电动力学试题

一、判断概念是否正确，若不正确，请写出正确答案（共15分，每小题3分）

1、无旋场不可以表示为一个标量场的梯度。（ × ）

2、麦克斯韦方程组不仅揭示了电磁场的运动规律，更揭示了电磁场可以独立于电荷之外而存在。（ √ ）

3、纵向多普勒效应是相对论的重要依据，它告诉我们在垂直于光源运动方向上，观察到的辐射频率小于静止光源辐射频率。（ × ）

4、电磁场是一种物质，因此它具有能量、动量，满足能量、动量守恒定律。（√ ）

5、介质的色散现象与在介质中不同频率的电磁波具有不同的相速度无关。（ × ）

二、简答题（共15分，每小题5分）

1、请简要回答超导体的电磁性质的两个方面。

（1）超导电性：当温度降低到临界温度T_C以下的时候，超导体的电阻降低为零，在临界温度以上，物体处于正常状态；（2）迈斯纳效应：超导体内部的磁感应强度B=0，与超导体所经过的历史无关。当加上外磁场时，只要磁场强度不超过H_C，则B不能进入超导体内。若把处于正常态的物体放置在磁场内，当温度下降使物体转变为超导态时，B被排出超导体外。即在任何情况下，处于超导态的物体内部有B=0.

2、请简要回答使用波导代替同轴传输线的原因。

低频电力系统常用双线传输。频率变高时，为了避免电磁波向外辐射的损耗和避免周围环境的干扰，可以改用同轴传输线。同轴传输线由空心导体管及芯线组成，电磁波在两导体之间的介质中传播。当频率更高时，内导线的焦耳损耗以及介质中的热损耗变得严重，这时需用波导代替同轴传输线。波导是一根空心金属管，截面通常为矩形或圆形。波导传输适用于微波范围。

3、简要回答导体的静电条件。

（1）导体内部不带电，电荷只能分布于导体表面上；（2）导体内部电场为零；（3）导体表面上电场必沿法线方向，因此导体表面为等势面，整个导体电势相等。

三、证明题（共15分，每小题15分）

1、试用边值关系证明：在绝缘介质与导体的分界面上，在静电情况下，导体外的电场线总是垂直于导体表面；在恒定电流的情况下，导体内电场线总是平行于导体表面。

证明：（1）导体在静电条件下达到静电平衡

$\therefore$ 导体内 $\vec{E}_1 = 0$ 。

而且，$\vec{n}\times(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0$，所有 $\vec{n}\times\vec{E}_2 = 0$，故 $\vec{E}$ 垂直于导体表面。

（2）导体中通过恒定电流时，导体表面 $\sigma_f = 0$，所有导体外 $\vec{E}_2 = 0$，即 $\vec{D}_2 = 0$ 。

而且，$\vec{n}\cdot(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma_f = 0$，即：$\vec{n}\cdot\vec{D}_1 = \vec{n}\cdot\varepsilon_0\vec{E}_1 = 0$，所以 $\vec{n}\cdot\vec{E}_1 = 0$ 。

导体内电场方向和法线垂直，即平行于导体表面。

四、综合题（共55分，前三题每小题15分，最后一题10分）

1、静止长度为 l_0 的车厢，以速度v 相对于地面s 运行，车厢的后壁以速度 u_0向前推出一个小球，求地面观测者看到小球从后壁到前壁的时间。

解：根据题意，取地面为参考系S，车厢为参考系S'

于是相对于地面参考系S，

车长：$l = l_0\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$　　　车速：v　　　球速：$u = \dfrac{u_0 + v}{1+\dfrac{u_0 v}{c^2}}$

故在地面参考系 S 中观察，小球在此后，由车后壁到车前壁

$$\Delta t = \frac{l}{u-v} = \frac{l_0\sqrt{1-v^2/c^2}}{\dfrac{u_0+v}{1+\dfrac{u_0 v}{c^2}} - v} = \frac{l_0(1+\dfrac{u_0 v}{c^2})}{u_0\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

2、一平面电磁波以$\theta = 45°$ 从真空入射到$\varepsilon_r = 2$的介质，电场强度垂直于入射面，求反射系数和折射系数。

解：设$\vec{n}$为界面法向单位矢量，$<S>,<S'>,<S''>$分别为入射波，反射波和折射波的玻印亭矢量的周期平均值，则反射系数R和折射系数T定义为：

$$R=\left|\frac{<S'>\cdot\vec{n}}{<S>\cdot\vec{n}}\right|=\frac{E_0'^2}{E_0^2}$$

$$T=\left|\frac{<S''>\cdot\vec{n}}{<S>\cdot\vec{n}}\right|=\frac{n_2\cos\theta'' E_0''^2}{n_1\cos\theta E_0^2}$$

