动力学
第十八讲
西安石油大学理学院
应用物理系

五．菲涅尔公式的讨论——相位特性

1．从光疏媒质到光密媒质 $\sqrt{\varepsilon_1} < \sqrt{\varepsilon_2}$

$$\begin{cases} 0 < \theta < \dfrac{\pi}{2} \\ 0 < \theta'' < \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{\cos\theta > 0}$

$0 < \theta'' < \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{\sin\theta'' > 0}$

$0 < \theta + \theta'' < \pi \Rightarrow \boxed{\sin(\theta + \theta'') > 0}$

$$\sqrt{\varepsilon_1} < \sqrt{\varepsilon_2} \Rightarrow \frac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} > 1 \Rightarrow \theta > \theta''$$

$\boxed{\sin(\theta - \theta'') > 0}$ $\boxed{tg(\theta - \theta'') > 0}$ $\boxed{\cos(\theta - \theta'') > 0}$

$\boxed{\cos\theta > 0}$ $\boxed{\sin\theta'' > 0}$ $\boxed{\sin(\theta+\theta'') > 0}$

$\boxed{\sin(\theta-\theta'') > 0}$ $\boxed{\cos(\theta-\theta'') > 0}$ $\boxed{tg(\theta-\theta'') > 0}$

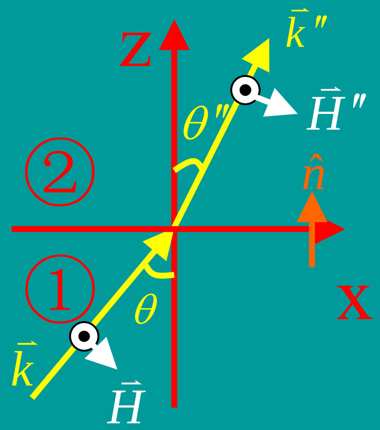
1）折射波的相位特点

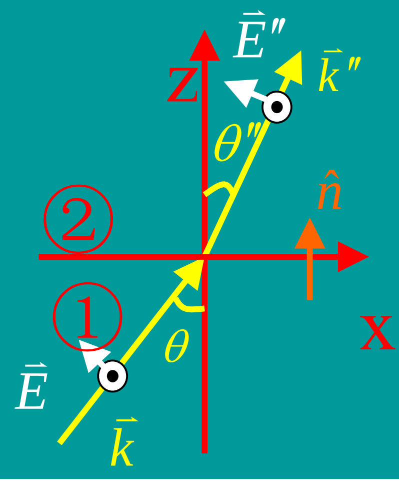
$$\left(\frac{E''}{E}\right)_{\perp} = \frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')} \Rightarrow \left(\frac{E''}{E}\right)_{\perp} > 0$$

同相

$$\left(\frac{E''}{E}\right)_{\parallel} = \frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')} \Rightarrow \left(\frac{E''}{E}\right)_{\parallel} > 0$$

