第 30 卷 第 12 期
Vol. 30 No. 12

控 制 与 决 策
Control and Decision

2015 年 12 月
Dec. 2015

文章编号: 1001-0920 (2015) 12-2193-06 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2014.1610

不确定多传感器系统鲁棒观测融合 Kalman 预报器

刘文强[1,2], 王雪梅[1], 邓自立[1]

(1. 黑龙江大学 电子工程学院，哈尔滨 150080；2. 黑龙江科技大学 计算机与信息工程学院，哈尔滨 150022)

摘 要: 对于带不确定模型参数和噪声方差的线性离散时不变多传感器系统, 用虚拟噪声补偿不确定参数, 系统转化为仅带噪声方差不确定性的多传感器系统. 用加权最小二乘法和极大极小鲁棒估计准则, 基于带噪声方差保守上界的最坏情形保守系统, 提出一种鲁棒加权观测融合稳态 Kalman 预报器, 并应用 Lyapunov 方程方法证明了它的鲁棒性, 同时给出了与鲁棒局部和集中式融合 Kalman 预报器的精度比较. 最后通过一个仿真例子说明了如何搜索参数扰动的鲁棒域, 并验证了所提出的理论结果的正确性和有效性.

关键词: 不确定噪声方差；虚拟噪声；鲁棒性；加权观测融合；Lyapunov 方程方法

中图分类号: O211.64 **文献标志码:** A

Robust measurement fusion Kalman predictor for uncertain multisensor system

LIU Wen-qiang[1,2], *WANG Xue-mei*[1], *DENG Zi-li*[1]

(1. College of Electronic and Engineering，Heilongjiang University，Harbin 150080，China；2. College of Computer and Information Engineering，Heilongjiang University of Science and Technology，Harbin 150022，China．Correspondent: DENG Zi-li，E-mail：dzl@hlju.edu.cn)

Abstract: For the linear discrete time-invariant multisensor system with uncertain model parameters and noise variances, by using the approach of compensating the parameter uncertainties by a fictitious noise, the system is converted into a system with uncertain noise variances only. By using the weighted least squares(WLS) method and the minimax robust estimation principle, based on the worst-case conservative system with the conservative upper bounds of noise variances, a robust weighted measurement fusion Kalman predictor is presented, and its robustness is proved by using the Lyapunov equation approach. The accuracy comparisons among the robust local Kalman predictors, weighted measurement fusion Kalman predictor and centralized fusion Kalman predictor are given. A simulation example is presented to demonstrate how to search the robust region of uncertain parameters and to show the effectiveness and correctness of the proposed results.

Keywords: uncertain noise variances；fictitious noise；robustness；weighted measurement fusion；Lyapunov equation approach

0 引 言

随着信息科学和高技术的发展, 为了改善系统状态的估计精度, 多传感器信息融合 Kalman 滤波受到了广泛关注, 且已应用于目标跟踪、无人机、预警机和信号处理等众多领域中[1]. 信息融合估计的基本问题是如何优化组合局部状态估值器或局部观测数据, 以获得一个融合的状态估值器, 使得它的精度高于每个局部状态估值器的精度.

存在两种基于 Kalman 滤波的数据融合方法: 状态融合方法和观测融合方法. 基于加权最小二乘法[2], 文献 [3-4] 提出了两种加权观测融合算法. 基于无偏线性最小方差 (ULMV) 加权融合准则, 文献 [5] 给出了按矩阵、按对角阵和按标量 3 种最优加权状态融合算法.

Kalman 滤波理论的一个关键假设是系统的模型参数和噪声方差要精确已知. 然而, 由于模型简化、参数变化和未建模动态等因素, 在实际应用中, 这个关键假设常常并不满足. Kalman 滤波器的性能对模型的不确定性非常敏感, 不确定性可导致滤波性能变坏甚至发散, 这推动了鲁棒 Kalman 滤波的许多研究.

收稿日期: 2014-10-22；**修回日期:** 2015-03-20.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60874063, 60374026).

作者简介: 刘文强(1980−), 男, 讲师, 博士生, 从事信息融合鲁棒 Kalman 滤波的研究；邓自立(1938−), 男, 教授, 博士生导师, 从事信息融合鲁棒 Kalman 滤波等研究.

