文章编号: 1001-0920 (2015) 09-1635-06 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2014.1038

基于后悔理论的多目标灰靶决策方法

郭三党[1,2], 刘思峰[1], 方志耕[1]

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院，南京 210016；2. 河南农业大学 信息与管理科学学院，郑州 450002)

摘 要: 针对属性值为区间灰数、权重信息不确定的多目标决策问题, 考虑决策者的心理行为, 提出一种基于后悔理论的多目标灰靶决策方法. 首先构造基于正负理想点的欣喜-后悔值函数, 建立正负靶心, 同时考虑方案与正负理想方案的接近性, 利用正负靶心距的空间投影距离构造一种新的靶心距函数, 并构建非线性优化模型来确定目标权重, 最终确定出方案的排序. 最后以城市应急实例验证了所提出方法的有效性和可行性.

关键词: 后悔理论；灰靶决策；区间灰数；正负靶心；综合靶心距

中图分类号: N945 **文献标志码:** A

Multi-objective grey target decision model based on regret theory

GUO San-dang[1,2], *LIU Si-feng*[1], *FANG Zhi-geng*[1]

(1. College of Economics and Management，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 210016, China；2. College of Information and Management Science；Henan Agricultural University，Zhengzhou 450002，China. Correspondent：GUO San-dang，E-mail：guosandang@163.com)

Abstract: A multi-objective grey target decision model based on the regret theory is proposed for dealing with the decision problem when considering the psychological behavior of the decision makers, where the attribute values are interval grey numbers and the attribute weights are unknown. Firstly, the rejoice-regret value function based on the positive and negative ideal solution is constructed and the positive and negative ideal bull’s eyes are obtained. A new comprehensive target-eyes distance is proposed by the proximity between the different situations to the positive and negative clouts. A non-linear optimization model is constructed to solve the optimal objective weights. Finally, an example of the city emergency instance is given to illustrate the effectiveness and practicality of the proposed model.

Keywords: regret theory；grey target decision；interval grey number；positive and negative clouts；comprehensive target-eyes distance

0 引 言

近年来, 多目标决策问题已成为国内外专家学者研究和探讨的热点, 在众多领域有着广泛的应用. 自邓聚龙[1]提出灰靶决策以来, 众多学者从不同角度对经典灰靶决策方法进行了研究, 灰靶决策已逐渐成为决策理论的一个重要组成部分.

关于灰靶决策的研究, 文献 [2] 利用欧氏距离定义了靶心距, 在此基础上建立了 s 维球形灰靶; 文献 [3] 构建了不同属性指标初始化算子, 建立了区间数多指标灰靶决策模型; 文献 [4] 对邓氏灰靶的不相容问题进行了研究; 文献 [5] 考虑到各指标间的相关性、不同量纲和重要程度不同, 利用加权马氏距离给出了改进的灰靶决策方法; 文献 [6] 提出了强“奖优罚劣”算子, 建立优化模型求解指标的权重, 构建了基于正负靶心的多指标灰靶决策模型; 文献 [7] 构造了不同目标类型的一致效果测度函数, 提出了一种新的多目标加权灰靶决策模型; 文献 [8] 将理想最优和理想最劣方案分别定义为灰靶的正负靶心, 提出了正负靶心灰靶决策模型; 文献 [9] 定义了各方案到正负理想方案的正负靶心距, 并根据各方案的综合靶心距对方案进行排序; 文献 [10] 基于多层次、多目标的决策问题, 建立了基于正负靶心的多目标灰靶决策模型. 上述灰靶决策模型可以较好地解决多指标决策问题, 但是这些文献都是基于期望效用理论的, 没有考虑决

收稿日期: 2014-06-23；**修回日期:** 2014-11-06.

基金项目: 国家社科基金重大项目 (10zd&014)；江苏省研究生培养创新工程项目；中央高校基本科研业务费专项资金项目(CXLX12-0177).

作者简介: 郭三党(1973−), 女, 讲师, 博士生, 从事供应链管理、灰色系统理论的研究；刘思峰(1955−), 男, 教授, 博士生导师, 从事灰色系统理论、数量经济学等研究.