同相

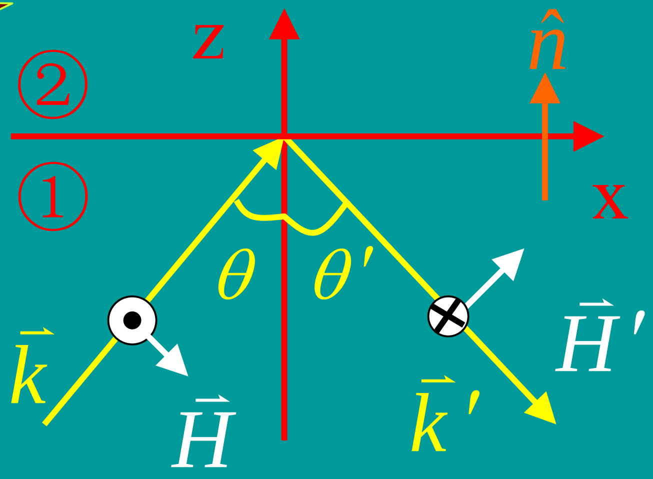




2）反射波的相位特点

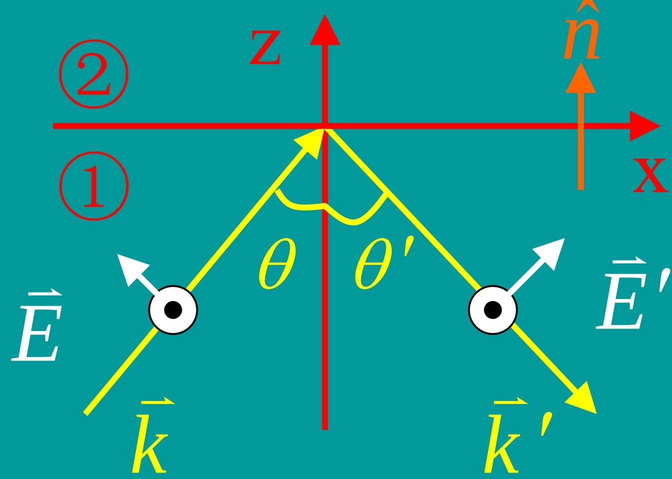
反相

$$\left(\frac{E'}{E}\right)_{\perp} = -\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')} \Rightarrow \left(\frac{E'}{E}\right)_{\perp} < 0$$



反射波电场与入射波电场反相，相当于反射波损失了半个波长，这就是所谓的**半波损失**

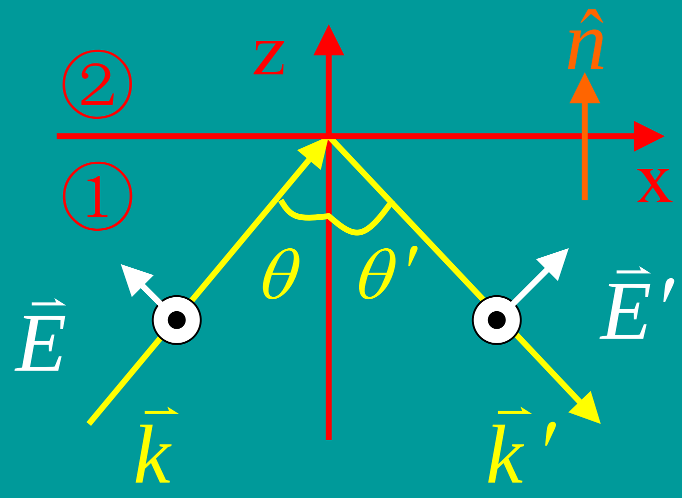
$$\left.\begin{aligned} &\theta < \theta_b \\ &\theta_b + \theta'' = \frac{\pi}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} &\theta + \theta'' < \frac{\pi}{2} \\ &\left(\frac{E'}{E}\right)_{\parallel} = \frac{tg(\theta-\theta'')}{tg(\theta+\theta'')} \end{aligned}\right\}$$



$$\Rightarrow \left(\frac{E'}{E}\right)_{\parallel} > 0$$

一般斜入射下，对**E**||入射面的情况，因**E**'与**E**方向不同，故无所谓同相与反相

$$\left.\begin{array}{l}\theta > \theta_b \\ \theta_b + \theta'' = \dfrac{\pi}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\theta + \theta'' > \dfrac{\pi}{2} \\ \left(\dfrac{E'}{E}\right)_{\parallel} = \dfrac{tg(\theta-\theta'')}{tg(\theta+\theta'')}\end{array}\right\}$$



$$\Rightarrow \left(\frac{E'}{E}\right)_{\parallel} < 0$$

一般斜入射下，对**E**||入射面的情况，因**E**'与**E**方向不同，故无所谓同相与反相

2．从光密媒质到光疏媒质

$$\sqrt{\varepsilon_1} > \sqrt{\varepsilon_2}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} < 1$$

$$\Downarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}0 < \theta < \dfrac{\pi}{2} \\ 0 < \theta'' < \dfrac{\pi}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\boxed{\cos\theta > 0} \\ \boxed{\sin\theta'' > 0} \\ \boxed{\sin(\theta + \theta'') > 0}\end{array}\right.$$

$$\theta < \theta''$$

$\boxed{\sin(\theta-\theta'')<0}$ $\boxed{\cos(\theta-\theta'')>0}$ $\boxed{tg(\theta-\theta'')<0}$

