

电动力学

第二十四讲

西安石油大学理学院
应用物理系



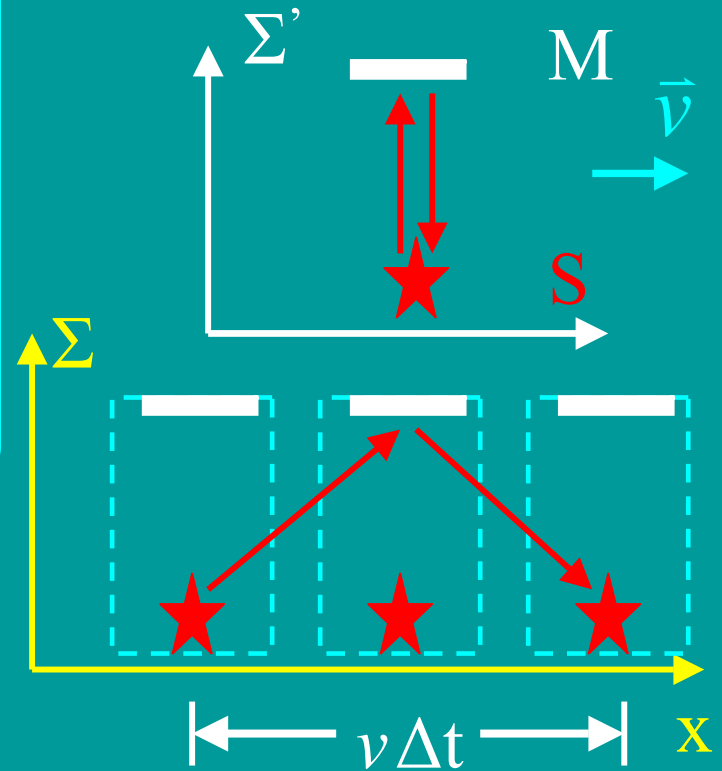
四. 运动时钟的延缓

时钟



能够描述物理过程的时间标准

Σ' 相对于 Σ 以 v 沿 x 轴方向运动。 Σ' 上有一静止光源 s 和反射镜 M ，从 s 向上发出闪光经 M 反射回到 s 。求两系观察到的闪光发出和接收的时间



	发出	接收
Σ	(x_1, t_1)	(x_2, t_2)
Σ'	(x'_1, t'_1)	(x'_1, t'_2)



$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \frac{t'_1 + \frac{v}{c^2} x'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ t_2 &= \frac{t'_2 + \frac{v}{c^2} x'_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} \right\} \longrightarrow \begin{aligned} &t_2 - t_1 \\ &= \frac{t'_2 - t'_1 + \frac{v}{c^2} (x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ &= \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned}$$

Σ' : 固有时 $\Delta\tau = t'_2 - t'_1$

Σ : 运动时间 $\Delta t = t_2 - t_1$

$$\Delta t = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

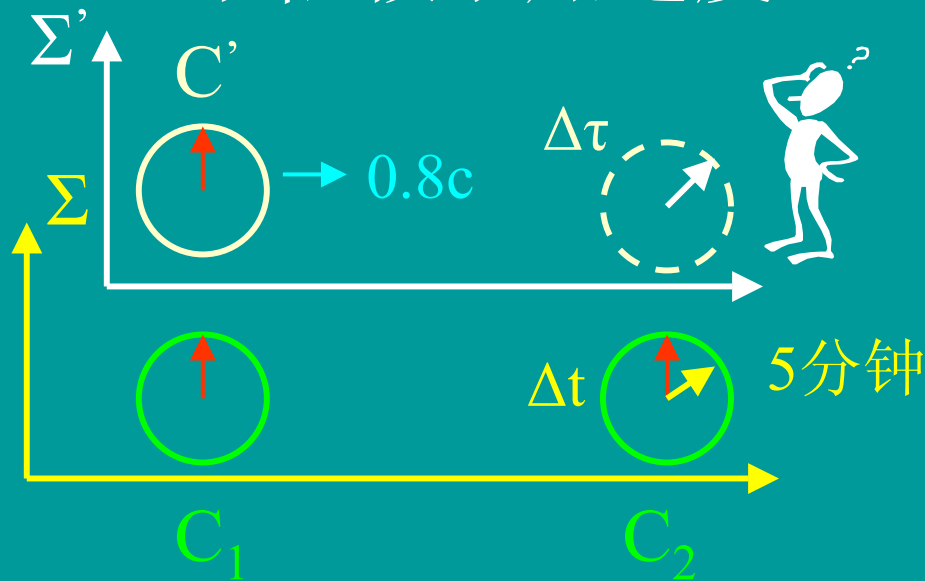
因为 $v < c$,
所以
 $\Delta t > \Delta\tau$

结论: 同一物理过程的运动时间比固有时间长

时钟延缓效应



- ❖ 该效应是时空的基本属性引起的，与钟的具体结构无关
- ❖ 实验表明时钟延缓效应只依赖于速度而不依赖于加速度



Σ系上有对准的时钟 C_1, C_2 在Σ上看以 $v=0.8c$ 运动的钟 C' ，令 C' 经过 C_1 时，各钟归0，经5分钟 C' 与 C_2 相遇，求此时 C' 的读数