策者心理因素对决策的影响. 文献[11]提出的前景理论以及文献[12]提出的累积前景理论是考虑决策者心理行为的科学方法; 文献[13]考虑了决策者的风险心理因素, 构建了基于前景理论的模糊多准则决策方法; 文献[14]针对权重信息部分已知且属性值为区间数的多目标决策问题, 设计了正负理想靶心, 提出了考虑决策者心理的基于前景理论的区间数多目标灰靶决策方法; 文献[15]以决策者期望灰靶为参考点定义前景价值函数, 构建了基于前景理论的群体灰靶决策方法. 基于前景理论的决策方法有较多难以确定的参数, 因此计算比较复杂, 需要决策者事先给出参照点信息, 而且前景理论的"决策权重函数(decision weight function)"高估了小概率, 低估了高概率, 因此, 在考虑决策者心理行为的情境下, 需要进一步研究新的决策方法. 在此种背景下, 文献[16-17]提出的后悔理论引起了广大学者的广泛关注. 后悔理论是一种考虑了决策者心理行为的决策理论[18], 有文献指出, 后悔理论在应用上比前景理论有一定的优势[19]. 后悔理论比前景理论简单, 但仍然能解释Kahneman和Tversky所发现的所有违背期望效用理论的现象[11]. 与前景理论相比, 后悔理论的计算简单, 并且决策者可以不给出参照信息.

鉴于此, 本文针对属性值为区间灰数的灰信息下的决策问题, 在上述文献研究的基础上, 将决策者的后悔心理引入灰靶决策方法, 定义正负理想靶心, 构建正理想方案和负理想方案; 根据决策者与负理想方案相比出现的欣喜心理和与正理想方案相比出现的后悔心理, 定义欣喜-后悔值函数; 考虑决策者的思维方式与各方案到正负靶心的空间投影距离, 构造综合靶心距函数, 并在指标权重不确定性分析的基础上构建目标规划模型以确定各属性的权重; 由此建立基于后悔理论的多目标灰靶决策模型, 用以解决符合决策者心理行为的决策问题. 本文提出的模型提供了一种新的方便有效的方法, 用于解决具有灰信息的多指标决策问题, 并通过一个城市突发事件应急预案选择实例验证了所提出方法的科学性和适用性.

1 模型构建

1.1 问题描述

设多属性决策问题的决策方案集

$$S=(S_1,S_2,\cdots,S_m),$$

评价指标集

$$C=\{C_1,C_2,\cdots,C_n),$$

信息的不完全性使决策信息为区间灰数. 决策者在j指标下对方案i的评价值为$x_{ij}(\otimes)(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$, 评价值为区间灰数, 记为$x_{ij}(\otimes)=[\underline{x}_{ij},\bar{x}_{ij}]$, 则方案集$S$对指标集$C$的评价值的样本矩阵为

$$X=\begin{bmatrix} x_{11}(\otimes) & x_{12}(\otimes) & \cdots & x_{1n}(\otimes)\\ x_{21}(\otimes) & x_{22}(\otimes) & \cdots & x_{2n}(\otimes)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ x_{m1}(\otimes) & x_{m2}(\otimes) & \cdots & x_{mn}(\otimes)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} [\underline{x}_{11},\bar{x}_{11}] & [\underline{x}_{12},\bar{x}_{12}] & \cdots & [\underline{x}_{1n},\bar{x}_{1n}]\\ [\underline{x}_{21},\bar{x}_{21}] & [\underline{x}_{22},\bar{x}_{22}] & \cdots & [\underline{x}_{2n},\bar{x}_{2n}]\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ [\underline{x}_{m1},\bar{x}_{m1}] & [\underline{x}_{m2},\bar{x}_{m2}] & \cdots & [\underline{x}_{mn},\bar{x}_{mn}]\end{bmatrix}.$$

1.2 区间灰数的距离

定义 1[20] 设灰数$\otimes\in[a,b](a<b)$产生的背景或论域为Ω, $\mu(\otimes)$为灰数$\otimes$取值域的测度, 则定义$\hat{\otimes}=E(\otimes)$为灰数$\otimes$的核, $g^0(\otimes)=\mu(\otimes)/\mu(\Omega)$为灰数$\otimes$的灰度, 灰数$\otimes$简记为$\hat{\otimes}_{(g^0)}$.

在缺乏区间灰数$\otimes\in[a,b](a<b)$取值分布信息的情况下, 称$\hat{\otimes}=\dfrac{1}{2}(a+b)$为灰数$\otimes$的核.