$\boxed{\cos\theta>0}$ $\boxed{\sin\theta''>0}$ $\boxed{\sin(\theta+\theta'')>0}$

1）折射波的相位特点

$$\left(\frac{E''}{E}\right)_\perp=\frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')} \Rightarrow \left(\frac{E''}{E}\right)_\perp>0$$

同相

$$\left(\frac{E''}{E}\right)_\parallel=\frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')} \Rightarrow \left(\frac{E''}{E}\right)_\parallel>0$$

同相

2）反射波的相位特点

$$\left(\frac{E'}{E}\right)_\perp=-\frac{\sin(\theta-\theta'')}{\sin(\theta+\theta'')} \Rightarrow \left(\frac{E'}{E}\right)_\perp>0$$

同相

在一般斜入射时，对于电场强度平行于入射面的情况，由于反射波电场与入射波电场方向不同，因此无所谓同相与反相

结论：

- 入射波与折射波位相总是相同的，没有位相突变
- 入射波与反射波之间在一定条件下有位相突变

严格讲，对于垂直入射的电磁波

1) 电磁波从光疏媒质进入到光密媒质时，有位相突变，即存在半波损失问题
2) 电磁波从光密媒质进入到光疏媒质时，没有位相突变

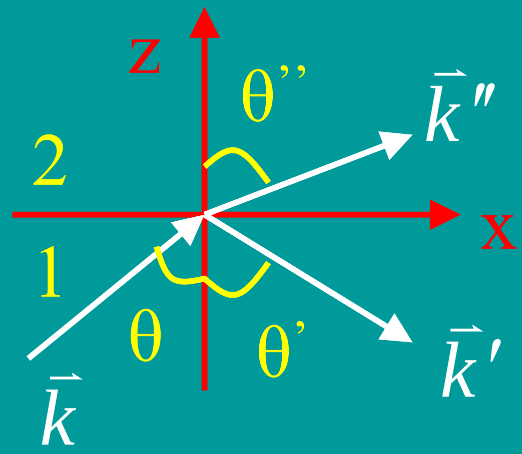
六．全反射

$$\theta < \theta''$$

1．现象

$$\sqrt{\varepsilon_1} > \sqrt{\varepsilon_2} \Rightarrow \frac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} < 1$$

$$\theta \Rightarrow \theta_c \qquad \theta'' \Rightarrow \frac{\pi}{2}$$



$$\Rightarrow \sin\theta_c = \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}$$

当$\theta>\theta_c$，一般观察不到折射波的存在，而只能观察到反射波，因此这种现象称为全反射。但我们说即使是在$\theta>\theta_c$的情况下，实际上仍然会有波透射入第二种介质中，只是这种透射入第二种介质中的波仅仅存在于界面附近的薄层中。

