# 电动力学

## 第二十二讲

西安石油大学理学院
应用物理系

# §2 推迟势

- 本节工作求解给定电荷、电流分布的达朗贝尔方程
- 达朗贝尔方程是线性方程，反映了电磁场的叠加性，因此，讨论方法为

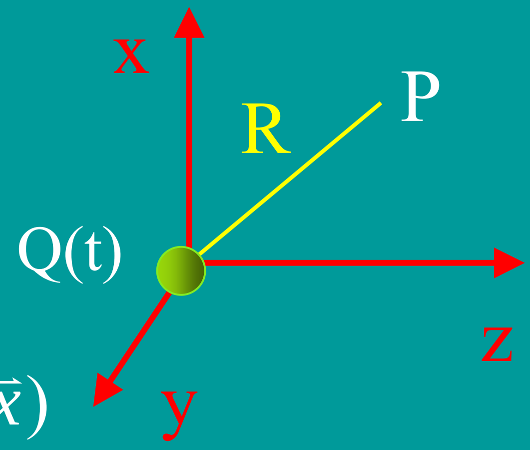
1）首先讨论最简的情况——处在坐标原点的时变点电荷的达朗贝尔方程的解，

2）而后，通过场叠加的方法求得一般电荷电流分布的达朗贝尔方程的解

$$\nabla\bullet\vec{A}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial\varphi}{\partial t}=0$$

$$\nabla^2\vec{A}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}=-\mu_0\vec{j} \qquad \nabla^2\varphi-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=-\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

# 一．达朗贝尔方程的解




## 1． 点源解的形式

设坐标原点处有一变化点电荷

Q(t)，其电荷密度为 $\rho(\vec{x},t)=Q(t)\delta(\vec{x})$

$$\nabla^2\varphi-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=-\frac{Q(t)\delta(\vec{x})}{\varepsilon_0}$$

球坐标系下

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=-\frac{1}{\varepsilon_0}Q(t)\delta(\vec{x})$$

原点处

齐次波动方程

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=0$$

φ(r, t)
=u(r, t)/r

原点
以外

## 齐次方程的通解

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

$$u(r,t) = f(t-\frac{r}{c}) + g(t+\frac{r}{c})$$

扩大的球面波

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial \varphi}{\partial r}) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0$$

$$\varphi(r,t) = \frac{f(t-\frac{r}{c})}{r} + \cancel{\frac{g(t+\frac{r}{c})}{r}}$$

收缩的球面波

$$\boxed{\varphi(r,t) = \frac{f(t-\frac{r}{c})}{r}}$$

$$\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \Longleftrightarrow \quad \nabla^2\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial\varphi^2}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad \Longleftrightarrow \quad \varphi(r,t) = \frac{f(t-\frac{r}{c})}{r}$$

可以设想，原点处变化电荷Q(t)产生的势为

$$\varphi = \frac{Q(t-\frac{r}{c})}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad \varphi(\vec{x},t) = \frac{\varphi(\vec{x}',t-\frac{r}{c})}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

电荷在点x’上。r为x’到场点x的距离

## 2．分布源的达朗贝尔方程解的形式

一般变化电荷激发的标势

$$\varphi(\vec{x},t)=\int\frac{\rho(\vec{x}',t-\frac{r}{c})}{4\pi\varepsilon_0 r}dV'$$

一般变化电流激发的矢势

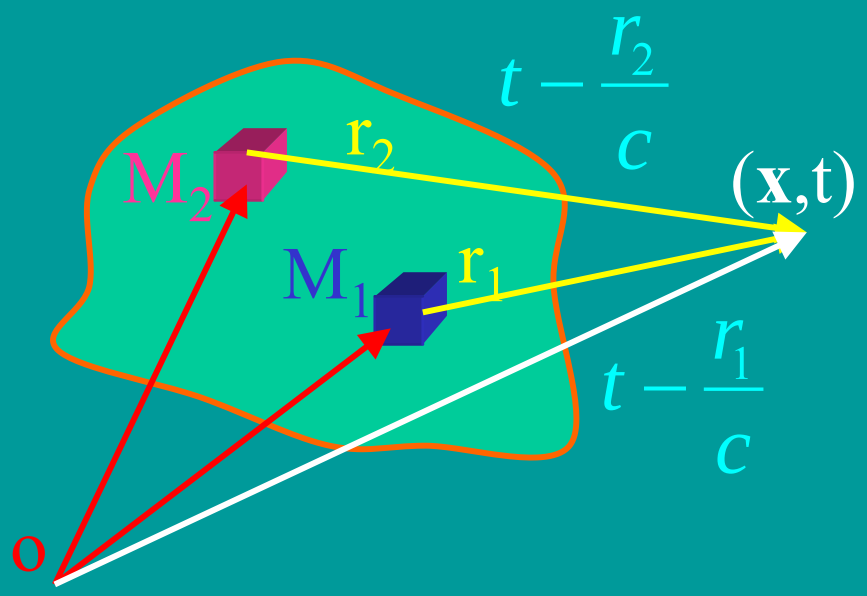
$$\vec{A}(\vec{x},t)=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{j}(\vec{x}',t-\frac{r}{c})}{r}dV'$$