设有两区间灰数$\otimes_1\in[a_1,b_1](a_1<b_1)$, 简记为$\hat{\otimes}_{1(g_1^0)}$; $\otimes_2\in[a_2,b_2](a_2<b_2)$, 简记为$\hat{\otimes}_{2(g_2^0)}$. 则有如下的运算法则[20]:

法则 1 $\hat{\otimes}_{1(g_1^0)}+\hat{\otimes}_{2(g_2^0)}=(\hat{\otimes}_1+\hat{\otimes}_2)_{(g_1^0\vee g_2^0)}$;

法则 2 $\hat{\otimes}_{1(g_1^0)}-\hat{\otimes}_{2(g_2^0)}=(\hat{\otimes}_1-\hat{\otimes}_2)_{(g_1^0\vee g_2^0)}$;

法则 3 $\hat{\otimes}_{1(g_1^0)}\times\hat{\otimes}_{2(g_2^0)}=(\hat{\otimes}_1\times\hat{\otimes}_2)_{(g_1^0\vee g_2^0)}$;

法则 4 $\hat{\otimes}_{1(g_1^0)}/\hat{\otimes}_{2(g_2^0)}=(\hat{\otimes}_1/\hat{\otimes}_2)_{(g_1^0\vee g_2^0)}$;

法则 5 若k为实数, 则$k\,\hat{\otimes}_{(g_1^0)}=(k\hat{\otimes})_{(g_1^0)}$.

定义 2[21] 设有两区间灰数$\otimes_1\in[a_1,b_1](a_1<b_1)$, $\otimes_2\in[a_2,b_2](a_2<b_2)$, 则两区间灰数的距离定义为

$$d(\otimes_1,\otimes_2)=|\hat{\otimes}_1-\hat{\otimes}_2|+\frac{1}{2}|l(\otimes_1)-l(\otimes_2)|. \quad (1)$$

其中: $|\hat{\otimes}_1-\hat{\otimes}_2|$为两个灰数的核之间的距离, $\dfrac{1}{2}|l(\otimes_1)-l(\otimes_2)|$为两个灰数半区间长度间的距离.

定义 3 设有两区间灰数$\otimes_1\in[a_1,b_1](a_1<b_1)$, $\otimes_2\in[a_2,b_2](a_2<b_2)$, 则:

1) 若$\hat{\otimes}_1>\hat{\otimes}_2$, 则$\otimes_1>\otimes_2$;

2) 若$\hat{\otimes}_1=\hat{\otimes}_2$, 则:

① 若$l(\otimes_1)>l(\otimes_2)$, 则$\otimes_1>\otimes_2$;

② 若$l(\otimes_1)=l(\otimes_2)$, 则$\otimes_1=\otimes_2$.

1.3 后悔理论

后悔理论是在放弃独立性公理前提下, 将后悔和欣喜两种心理感觉纳入个人决策的偏好关系中. 后悔-欣喜值是根据各方案与理想点比较得出的. 若以

正理点为参考点, 则评价值劣于正理想点时, 由后悔理论可知决策者是后悔的; 若以负理想点为参考点, 则评价值优于负理想点时决策者是欣喜的. 依据文献 [17], 方案 S_i 的各评价值 $x_{ij}(\otimes)$ 相对于负理想点的欣喜值 $q_{ij}(\otimes)$ 和相对于正理想点的后悔值 $g_{ij}(\otimes)$ 可以表示为

$$q_{ij}(\otimes) = 1 - \exp(-\delta|x_{ij}(\otimes) - x_j^+|), \tag{2}$$

$$g_{ij}(\otimes) = 1 - \exp(\delta|x_{ij}(\otimes) - x_j^-|). \tag{3}$$

其中: $x_j^+ = \max(\underline{x}_{ij}, \bar{x}_{ij}, i = 1, 2, \cdots, m)$ 为正理想点, $x_j^- = \min(\underline{x}_{ij}, \bar{x}_{ij}, i = 1, 2, \cdots, m)$ 为负理想点, $\delta(\delta > 0)$ 为决策者的后悔规避系数.

决策者各评价值总的欣喜-后悔值为

$$y_{ij}(\otimes) = q_{ij}(\otimes) + g_{ij}(\otimes). \tag{4}$$

1.4 正负靶心灰靶决策

定义 4 设 $y_j^+ = \max(y_{ij}(\otimes), 1 \leqslant i \leqslant m)$, $j = 1, 2, \cdots, n$, 称

$$y^+ = [y_1^+(\otimes), y_2^+(\otimes), \cdots, y_n^+(\otimes)] \tag{5}$$

为灰靶决策的最优效果向量, 称为正靶心.