2．全反射下的折射波

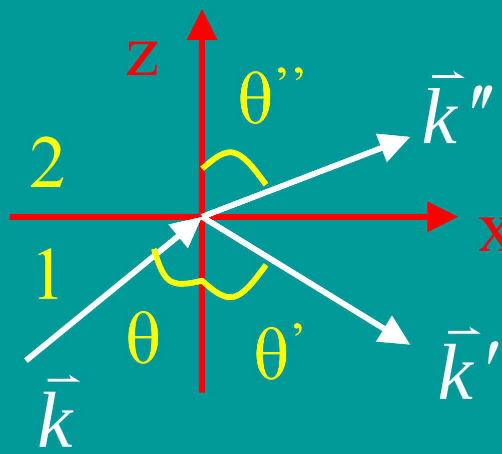
$\theta > \theta_c \Rightarrow \sin\theta > \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1} = n_{21}$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\bullet\vec{x}-\omega t)} \quad \vec{E}' = \vec{E}'_0 e^{i(\vec{k}'\bullet\vec{x}-\omega t)} \quad \vec{E}'' = \vec{E}''_0 e^{i(\vec{k}''\bullet\vec{x}-\omega t)} \\ \hat{n}\times(\vec{E}_2-\vec{E}_1)=0 \Rightarrow \hat{n}\times(\vec{E}+\vec{E}') = \hat{n}\times\vec{E}'' \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow k_x = k'_x = k''_x \Rightarrow \boxed{k''_x = k_x = k\sin\theta}$$

波矢定义 $\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} k = \omega\sqrt{\mu_1\varepsilon_1} = \dfrac{\omega}{v_1} \\ k'' = \omega\sqrt{\mu_2\varepsilon_2} = \dfrac{\omega}{v_2} \end{array}\right\}$ 折射率 n_{21}

$$\Rightarrow k v_1 = k'' v_2 \Rightarrow k'' = k\frac{v_1}{v_2} \Rightarrow$$



$$\boxed{k'' = kn_{21}} \qquad \boxed{k''_x = k_x = k\sin\theta} \qquad k''_z = \sqrt{k''^2 - k''^2_x}$$

$$\left.\begin{array}{r} k''_z = \sqrt{k^2 n_{21}^2 - k^2\sin^2\theta} \\ \theta > \theta_c \Rightarrow \sin\theta > \sin\theta_c = n_{21} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} k''_z = ik\sqrt{\sin^2\theta - n_{21}^2} \\ \kappa = k\sqrt{\sin^2\theta - n_{21}^2} \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow k''_z = i\kappa$$

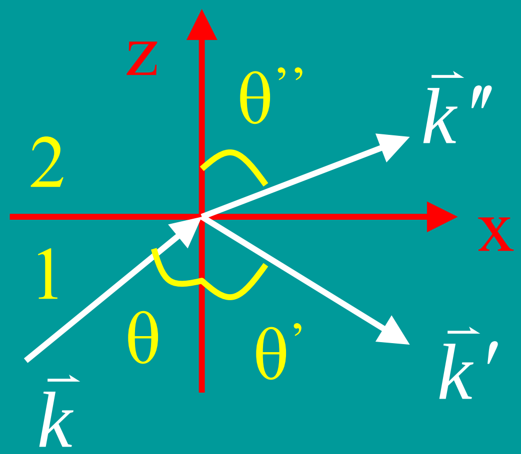
$$\vec{E}'' = \vec{E}''_0 e^{i(\vec{k}''\bullet\vec{x}-\omega t)} = \vec{E}''_0 e^{i(k''_x x + k''_z z - \omega t)}$$