$$\Delta t = \Delta \tau / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \rightarrow \quad \Delta \tau = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 5 \times 0.6 = 3(\text{分钟})$$



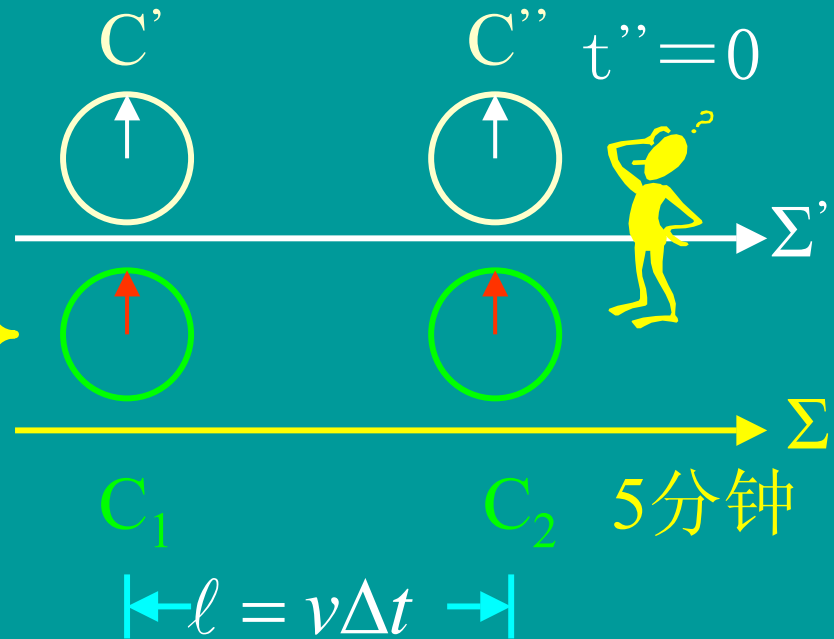
$$t'' = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow t_2 = \frac{v}{c^2} x_2$$

$$x_2 = v\Delta t$$

$$\rightarrow t_2 = v^2 \Delta t / c^2$$

$$= 0.8^2 \times 5 = 3.2(\text{分钟})$$

注意：时钟延缓效应的相对性来源于同时的相对性，即在一个参考系上看来是同时的时钟，在另一参考系看来则不再为同时。



$$t = 5 - 3.2 = 1.8 \text{分}$$

C₂慢了





$$v = \sqrt{0.9999}c$$



← 100光年 →



飞船以 v 速自地球飞往100光年的星球，
宇航员要多久才能到那里

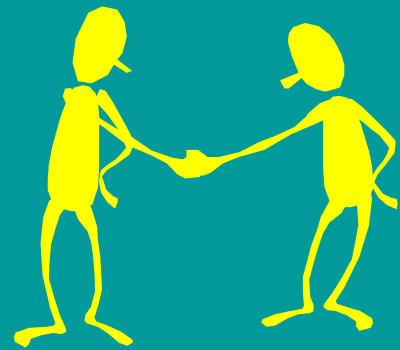
地球参考系：大约100年

飞船参考系：

$$\Delta\tau = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 100 \times \sqrt{1 - 0.9999} = 1(\text{年})$$

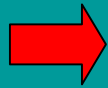


孪生子佯谬

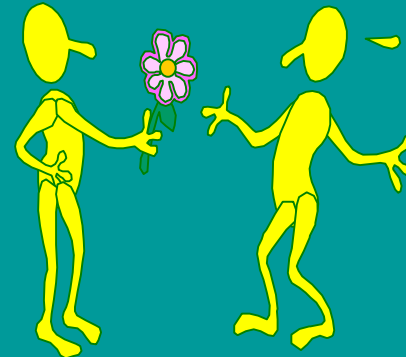
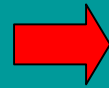


团团 圆圆

20岁



圆圆



团团 > 圆圆

谁年轻?