定义 5 设 $y_j^- = \min(y_{ij}(\otimes), 1 \leqslant i \leqslant m)$, $j = 1, 2, \cdots, n$, 称

$$y^- = \{y_1^-(\otimes), y_2^-(\otimes), \cdots, y_n^-(\otimes)\} \tag{6}$$

为灰靶决策的最劣效果向量, 称为负靶心.

设指标的权重为 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n)$, 且 $\sum\limits_{j=1}^{n} \omega_j = 1$.

定义 6 称

$$R^+ = \begin{bmatrix} r_{11}^+ & r_{12}^+ & \cdots & r_{1n}^+ \\ r_{21}^+ & r_{22}^+ & \cdots & r_{2n}^+ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1}^+ & r_{m2}^+ & \cdots & r_{mn}^+ \end{bmatrix} \tag{7}$$

为评价方案的正靶心系数矩阵, 其中 $r_{ij}^+ = d(y_{ij}(\otimes), y_j^+(\otimes))$ 为 $y_{ij}(\otimes)$ 到正靶心的距离, 则方案 S_i 的正靶心距为 $\eta_i^+ = R^+\omega^{\mathrm{T}}$.

定义 7 称

$$R^- = \begin{bmatrix} r_{11}^- & r_{12}^- & \cdots & r_{1n}^- \\ r_{21}^- & r_{22}^- & \cdots & r_{2n}^- \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1}^- & r_{m2}^- & \cdots & r_{mn}^- \end{bmatrix} \tag{8}$$

为评价方案的负靶心系数矩阵, 其中 $r_{ij}^- = d(y_{ij}(\otimes), y_j^-(\otimes))$为$y_{ij}(\otimes)$到负靶心的距离, 则方案 S_i 的负靶心距为 $\eta_i^- = R^-\omega^{\mathrm{T}}$.

定义 8 称

$$R^0 = [\, r_1^{\pm} \quad r_2^{\pm} \quad \cdots \quad r_n^{\pm} \,] \tag{9}$$

为正负靶心距系数矩阵, 其中 $r_j^{\pm} = d(y_j^+(\otimes), y_j^-(\otimes))$ 为正靶心与负靶心的距离, 则正负靶心矩为 $\eta^0 = R^0\omega^{\mathrm{T}}$.

由于任意方案所处点到正靶心的距离 $\eta_i^+ < \eta^0$, 到负靶心的距离 $\eta_i^- < \eta^0$, 任意方案所处点与正负靶心点为空间内的 3 点, 其共线或围成三角形. 由于正靶心距 η_i^+ 与负靶心距 η_i^- 均为向量, 为了便于比较, 本文考虑靶心距在正负靶心间连线上的投影. 设正靶心距与正负靶心连线的夹角为 θ, 则由余弦定理可知, 正靶心距在正负靶心连线上的投影为

$$\eta_i' = \eta_i^+ \cos\theta = \frac{(\eta_i^+)^2 + (\eta^0)^2 - (\eta_i^-)^2}{2\eta^0}. \tag{10}$$

同理, 负靶心距在正负靶心连线上的投影为

$$\eta_i'' = \frac{(\eta_i^-)^2 + (\eta^0)^2 - (\eta_i^+)^2}{2\eta^0}. \tag{11}$$

基于后悔理论的灰靶决策, 要求正靶心距越小越好, 负靶心距越大越好, 因此综合靶心距为

$$\eta_i = \eta_i' - \eta_i'' = \frac{(\eta_i^+)^2 - (\eta_i^-)^2}{\eta^0}. \tag{12}$$

1.5 目标权重的优化

由文献 [22] 可知, 指标权重序列为 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n)$ 为灰内涵序列, 可以定义灰熵

$$H_\otimes(\omega) = -\sum_{j=1}^{n} \omega_j \ln \omega_j. \tag{13}$$

根据极大熵原理, 应调整 $\omega_j (j = 1, 2, \cdots, n)$ 使得序列 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n)$ 不确定性尽量减少, 从而应使得 $H_\otimes(\omega)$ 极大化. 同时, 考虑各方案的评价值与正负靶心的接近性, 调整权重 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n)$ 使得综合靶心距最小, 因此可以得到如下目标优化模型:

$$\begin{aligned} &\min \sum_{i=1}^{m} \eta_i, \\ &\max H_\otimes(\omega) = -\sum_{j=1}^{n} \omega_j \ln \omega_j; \\ &\text{s.t.} \sum_{j=1}^{n} \omega_j = 1,\ \omega_j > 0,\ j = 1, 2, \cdots, n. \end{aligned} \tag{14}$$