$$= \vec{E}''_0 e^{ik''_z z} e^{i(k''_x x - \omega t)}$$

$$= \vec{E}''_0 e^{-\kappa z} e^{i(k''_x x - \omega t)}$$

$$= \vec{E}''_0 e^{-\kappa z} e^{i(k_x x - \omega t)}$$

适用于z>0的半空间

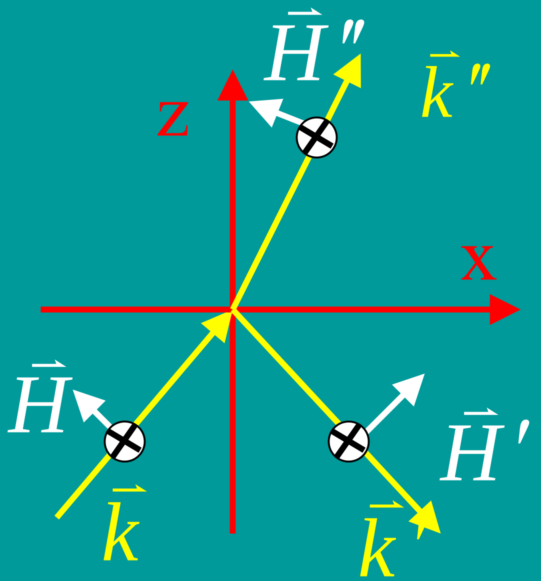


3．折射波的特点 $\vec{E}'' = \vec{E}_0'' e^{-\kappa z} e^{i(k_x x - \omega t)}$

- 折射波是沿x轴传播的电磁波
- 在z轴方向它以指数衰减，$e^{-\kappa z}$为衰减因子
- 折射波只能存在于分界面处的一薄层内，薄层的厚度为κ^{-1}的数量级

透入深度 $\delta = \dfrac{1}{\kappa} = \dfrac{1}{k\sqrt{\sin^2\theta - n_{21}^2}} = \dfrac{\lambda_1}{2\pi\sqrt{\sin^2\theta - n_{21}^2}}$

λ_1为介质1中的波长

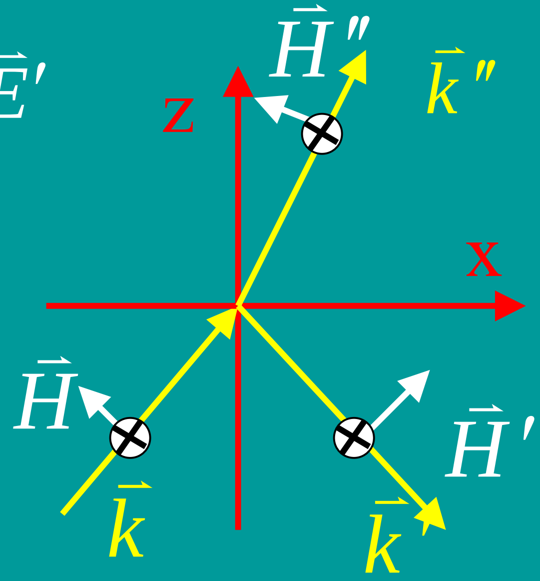


4．折射波平均能流密度

E⊥入射面

$$\frac{E'}{E} = -\frac{\sin(\theta - \theta'')}{\sin(\theta + \theta'')} \qquad \frac{E''}{E} = \frac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta + \theta'')}$$

$$\vec{B}=\sqrt{\mu_1\varepsilon_1}\frac{\vec{k}}{k}\times\vec{E} \qquad \vec{B}'=\sqrt{\mu_1\varepsilon_1}\frac{\vec{k}'}{k'}\times\vec{E}'$$



$$\vec{B}''=\sqrt{\mu_2\varepsilon_2}\frac{\vec{k}''}{k}\times\vec{E}''$$

$$\vec{H}_x=-\frac{B}{\mu_1}\cos\theta\hat{e}_x=-\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}E\cos\theta\hat{e}_x$$

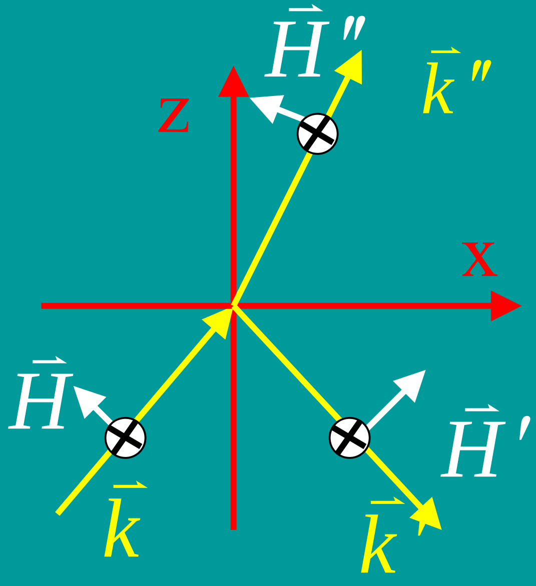
$$\vec{H}_z=\frac{B}{\mu_1}\sin\theta\hat{e}_z=\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}E\sin\theta\hat{e}_z$$