$$\vec{B}=\nabla\times\vec{A} \qquad \vec{E}=-\nabla\varphi-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$$

## 3．达朗贝尔方程解的物理意义——推迟势

1）场点**x**处在t时刻的势是由**x'**处的电荷电流在t-r/c时刻的电荷，电流变化引起的

例如：电荷电流源点$M_1$，$M_2$距场点的距离分别为$r_1$，$r_2$，则$M_1$点电荷、电流$t-r_1/c$时刻的值对$\varphi(\mathbf{x},t)$有贡献，而$M_2$点电荷电流$t-r_2/c$时刻的值对$\varphi(\mathbf{x},t)$有贡献




**结论：** 在x点t时刻测量的电磁场是电荷电流分布在不同时刻激发的

$$\varphi(\vec{x},t)=\int\frac{\rho(\vec{x}',t-\frac{r}{c})}{4\pi\varepsilon_0 r}dV'$$

$$\vec{A}(\vec{x},t)=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{j}(\vec{x}',t-\frac{r}{c})}{r}dV'$$

$$\varphi(\vec{x},t)=\int\frac{\rho(\vec{x}',t-\frac{r}{c})}{4\pi\varepsilon_0 r}dV' \qquad \vec{A}(\vec{x},t)=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{j}(\vec{x}',t-\frac{r}{c})}{r}dV'$$