对上述多目标问题单目标化, 可以转化为

$$\begin{aligned} &\min \left\{ \lambda \sum_{i=1}^{m} \eta_i + (1-\lambda) \sum_{j=1}^{n} \omega_j \ln \omega_j \right\}; \\ &\text{s.t.} \sum_{j=1}^{n} \omega_j = 1,\ \omega_j > 0,\ j = 1, 2, \cdots, n. \end{aligned} \tag{15}$$

其中 $0 < \lambda < 1$. 考虑到优化目标函数的公平竞争, 一般取 $\lambda = 0.5$. 在运筹学软件的辅助下, 可以方便地得到最优权重序列, 根据权重向量可以确定各方案的综合靶心距, 从而对方案进行排序.

2 决策步骤

综上所述, 本文决策步骤如下.

Step 1: 根据问题构造评价值的样本矩阵 X, 并对各指标进行规范化处理;

Step 2: 按照式 (2) 和 (3) 计算各指标的欣喜值 $q_{ij}(\otimes)$ 和后悔值 $g_{ij}(\otimes)$, 由式 (4) 求得欣喜-后悔值 $y_{ij}(\otimes)$;

Step 3: 由式 (5) 和 (6) 确定正负靶心 y^+ 和 y^-, 由式 (7) 和 (8) 确定正负靶心系数矩阵 R^+ 和 R^-, 由式 (10) 和 (11) 确定正负靶心距投影, 由式 (12) 确定综合靶心矩 η_i;

Step 4: 利用软件求解由式 (15) 确定的单目标优化方程, 得到指标权重;

Step 5: 将指标权重代入式 (12) 计算综合靶心距 η_i, 确定最优方案.

3 案例分析

由于各种突发事件频繁出现, 各地方政府都加强了对应的应急管理. 某城市为了预防突发事件, 做好应急措施, 召集专家讨论, 专家们给出了 4 个应急方案 S_1, S_2, S_3, S_4. 考核指标如下: C_1 为救灾物资供应能力; C_2 为应急响应的成本; C_3 为政府部门的灾民安置能力; C_4 为灾民应急救灾能力; C_5 为医疗救援能力. 下面根据本文提出的模型确定最优方案.

1) 决策步骤.

Step 1 根据调查所对应的各能力指数, 可建立评价值样本矩阵如下:

$$X = \left[\begin{array}{ccc} [100,120] & [40,50] & [300,320] \\ [120,130] & [45,55] & [320,350] \\ [105,110] & [50,60] & [290,310] \\ [110,140] & [35,50] & [325,350] \end{array}\right. \rightarrow$$

$$\leftarrow \left.\begin{array}{cc} [12,16] & [80,90] \\ [16,18] & [90,100] \\ [15,22] & [100,110] \\ [18,23] & [85,100] \end{array}\right].$$

其中: C_2 为成本指标, 其他的为效益指标. 记 N_b 和 N_c 分别表示效益型指标集合和成本型指标集合, 为了消除量纲的影响, 用下列公式将决策矩阵规范化:

$$\underline{x}_{ij} = \frac{\underline{x}_{ij}}{\max\{\underline{x}_{ij}, \bar{x}_{ij}, i = 1, 2, \cdots, m\}},$$

$$\bar{x}_{ij} = \frac{\bar{x}_{ij}}{\max\{\underline{x}_{ij}, \bar{x}_{ij}, i = 1, 2, \cdots, m\}},\ j \in N_b;$$

$$\underline{x}_{ij} = \frac{1/\bar{x}_{ij}}{1/\min\{\underline{x}_{ij}, \bar{x}_{ij}, i = 1, 2, \cdots, m\}},$$

$$\bar{x}_{ij} = \frac{1/\underline{x}_{ij}}{1/\min\{\underline{x}_{ij}, \bar{x}_{ij}, i = 1, 2, \cdots, m\}},\ j \in N_c.$$