又根据电场强度垂直于入射面的菲涅耳公式，可得：

$$R=\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta-\sqrt{\varepsilon_2}\cos\theta''}{\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta+\sqrt{\varepsilon_2}\cos\theta''}\right)^2$$

$$T=\frac{4\sqrt{\varepsilon_1}\sqrt{\varepsilon_2}\cos\theta\cos\theta''}{(\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta+\sqrt{\varepsilon_2}\cos\theta'')^2}$$

又根据反射定律和折射定律

$$\theta=\theta'=45^\circ$$

$$\sqrt{\varepsilon_2}\sin\theta''=\sqrt{\varepsilon_1}\sin\theta$$

由题意，$\varepsilon_1=\varepsilon_0$，$\varepsilon_2=\varepsilon_0\varepsilon_r=2\varepsilon_0$，$\therefore\theta''=30^\circ$。

$$\therefore\ R=\left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{2}\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{2}\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)^2=\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$

$$T=\frac{4\varepsilon_0\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}}{(\sqrt{\varepsilon_0}\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{\varepsilon_0}\sqrt{2}\frac{\sqrt{3}}{2})^2}=\frac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$

3、有两个频率和振幅都相等的单色平面波沿z 轴传播，一个波沿x 方向偏振，另一个沿y方向偏振，但相位比前者超前$\pi/2$，求合成波的偏振。反之一个圆偏振可以分解为怎样的两个线偏振？

解：偏振方向在x 轴上的波可记为

$$x=A_0\cos(\omega t-kz)=A_0\cos(\omega t+\varphi_{0x})$$

在 y 轴上的波可记为：

$$y = A_0\cos(\omega t - kz + \pi/2) = A_0\cos(\omega t + \varphi_{0y})$$
$$\Delta\varphi = \varphi_{0y} - \varphi_{0x} = \pi/2$$

合成得轨迹方程为：

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= A_0^2[\cos^2(\omega t + \varphi_{0x}) + \cos^2(\omega t + \varphi_{0y})] \\ &= A_0^2[\cos^2(\omega t + \varphi_{0x}) + \sin^2(\omega t + \varphi_{0x})] \\ &= A_0^2 \end{aligned}$$

所以合成的振动是一个圆频率为ω的沿z轴方向传播的右旋圆偏振。反之，一个圆偏振可以分解为两个偏振方向垂直，同振幅，同频率，相位差为$\pi/2$的线偏振的合成。

4、设$x<0$半空间充满磁导率为μ的均匀介质，$x>0$空间为真空，今有线电流I沿z轴流动，求磁感应强度和磁化电流分布。

解:假设本题中的磁场分布仍呈轴对称，则可写作

$$\vec{B} = \frac{\mu' I}{2\pi r}\vec{e}_\varphi$$

其满足边界条件：$\vec{n}\cdot(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0$，$\vec{n}\times(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{\alpha} = 0$。在介质中，

$$\vec{H}_2 = \frac{\vec{B}}{\mu} = \frac{\mu' I}{2\pi r\mu}\vec{e}_\varphi$$

而$\vec{H}_2 = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} = \dfrac{\mu' I}{2\pi r\mu_0}\vec{e}_\varphi - \vec{M}$

$\therefore$ 在$x<0$的介质中，$\vec{M} = \dfrac{\mu' I(\mu-\mu_0)}{2\pi r\mu_0\mu}\vec{e}_\varphi$

则$I_M = \oint \vec{M}\cdot d\vec{l}$，取积分路径为$B\to C\to A\to B$的半圆。

$\because$ $\overrightarrow{AB}\perp\vec{e}_\varphi$，$\therefore$ $\overrightarrow{AB}$段积分为零。

$$I_M = \frac{\mu' I(\mu-\mu_0)}{2\mu_0\mu}$$

$$\therefore\ \vec{B} = \frac{\mu_0(I + I_M)}{2\pi r}\vec{e}_\varphi$$

由 $\vec{B}=\frac{\mu_0(I+I_M)}{2\pi r}\vec{e}_\varphi=\frac{\mu' I}{2\pi r}\vec{e}_\varphi$，可得 $\mu'=\frac{2\mu\mu_0}{\mu+\mu_0}$

（沿 z 轴）

$\therefore\ \vec{B}=\frac{\mu\mu_0}{\mu+\mu_0}\frac{I}{\pi r}\vec{e}_\varphi,\quad I_M=\frac{I(\mu-\mu_0)}{\mu_0+\mu}$