所谓的鲁棒 Kalman 滤波器是指, 设计一个 Kalman 滤波器, 使得对于所有容许的不确定性, 它的实际滤波误差方差保证有一个最小或保守性小的上界. 这样的 Kalman 滤波器称为鲁棒 Kalman 滤波器, 这种性质称之为鲁棒性.

目前为止, 对于模型参数不确定的系统, 在鲁棒 Kalman 滤波器设计上已经取得了一些研究成果. 两种重要的方法是 Riccati 方程方法[6-7]和线性矩阵不等式 (LMI) 方法[8-9], 大多数的研究成果基于这两种方法. 这两种方法的缺点是仅仅考虑了模型参数的不确定性, 而假定噪声方差是精确已知的.

最近, 对于带不确定噪声方差的多传感器时变系统, 文献 [10] 提出了一种鲁棒加权观测融合 Kalman 预报器, 通过对时变鲁棒加权观测融合 Kalman 预报器取极限的方法, 给出了相应的鲁棒加权观测融合稳态 Kalman 预报器. 但文献 [10] 没有考虑模型参数的不确定性, 且系统模型中没有考虑公共干扰噪声.

对于带公共干扰噪声和相同观测阵的不确定多传感器系统, 本文既考虑了参数不确定性, 又考虑了噪声方差不确定性, 用虚拟噪声补偿技术将问题转化为仅带不确定噪声方差系统的鲁棒预报问题. 使用极大极小鲁棒估计准则[11], 并基于稳态 Kalman 滤波[2], 提出一种鲁棒加权观测融合稳态 Kalman 预报器.

1 问题描述

考虑如下带公共干扰噪声和相同观测阵的线性离散时间不确定多传感器系统:

$$x(t+1)=(\varPhi_0+\Delta\varPhi)x(t)+\varGamma w(t); \tag{1}$$

$$y_i(t)=Hx(t)+\eta(t)+\theta_i(t),\ i=1,2,\cdots,L. \tag{2}$$

其中: t 是离散时间, $x(t)\in R^n$ 是被估状态, $y_i(t)\in R^m$ 是第 i 个子系统的观测, $w(t)\in R^r$ 是输入噪声, $\eta(t)\in R^m$ 是公共干扰噪声, $\theta_i(t)\in R^m$ 是第 i 个子系统的观测噪声, $\varPhi_0$、$\varGamma$ 和 H 是带适当维数的已知常矩阵. $\varPhi=\varPhi_0+\Delta\varPhi$ 是真实的状态转移矩阵, $\varPhi_0$ 是 $\varPhi$ 的一个已知估计或近似值, $\Delta\varPhi$ 是未知不确定参数干扰矩阵, 且满足

$$\Delta\varPhi\in\Re_{\Delta\varPhi}. \tag{3}$$

$\Re_{\Delta\varPhi}$ 是一个区域, 可以用搜索方法得到.

假设 1 $w(t)$、$\eta(t)$ 和 $\theta_i(t)$ 是带零均值的不相关白噪声, 它们的未知不确定实际噪声方差分别是 $\bar{Q}$、$\bar{R}_\eta$ 和 $\bar{R}_{\theta_i}$, Q、R_η 和 R_{θ_i} 分别是它们的已知保守上界, 且满足

$$\bar{Q}\leqslant Q,\ \bar{R}_\eta\leqslant R_\eta,\ \bar{R}_{\theta_i}\leqslant R_{\theta_i},\ i=1,2,\cdots,L. \tag{4}$$

假设 2 多传感器系统 (1) 和 (2) 是完全可观和完全可控的, $\varPhi$ 是稳定矩阵.

对于不确定多传感器系统 (1) 和 (2), 设计鲁棒加权观测融合稳态 Kalman 预报器.