规范化后的决策矩阵为

$$X' =$$

$$\left[\begin{array}{cc} [0.7143, 0.8571] & [0.7000, 0.8750] \\ [0.8571, 0.9286] & [0.6364, 0.7778] \\ [0.7500, 0.7857] & [0.5833, 0.7000] \\ [0.7143, 1.0000] & [0.7000, 1.0000] \end{array}\right. \rightarrow$$

$$\leftarrow \begin{array}{cc} [0.8571, 0.9143] & [0.5217, 0.6957] \\ [0.9143, 1.0000] & [0.6957, 0.7826] \\ [0.8286, 0.8857] & [0.6522, 0.9565] \\ [0.9286, 1.0000] & [0.7826, 1.0000] \end{array} \rightarrow$$

$$\leftarrow \left.\begin{array}{c} [0.7273, 0.8182] \\ [0.8182, 0.9091] \\ [0.9091, 1.0000] \\ [0.7727, 0.9091] \end{array}\right].$$

Step 2 计算欣喜值矩阵 Q 及后悔值矩阵 G, 有

$$Q =$$

$$\left[\begin{array}{cc} [0.0000, 0.0420] & [0.0344, 0.0838] \\ [0.0420, 0.0623] & [0.0158, 0.0567] \\ [0.0107, 0.0212] & [0.0000, 0.0344] \\ [0.0212, 0.0821] & [0.0344, 0.1175] \end{array}\right. \rightarrow$$

$$\leftarrow \begin{array}{cc} [0.0085, 0.0254] & [0.0000, 0.0508] \\ [0.0254, 0.0501] & [0.0508, 0.0753] \\ [0.0000, 0.0170] & [0.0384, 0.1223] \\ [0.0296, 0.0501] & [0.0753, 0.1337] \end{array} \rightarrow$$

$$\leftarrow \left.\begin{array}{c} [0.0000, 0.0269] \\ [0.0269, 0.0531] \\ [0.0531, 0.0786] \\ [0.0135, 0.0531] \end{array}\right],$$

$$G =$$

$$\left[\begin{array}{cc} [-0.0895, -0.0438] & [-0.0942, -0.0382] \\ [-0.0438, -0.0217] & [-0.1153, -0.0689] \\ [-0.0779, -0.0664] & [-0.1331, -0.0942] \\ [-0.0664, 0.0000] & [-0.0942, 0.0000] \end{array}\right. \rightarrow$$

$$\leftarrow \begin{array}{cc} [-0.0438, -0.0260] & [-0.1543, -0.0956] \\ [-0.0260, 0.0000] & [-0.0956, -0.0674] \\ [-0.0528, -0.0349] & [-0.1100, -0.0131] \\ [-0.0217, 0.0000] & [-0.0674, 0.0000] \end{array} \rightarrow$$

$$\leftarrow \left.\begin{array}{c} [-0.0853, -0.0561] \\ [-0.0561, -0.0276] \\ [-0.0276, 0.0000] \\ [-0.0706, -0.0276] \end{array}\right].$$

由式 (4) 可得欣喜-后悔值矩阵

$H =$

$$\begin{bmatrix} [-0.0895,-0.0018] & [-0.0598,0.0456] \\ [-0.0018,0.0406] & [-0.0995,-0.0123] \\ [-0.0672,-0.0452] & [-0.1331,-0.0598] \\ [-0.0452,0.0821] & [-0.0598,0.1175] \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\leftarrow \begin{matrix} [-0.0353,-0.0007] & [-0.1543,-0.0448] \\ [-0.0007,0.0501] & [-0.0448,0.0079] \\ [-0.0528,-0.0179] & [-0.0716,0.1092] \\ [0.0079,0.0501] & [0.0079,0.1337] \end{matrix} \rightarrow$$

$$\leftarrow \begin{matrix} [-0.0853,-0.0292] \\ [-0.0292,0.0254] \\ [0.0254,0.0786] \\ [-0.0570,0.0254] \end{matrix} \Bigg].$$