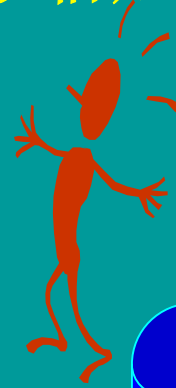
具有加速度，狭义相对论不适用

广义相对论：加速参考系时间延缓导致绝对的物理效应。1971年铯原子钟实验证实



五. 运动尺度的缩短

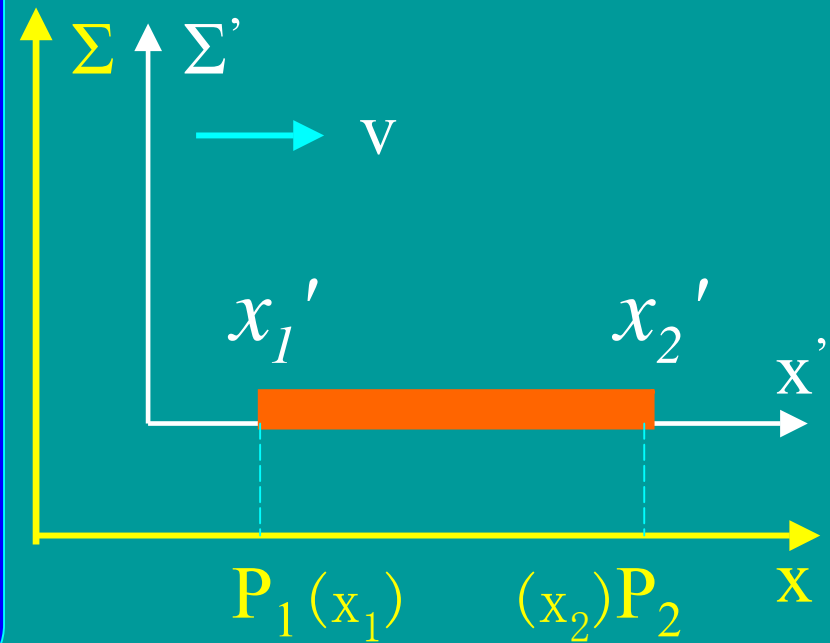
测量方法



尺子

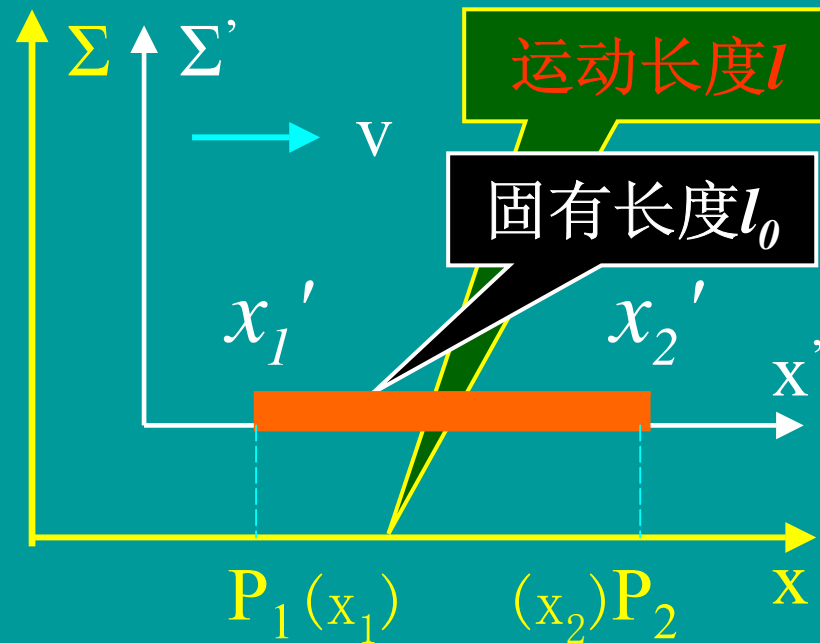
$$1\text{m} = c \times 1\text{s} / 299792458$$

物体沿x轴运动， Σ' 系固定其上其两端在 Σ' 上的坐标为 x_1' ， x_2' 物体后端过 P_1 点（第一事件）与前端经过 P_2 点（第二事件）相对 Σ 同时。在 Σ 上 P_1 ， P_2 的坐标为 x_1 x_2 ，求在 Σ 及 Σ' 中测量物体的长度





$$\left. \begin{aligned} x'_1 &= \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ x'_2 &= \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$



$$x'_2 - x'_1 = \frac{(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\rightarrow x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$