$$\vec{H}'_x=\frac{B'}{\mu_1}\cos\theta\hat{e}_x=\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}E'\cos\theta\hat{e}_x$$

$$\vec{H}'_z=\frac{B'}{\mu_1}\sin\theta\hat{e}_z=\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}E'\sin\theta\hat{e}_z$$

$$\vec{H}_x'' = -\frac{B''}{\mu_2}\cos\theta''\hat{e}_x = -\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}E''\cos\theta''\hat{e}_x$$

$$\vec{H}_z'' = \frac{B''}{\mu_2}\sin\theta''\hat{e}_z = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}E''\sin\theta''\hat{e}_z$$



折射波的平均能流 $\overline{\vec{S}} = \frac{1}{2}R_e(\vec{E}^* \times \vec{H})$

- 折射波沿x方向的平均能流密度

$$\left|\overline{\vec{S}_x''}\right| = \frac{1}{2}R_e(\mathrm{E}''^* \cdot H_z'') = \frac{1}{2}R_e\left(\mathrm{E}''^*\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\mathrm{E}''\sin\theta''\right)$$

$$E'' = E_0''e^{-\kappa z}e^{i(k_x x-\omega t)}$$

$$\left|\overline{\vec{S}''_x}\right| = \frac{1}{2}R_e\left(E''_0 e^{-\kappa z} e^{-i(k''_x x-\omega t)} \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} E''_0 e^{-\kappa z} e^{i(k''_x x-\omega t)} \sin\theta''\right)$$

$$= \frac{1}{2}(E''_0)^2 e^{-2\kappa z} \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \sin\theta''$$

折射定律

$$\boxed{\left|\overline{\vec{S}''_x}\right| = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}(E''_0)^2 e^{-2\kappa z} \frac{\sin\theta}{n_{21}}}$$

- 折射波沿z方向的平均能流密度

$$\left|\overline{\vec{S}''_z}\right| = \frac{1}{2}R_e(\mathrm{E}''^{*} H_x)$$

$$= \frac{1}{2}R_e\left(E''_0 e^{-\kappa z} e^{-i(k''_x x-\omega t)} \left(-\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\right) E''_0 e^{-\kappa z} e^{i(k''_x x-\omega t)} \cos\theta''\right)$$

$$\left|\overline{\vec{S}_z''}\right| = \frac{1}{2}\left(-\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\right)E_0''^2 e^{-2\kappa z} R_e(\cos\theta'')$$

$$= -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}E_0''^2 e^{-2\kappa z} R_e\left(i\sqrt{\frac{\sin^2\theta}{n_{21}^2}-1}\right) = 0$$