2）达朗贝尔方程的解还表明：电磁相互作用具有一定的传播速度，因此，达朗贝尔方程的解被称为推迟势


第六章
狭义相对论

# 引　言

经典力学

麦克斯韦电磁场理论

热力学与经典统计理论

- 19世纪后期经典物理学三大理论体系的建立使经典物理学趋于成熟

两朵乌云

被称为紫外灾难的黑体辐射实验 → 量子力学

关于"以太"问题的迈克耳逊——莫雷实验 → 相对论

近代物理学的理论支柱

➢ 狭义相对论：局限于惯性系的理论

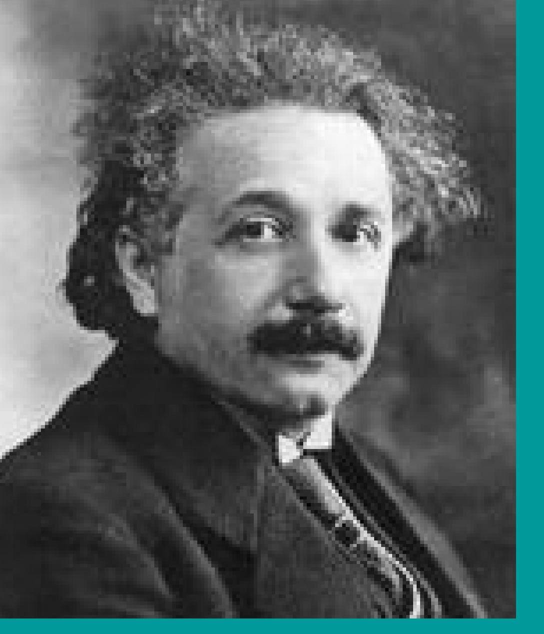
➢ 广义相对论：推广到一般参考系的引力场理论

❖ 爱因斯坦 —— 20世纪最伟大的物理学家。

❖ 1879年3月14日生于德国乌耳姆

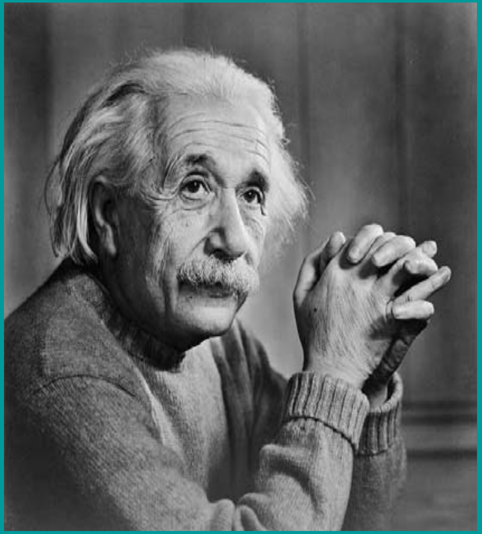
❖ 1900年毕业于瑞士苏黎世联邦工业大学

❖ 1905年建立了狭义相对论



1905年除去博士论文外，爱因斯坦连续完成了4篇重要论文，其中任何一篇，都够得上拿诺贝尔奖

- 3月，完成解释光电效应的论文，提出光子说（21年获诺贝尔物理奖）
- 5月，完成关于布朗运动的论文，间接证明了分子的存在
- 6月，完成题为“论运动媒质的电动力学”的论文，提出了狭义相对论
- 9月，完成有关质能关系式的论文，指出能量等于质量乘光速的平方E = $mc^2$



- 1909年成为大学教授
- 1916年，发表广义相对论
- 1923年后从事“统一场”理论研究
- 1955年逝世，终年76岁

波谱

自然界和自然界的规律隐藏在黑暗中，上帝说，‘让牛顿去吧，’于是一切成为光明

上帝说完后不久，魔鬼说，‘让爱因斯坦去吧，’于是一切又重新回到黑暗中

# 本章内容

1. 时空观问题——相对论的基本原理
2. 物理量的协变性和物理规律的协变性

   **协变性是指不同惯性坐标系中物理定律的方程式都具有相同的形式**

3. 相对论电动力学
4. 相对论力学

# §1—2　发展史及洛仑兹变换

## 一．经典力学的问题

——(Galilean Principle of Relativity)

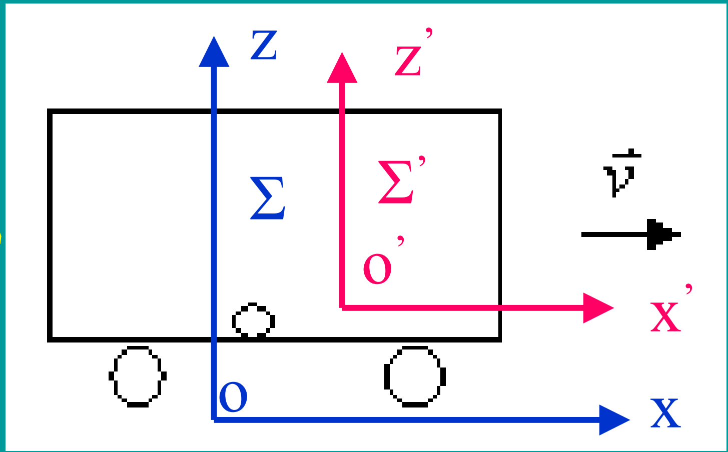
- 一切作机械运动的惯性系都是等效的，不存在特殊的惯性系
- 表述物理学定律的方程式，在从一个惯性系变换到另一个惯性系时，其形式保持不变
- 伽利略原理的时空观：时间间隔和空间距离是绝对的

不能在一个惯性系内部做实验来确定该它相对另一惯性系的速度

# 伽利略变换

—— 在两个惯性系中分析描述同一物理事件(event)

例如：有一个以速度v匀速直线运动的小车，在小车上有一个无摩擦沿v方向运动的小球。描述小球的运动状态




**Σ:（x,y,z）,t** **Σ':（x', y', z'), t'**

t=0时刻，小球通过Σ系的原点o，且此时o和o'重合

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{x}' = \vec{x} - \vec{v}t \\ t' = t \end{cases} \Rightarrow \boxed{\dot{\vec{x}}' = \dot{\vec{x}} - \vec{v}}$$

伽利略速度合成原理

$$\boxed{\ddot{\vec{x}}' = \ddot{\vec{x}}}$$

在不同惯性系中，物体的加速度是不变的

$$\boxed{\vec{f}' = m\ddot{\vec{x}}' = m\ddot{\vec{x}} = \vec{f}}$$

牛顿第二定律的表达式在不同惯性系中的形式一样

结论：惯性系是等价的，不会存在一个比其他惯性系特殊的惯性参考系

$$\left\{\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\vec{x}' = \Delta\vec{x} \\ t' = t \Rightarrow \Delta t' = \Delta t \end{array}\right.$$