因为 $v < c$ ，所以有 $l < l_0$ →

运动尺度缩短效应

双生子佯谬速度

$$v = \sqrt{0.9999}c$$



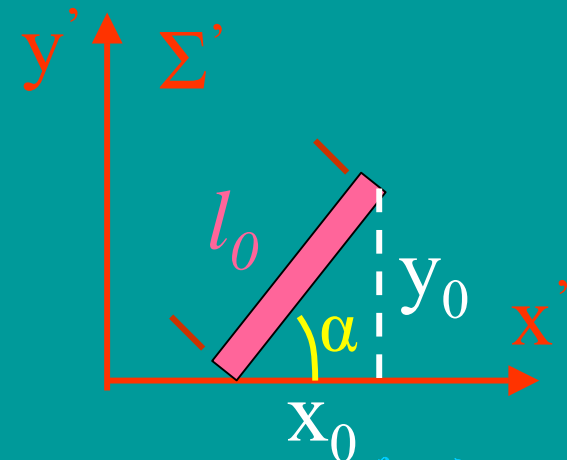
注意

- 运动尺度缩短效应也是时空的基本属性，与物体内部结构无关
- 运动尺度缩短效应的原因在于同时相对性

若物体与x轴成 α 角会有什么情况呢？

$$x_0 = l_0 \cos\alpha, \quad y_0 = l_0 \sin\alpha$$

x_0 的长度会缩短，而 y_0 则不变





静止 μ 介子的寿命 $\tau_0 = 2.1971 \times 10^{-6} \text{s}$ ，若 μ 介子在大气层外生成， μ 介子以的速度冲向地球

- 1) 在地球看来 μ 介子能深入大气层多深
- 2) 在 μ 介子自己看来一生能走多远

解：设 Σ' 系固定在 μ 介子上， Σ 系固定在地球上
 τ_0 为 μ 介子的静止寿命，为 Σ' 系中测得时间

1) 在地球上看来， μ 介子高速运动，其运动寿命为

$$\begin{aligned}\Delta t &= \tau_0 / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \tau_0 / \sqrt{1 - 0.99} = 10\tau_0 \\ &= 2.1971 \times 10^{-5} \text{s}\end{aligned}$$



μ 介子行程

$$l = vt = \sqrt{0.99}c \times \Delta t \approx 6.6(\text{km})$$

2) 在 μ 介子上看，大气层以 v 向它运动，靠拢的距离为

$$l' = v\tau_0 = \sqrt{0.99}c \times \tau_0 = 660\text{m}$$

结论：在地球上， μ 介子一生前进了 6.6km；而在 μ 介子上看，其一生中，大气层向它靠近了 660m。





解释：在 μ 介子上看，大气层向它高速靠近，因此，大气层的厚度变小了，6.6km厚的大气层在 μ 介子上的观察者看来，其厚度为

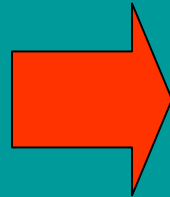
$$l'' = l\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 6.6 \times \sqrt{1 - 0.99} = 660m$$

- 1) 在惯性系中，运动时钟的延缓效应与运动尺度缩短效应是相互联系的
 - a. 它们都是物质运动的属性，由物质运动引起
 - b. 时间，空间本身是在运动中形成的概念，它们是运动着的物质存在的形式
- 2) 狭义相对论在较大空间内成立

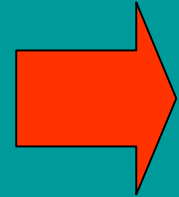


六. 速度变换公式

$$\begin{cases} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{cases}$$



$$\begin{cases} dx' = \frac{\mu_x - v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} dt \\ dy' = dy \\ dz' = dz \\ dt' = \frac{1 - \frac{v\mu_x}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} dt \end{cases}$$





$$\left\{ \begin{array}{l} \mu'_x = dx' / dt' = (\mu_x - v) / \left(1 - \frac{v\mu_x}{c^2} \right) \\ \mu'_y = dy' / dt' = u_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} / \left(1 - \frac{v\mu_x}{c^2} \right) \\ \mu'_z = dz' / dt' = u_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} / \left(1 - \frac{v\mu_x}{c^2} \right) \end{array} \right.$$

其中 $\mu_x=dx/dt$, $\mu_y=dy/dt$, $\mu_z=dz/dt$ 分别为 Σ 系中物体沿 x , y , z 轴速度的分量。 $\mu'_x=dx'/dt'$, $\mu'_y=dy'/dt'$, $\mu'_z=dz'/dt'$ 分别为 Σ' 系中物体运动速度沿 x' , y' , z' 轴的分量。 v 为 Σ' 系相对于 Σ 系的运动速度。



作业：2