结论：折射波的平均能流密度只有x分量，而沿z轴方向透入到第二层介质中的平均能流密度为零

可以证明：在入射角大于临界角的情况下，入射波与反射波的振幅相等，由此，反射波的平均能流密度和入射波的平均能流密度相等

全反射：电磁波的能量被全部反射的现象

物理意义：当发生全反射时，入射的能量全部被反射，沿z轴透入到第二介质内的平均能流为零

§3有导体存在时电磁波的传播

- 电磁波在真空和绝缘介质中的传播特点，以及平面电磁波在介质分界面上的反射和折射的行为
- 电磁波在导体中传播时的行为

1) 在导体内部传播的电磁波将会是一种衰减波
2) 导体中电磁波传播过程是交变电磁场与自由电子运动相互作用的过程

一．导体内自由电荷的分布

1．分布特点

静电场：导体内部不存在自由电荷分布，如果导体带电，自由电荷将分布在导体表面

$\rho_{静}=0$

$\sigma_{静}\neq 0$

迅变电磁场：导体中的电荷密度随时间变化的关系

$$\rho=\rho_0 e^{-\frac{\sigma}{\varepsilon}t}$$

t=0时导体内某点电荷密度

电导率

介电常数

结论1：若导体内部有电荷分布，其电荷密度也将是随时间衰减的。

特征时间τ：电荷密度ρ衰减到$\rho_0 e^{-1}$所需的时间，则$\tau=\varepsilon/\sigma$

若电磁波的圆频率ω满足关系

$\omega \ll \tau^{-1} = \sigma/\varepsilon$ → $T \gg \tau$ → $\rho(t)=0$

结论2：满足上述关系的导体内部，可认为电荷分布为零

2．良导体

良导体：在迅变外场中内部无电荷分布的导体

$$\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} \gg 1$$ ← 良导体条件

结论：

- 良导体内部无自由自由电荷分布
- 电荷只分布于导体表面

二．导体内部的电磁波

1．电磁波满足的方程

$$\begin{cases} \nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} & \nabla\bullet\vec{D}=\rho \\ \nabla\times\vec{H}=\vec{j}+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t} & \nabla\bullet\vec{B}=0 \end{cases}$$

$\vec{j}=\sigma\vec{E}$

ρ=0

$$\begin{cases} \nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} & \nabla\bullet\vec{D}=0 \\ \nabla\times\vec{H}=\sigma\vec{E}+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t} & \nabla\bullet\vec{B}=0 \end{cases}$$

$$\vec{E}(\vec{x},t)=\vec{E}(\vec{x})e^{-i\omega t} \qquad \vec{D}=\varepsilon\vec{E}$$

$$\vec{B}(\vec{x},t)=\vec{B}(\vec{x})e^{-i\omega t} \qquad \vec{B}=\mu\vec{H}$$

导体内部时谐电磁波所满足的麦克斯韦方程组

$$\begin{cases} \nabla\times\vec{E}=i\omega\mu\vec{H} \\ \nabla\times\vec{H}=-i\omega\varepsilon\vec{E}+\sigma\vec{E} \\ \nabla\bullet\vec{E}=0 \\ \nabla\bullet\vec{H}=0 \end{cases}$$

2．复介电常数

$$\begin{cases} \nabla\times\vec{E}=i\omega\mu\vec{H} & \nabla\bullet\vec{E}=0 \\ \nabla\times\vec{H}=-i\omega\varepsilon\vec{E} & \nabla\bullet\vec{H}=0 \end{cases}$$

绝缘介质内时谐电磁波满足的麦克斯韦方程组

$$\begin{cases} \nabla\times\vec{E}=i\omega\mu\vec{H} & \nabla\bullet\vec{E}=0 \\ \nabla\times\vec{H}=-i\omega\varepsilon\vec{E}+\sigma\vec{E} & \nabla\bullet\vec{H}=0 \end{cases}$$

导体内时谐电磁波满足的麦克斯韦方程组

$$\nabla\times\vec{H}=-i\omega(\varepsilon+\frac{\sigma}{-i\omega})\vec{E}=-i\omega(\varepsilon+\frac{i\sigma}{\omega})\vec{E}$$

$$\varepsilon_c=\varepsilon+\frac{i\sigma}{\omega}$$

$$\nabla \times \vec{H} = -i\omega\varepsilon_c \vec{E}$$

$$\boxed{\varepsilon_c = \varepsilon + \frac{i\sigma}{\omega}}$$

关于ε_c：

1） 形式上看，ε_c是导体的介电常数，称ε_c为导体的复介电常数

2） ε_c不仅与导体本身有关，而且还与时谐波的频率ω有关

3） ε_c的虚部对应导体内部的传导电流