时间空间互相分离

空间间隔是绝对的

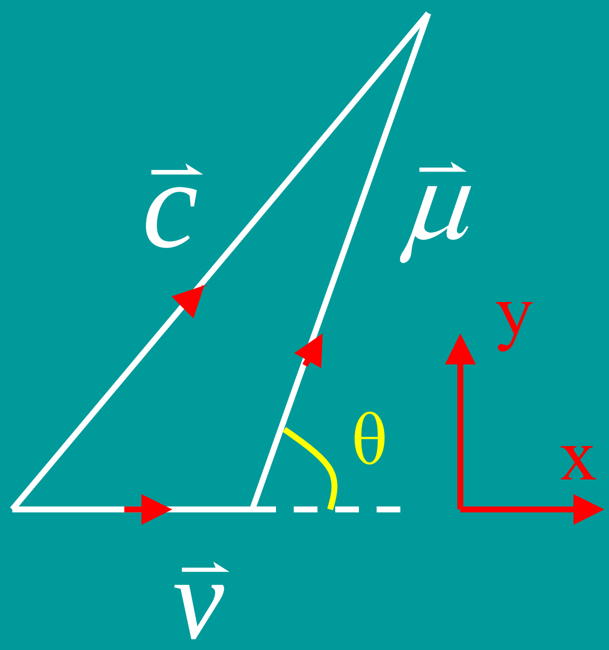
时间间隔是绝对的

## 伽利略时空观的特点

- 时间和空间是分离的，时间不随空间的变化而变化，且与运动无关
- 由于时间间隔是绝对的，因此，同时也是绝对的

# 经典时空理论的局限性

例：设太阳光的光速为c，地球相对于太阳的速度为v，求：太阳光相对于地球的速度




$$\vec{v}_{光\to地}+\vec{v}_{地\to太阳}=\vec{v}_{光\to太阳}$$

设光相对于地球的速度为u

$$\vec{c}=\vec{v}+\vec{\mu} \Rightarrow c^2=v^2+\mu^2-2\mu v\cos(\pi-\theta)$$

$$\Rightarrow \mu^2+2\mu v\cos\theta+(v^2-c^2)=0$$

$$\Rightarrow u=\pm\sqrt{c^2-v^2\sin^2\theta}-v\cos\theta$$

$$\vec{\mu}=(c-v)\hat{e}_x \qquad \theta=0 \qquad \text{太阳光与地球运动同向}$$

$$\vec{\mu}=-(c+v)\hat{e}_x \qquad \theta=\pi \qquad \text{太阳光与地球运动反向}$$

$$\vec{\mu}=\sqrt{c^2-v^2}\,\hat{e}_y \qquad \theta=\pi/2$$

$$\vec{\mu}=-\sqrt{c^2-v^2}\,\hat{e}_y \qquad \theta=3\pi/2$$


结论：太阳光相对于地球的速度与地球的运动速度有关，也就是说在不同参考系中，太阳光的速度是不一样的

麦氏方程组 ➡ $\nabla^2\vec{E}-\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0$ ➡ $c=\dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$ ➡

结论：光速只有一个

在伽利略变换下，麦氏方程组无法保持相同的形式

# “以太”概念

“以太”：能传播光的某种弹性介质

- 充满宇宙，透明而密度很小
- 具有高弹性。应是一种固体
- 它只在牛顿绝对时空中静止不动

## Maxwell方程组可变性的讨论

1. 伽利略变换
2. 麦氏方程组
3. 伽利略原理

- 1，2正确，3不适合电磁运动 多
- 1正确，2不正确 少
- 2正确，1不适合高速运动 少

结论：

- “以太”是静止不动的弹性介质
- 麦氏方程组只在“以太”参考系内成立

# “以太”究竟为何物?

- 其他惯性系中，麦氏方程组并不成立，且光速也不为c

迈克尔逊——莫雷试验

- 电磁场方程在绝对惯性系中严格成立，在地球上近似成立
- 在“以太”中光速各向同性，恒为c；在其它参考系中，光速非各向同性
- 太阳与“以太”固连，地球相对于“以太”的速度就应是地球绕太阳的运动速度

$$u = \pm\sqrt{c^2 - v^2 \sin^2\theta} - v\cos\theta$$

实验：地球相对于太阳的速度为30km/s。若认为地球相对于“以太”的速度也在这一数量级，则由迈克尔逊——莫雷实验测得的干涉条纹应移动0.4个，而实验观察的上限仅为0.01个

结论：迈克尔逊——莫雷实验失败了，即并不存在“以太”参考系。

## 对实验结果的几种解释

- 地球为绝对参照系的假说——与经典速度合成公式矛盾
- 拖曳理论——与光行差现象矛盾
- 长度收缩假说——因未建立相对论，无法得到合理的解释
- 。。。

# 结　论

- 不存在一个特殊的静止参考系，所有的惯性参考系都应该是等价的
- 伽利略变换在高速运动下并不正确，需要修正

第五章作业：2，5