Step 3　确定正负靶心

$y^+ =$

$[[-0.0018,0.0406]\quad[-0.0598,0.1175] \rightarrow$

$\leftarrow [0.0079,0.0501]\quad[0.0079,0.1337] \rightarrow$

$\leftarrow [0.0254,0.0786]],$

$y^- =$

$[[-0.0672,-0.0452]\quad[-0.1331,-0.0598] \rightarrow$

$\leftarrow [-0.0528,-0.0179]\quad[-0.1543,-0.0448] \rightarrow$

$\leftarrow [-0.0853,-0.0292]].$

确定正负靶心系数矩阵

$R^+ =$

$$\begin{bmatrix} 0.0877 & 0.0719 & 0.0508 & 0.1784 & 0.1107 \\ 0.0000 & 0.1298 & 0.0086 & 0.1258 & 0.0546 \\ 0.0858 & 0.1773 & 0.0680 & 0.0795 & 0.0000 \\ 0.0434 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0825 \end{bmatrix},$$

$R^- =$

$$\begin{bmatrix} 0.0434 & 0.1053 & 0.0175 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0858 & 0.0475 & 0.0680 & 0.1095 & 0.0561 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.1539 & 0.1107 \\ 0.1273 & 0.1773 & 0.0680 & 0.1784 & 0.0546 \end{bmatrix}.$$

Step 4　确定单目标优化方程, 使用Lingo软件求解, 得到指标权重

$$\omega = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n) = (0.2134, 0.1853, 0.2018, 0.2076, 0.1919).$$

Step 5　计算综合靶心距 η_i, 并根据 η_i 的大小对方案进行排序. 因为

$$\eta_1 = 0.0161,\ \eta_2 = -0.0011, \eta_3 = 0.0033,$$
$$\eta_4 = -0.0256,\ \eta_1 > \eta_3 > \eta_2 > \eta_4,$$

所以方案 S_4 最优.

2) 方法比较.

由案例分析可知, 基于后悔理论的多目标灰靶决策将主观与客观进行了有效结合, 既考虑了属性值的客观性, 又考虑了决策者的心理因素, 且易于计算实现. 如果不考虑后悔值, 采用基于效用理论的方法评价, 则将原评价值采用本文的方法规范化, 求各方案的正负靶心距仍采用综合靶心距评定方案, 得到各方案的综合靶心距为

$$\eta_1 = 0.0380,\ \eta_2 = 0.0031,\ \eta_3 = -0.0034,$$
$$\eta_4 = -0.0520,\ \eta_1 > \eta_2 > \eta_3 > \eta_4,$$

与本文的排序不完全一致. 这是由于方案 S_3 的综合期望要高于 S_2, 而方案 S_2 则面临着更多的后悔.

与基于前景理论的多目标决策方法相比, 以文献[14]为例, 本文提出的方法考虑了决策者的心理行为, 只需计算后悔值, 而且只有一个参数 δ, 计算简单. 然而, 基于前景理论的决策方法有描述前景效用价值函数 α、β、θ 和前景权重函数中的 γ^+、γ^- 等多个参数需要确定, 计算前景值时也比较复杂.

4　结　论

本文研究了决策信息为区间灰数的多目标决策问题, 考虑了人的心理因素, 将决策者的心理行为引入多目标灰靶决策, 依据后悔理论的思想, 考虑并定义了符合人们思维方式的欣喜-后悔值函数, 选取最优效果和最劣效果作为正负理想方案; 同时考虑了各方案与正负理想效果值的接近性, 建立了目标权重的优化模型来确定权重, 并根据靶心距的大小进行排序, 优选备选方案. 该决策综合考虑了属性值的客观性及决策者的心理因素, 更符合决策者的心理行为, 且易于在计算机上操作.

参考文献(References)

[1] 邓聚龙. 灰预测与决策[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 56-61.
(Deng J L. Grey prediction and grey decision[M]. Wuhan: Press of Huazhong University of Science & Technology, 2002: 56-61.)

[2] Liu S F. Grey information: Theory and practical applications[M]. London: Springer, 2006: 89-92.

[3] 党耀国, 刘思峰, 刘斌. 基于区间数的多指标灰靶决策模型的研究[J]. 中国工程科学, 2005, 7(4): 31-35.
(Dang Y G, Liu S F, Liu B. Study on the multi-attribute decision model of grey target based on interval number[J]. Engineering Science, 2005, 7(4): 31-35.)

[4] 陈勇明, 谢海英. 邓氏灰靶变换的不相容问题的统计模拟检验[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(4): 1285-

1287.

(Chen Y M, Xie H Y. Test of the in consistency problem on Deng's grey transformation by simulation[J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(4): 1285-1287.)