2 保守加权观测融合稳态 Kalman 预报器

定义

$$v_i(t)=\eta(t)+\theta_i(t),\ i=1,2,\cdots,L. \tag{5}$$

其中 $v_i(t)$ 是带零均值白噪声, 它的已知保守上界方差、未知不确定实际方差和互协方差分别为

$$R_{v_i}=R_\eta+R_{\theta_i},\ \bar{R}_{v_i}=\bar{R}_\eta+\bar{R}_{\theta_i},\ i=1,2,\cdots,L; \tag{6}$$

$$R_{v_{ij}}=R_\eta,\ \bar{R}_{v_{ij}}=\bar{R}_\eta,\ i\neq j. \tag{7}$$

由式 (4) 有

$$\bar{R}_{v_i}\leqslant R_{v_i},\ i=1,2,\cdots,L. \tag{8}$$

此外, 由式 (1) 有

$$x(t+1)=\varPhi_0x(t)+\Delta\varPhi x(t)+\varGamma w(t). \tag{9}$$

引入一个带零均值和未知不确定实际方差为 $\bar{\varDelta}_\xi$ 的虚拟白噪声 $\xi(t)$, 它的实际方差有已知的保守上界 $\varDelta_\xi>0$, 即 $\bar{\varDelta}_\xi\leqslant\varDelta_\xi$, 且设 $\xi(t)$ 与 $w(t)$ 和 $v_i(t)$ 不相关, 用它来补偿不确定模型参数项 $\Delta\varPhi x(t)$.

根据极大极小鲁棒估计原理, 由式(9)、(5) 和 (2), 有带噪声方差上界 Q、R_η、R_{θ_i} 和 $\varDelta_\xi$ 的最坏情形保守多传感器系统为

$$x(t+1)=\varPhi_0x(t)+\xi(t)+\varGamma w(t); \tag{10}$$

$$y_i(t)=Hx(t)+v_i(t),\ i=1,2,\cdots,L. \tag{11}$$

于是, 带不确定参数和噪声方差的多传感器系统 (1) 和 (2) 转化为带噪声方差保守上界的最坏情形保守系统 (10) 和 (11). 由式 (11), 合并所有保守局部观测方程可得到保守集中式融合观测方程为

$$y_c(t)=H_cx(t)+v_c(t). \tag{12}$$

其中

$$y_c(t)=\begin{bmatrix}y_1(t)\\y_2(t)\\\vdots\\y_L(t)\end{bmatrix},\ H_c=\begin{bmatrix}H\\H\\\vdots\\H\end{bmatrix},$$

$$v_c(t)=\begin{bmatrix}v_1(t)\\v_2(t)\\\vdots\\v_L(t)\end{bmatrix}. \tag{13}$$

集中式融合白噪声 $v_c(t)$ 的保守上界方差 R_c 和实际方差 $\bar{R}_c$ 分别为

$$R_c=\begin{bmatrix}R_{v_1}&R_\eta&\cdots&R_\eta\\R_\eta&R_{v_2}&\cdots&R_\eta\\\vdots&\vdots&\ddots&R_\eta\\R_\eta&R_\eta&\cdots&R_{v_L}\end{bmatrix}, \tag{14}$$

$$\bar{R}_c=\begin{bmatrix}\bar{R}_{v_1} & \bar{R}_\eta & \cdots & \bar{R}_\eta\\ \bar{R}_\eta & \bar{R}_{v_2} & \cdots & \bar{R}_\eta\\ \vdots & \vdots & \ddots & \bar{R}_\eta\\ \bar{R}_\eta & \bar{R}_\eta & \cdots & \bar{R}_{v_L}\end{bmatrix}. \tag{15}$$

由式 (13) 可知

$$H_c=eH, \tag{16}$$

其中 $e^{\mathrm{T}}=[I_m\cdots I_m]$. 将式 (16) 代入 (12), 可得

$$y_c(t)=eHx(t)+v_c(t). \tag{17}$$

式 (17) 可以看成是 $Hx(t)$ 的观测模型. 此外, 因为 e 是列满秩矩阵, 所以 $e^{\mathrm{T}}R_c^{-1}e$ 是可逆的. 应用加权最小二乘法, 由式 (17) 可得 $Hx(t)$ 的 WLS(Gauss-Markov) 估计为

$$y_M(t)=(e^{\mathrm{T}}R_c^{-1}e)^{-1}e^{\mathrm{T}}R_c^{-1}y_c(t), \tag{18}$$

这里 $y_c(t)$ 是保守集中式融合观测.