[5] 王正新, 党耀国, 杨虎. 改进的多目标灰靶决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(7): 2634-2636.

(Wang Z X, Dang Y G, Yang H. Improvements on decision method of grey target[J]. System Engineering and Electronics, 2009, 31(7): 2634-2636.)

[6] 宋捷, 党耀国, 王正新. 基于强"奖优罚劣"算子的多指标灰靶决策模型[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(6): 1229-1233.

(Song J, Dang Y G, Wang Z X. Multi-attribute decision model of grey target based on majorant operator of"rewarding good and punishing bad"[J]. System Engineering and Electronics, 2010, 32(6): 1229-1233.)

[7] 刘思峰, 袁文峰, 盛克勤. 一种新型多目标智能加权灰靶决策模型[J]. 控制与决策, 2010, 25(8): 1159-1163.

(Liu S F, Yuan W F, Sheng K Q. Multi-attribute intelligent grey target decision model[J]. Control and Decision, 2010, 25(8): 1159-1163.)

[8] 宋捷, 党耀国, 王正新. 正负靶心灰靶决策模型[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(10): 1822-1826.

(Song J, Dang Y G, Wang Z X. New decision model of grey target with both the positive clout and the negative clout[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2010, 30(10): 1822-1827.)

[9] Krohling R A, de Souza T T M. Combining prospect theory and fuzzy numbers to multi-criteria decision making[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(13): 11487-11493.

[10] 罗党. 基于正负靶心的多目标灰靶决策模型[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 241-246.

(Luo D. Multi-objective grey target decision model based on positive and negative clouts[J]. Control and Decision, 2013, 28(2): 241-246.)

[11] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Econometric, 1979, 47(2): 263-291.

[12] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. J of Risk and Uncertainty, 1992, 5(4): 297-323.

[13] 王坚强, 孙腾, 陈晓红. 基于前景理论的信息不完全的模糊多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(8): 1198-1202.

(Wang J Q, Sun T, Chen X H. Multi-criteria fuzzy decision making method based on prospect theory with incomplete information[J]. Control and Decision, 2009, 24(8): 1198-1202.)

[14] 刘勇, Forrest Jeffrey, 刘思峰, 等. 基于前景理论的多目标灰靶决策方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(3): 345-350.

(Liu Y, Forrest Jeffrey, Liu S F, et al. Multi-objective grey target decision-making based on prospect theory[J]. Control and Decision, 2013, 28(3): 345-350.)

[15] 闫书丽, 刘思峰. 基于前景理论的群体灰靶决策方法[J]. 控制与决策, 2014, 29(4): 673-678.

(Yan S L, Liu S F. Group grey target decision making based on prospect theory[J]. Control and Decision, 2014, 29(4): 673-678.)

[16] Bell D E. Regret in decision making under uncertainty[J]. Operations Research, 1982, 30(5): 961-981.

[17] Loomes G，Sugden R．Regret theory: An alternative theory of rational choice under uncertainty[J]. The Economic J, 1982, 92(368): 805-824.

[18] Laciana C E, Weber E U. Correcting expected utility for comparisons between alternative outcomes: A unified parameterization of regret and disappointment[J]. J of Risk and Uncertainty, 2008, 36(1): 1-17.

[19] Chorus C G. Regret theory based route choices and traffic equilibria[J]. Transportmetrica, 2010, 8: 291-305.

[20] 刘思峰, 方志耕, 谢乃明. 基于核和灰度的区间灰数运算法则[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(2): 313-316.

(Liu S F, Fang Z G, Xie N M. Algorithm rules ofinterval grey numbers based on the"kernel"and thedegree of greyness of numbers[J]. Systems Engineering and Electronic, 2010, 32(2): 313-316.)

[21] 闫书丽, 刘思峰, 方志耕, 等. 基于累积前景理论的动态风险灰靶决策方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(11): 1655-1660.

(Yan S L, Liu S F, Fang Z G, et al. Dynamic risk grey target decision making method based on cumulative prospect theory[J]. Control and Decision, 2013, 28(11): 1655-1660.)

[22] 张歧山, 郭喜江, 邓聚龙. 灰关联熵分析方法[J]. 系统工程理论与实践, 1996, 18(8): 7-11.

(Zhang Q S, Guo X J, Deng J L. Grey relation entropy method of grey relation analysis[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 1996, 16(8): 7-11.)

(责任编辑：曹洪武)