将式 (17) 代入 (18) 中, 可得保守加权融合观测方程为

$$y_M(t)=Hx(t)+v_M(t). \tag{19}$$

融合观测白噪声 $v_M(t)$ 为

$$v_M(t)=(e^{\mathrm{T}}R_c^{-1}e)^{-1}e^{\mathrm{T}}R_c^{-1}v_c(t). \tag{20}$$

由式 (20) 可知, 保守上界方差 R_M 和实际方差 $\bar{R}_M$ 分别为

$$R_M=(e^{\mathrm{T}}R_c^{-1}e)^{-1}, \tag{21}$$

$$\bar{R}_M=(e^{\mathrm{T}}R_c^{-1}e)^{-1}e^{\mathrm{T}}R_c^{-1}\bar{R}_cR_c^{-1}e(e^{\mathrm{T}}R_c^{-1}e)^{-1}. \tag{22}$$

对于保守加权观测融合系统 (10) 和 (19), 基于稳态 Kalman 滤波理论[12], 可得保守加权观测融合稳态 Kalman 预报器为

$$\hat{x}_M(t+1|t)=\Psi_M\hat{x}_M(t|t-1)+K_My_M(t), \tag{23}$$

$$\Psi_M=\Phi_0-K_MH, \tag{24}$$

$$K_M=\Phi_0\Sigma_MH^{\mathrm{T}}(H\Sigma_MH^{\mathrm{T}}+R_M)^{-1}. \tag{25}$$

这里 Ψ_M 是稳定的, 保守预报误差方差阵 Σ_M 满足 Riccati 方程

$$\Sigma_M=\Phi_0[\Sigma_M-\Sigma_MH^{\mathrm{T}}(H\Sigma_MH^{\mathrm{T}}+R_M)^{-1}\times H\Sigma_M]\Phi_0^{\mathrm{T}}+\Gamma Q\Gamma^{\mathrm{T}}+\Delta_\xi, \tag{26}$$

且满足如下 Lyapunov 方程:

$$\Sigma_M=\Psi_M\Sigma_M\Psi_M^{\mathrm{T}}+K_MR_MK_M^{\mathrm{T}}+\Delta\xi+\Gamma Q\Gamma^{\mathrm{T}}. \tag{27}$$

注 1　由于式 (11) 中给出的保守局部观测 $y_i(t)$ 是不可利用的, 理论上它是由带保守上界方差 Q、R_η 和 R_{θ_i} 的保守系统式 (10) 和 (11) 生成. 所以式 (13) 中给出的保守集中式融合观测 $y_c(t)$ 也是不可利用的, 这导致了由式 (18) 给出的保守加权融合观测 $y_M(t)$ 也是不可利用的. 因而保守融合等式 (23) 是不可实现的. 仅仅由带真实噪声方差 $\bar{Q}$、$\bar{R}_\eta$ 和 $\bar{R}_{\theta_i}$ 的真实系统式 (1) 和 (2) 给出的实际局部观测 $y_i(t)$ 是可利用的. 根据式 (13), 由实际局部观测 $y_i(t)$ 可得到实际集中式融合观测 $y_c(t)$; 根据式 (18), 由实际集中式融合观测 $y_c(t)$ 可得到实际加权融合观测 $y_M(t)$ 是可利用的. 在保守融合器式 (23) 中, 若用实际加权融合观测 $y_M(t)$ 代替保守观测 $y_M(t)$, 则式 (23) 称为实际加权观测融合稳态 Kalman 预报器.

3　鲁棒观测融合稳态 Kalman 预报器

实际加权观测融合预报误差为

$$\tilde{x}_M(t+1|t)=x(t+1)-\hat{x}_M(t+1|t).$$

其中: $x(t+1)$ 是由式 (1) 给出的真实状态, $\hat{x}_M(t+1|t)$ 是由式 (23) 给出的实际加权观测融合稳态 Kalman 预报器. 因此可得到实际加权观测融合稳态预报误差为

$$\tilde{x}_M(t+1|t)=\Psi_M\tilde{x}_M(t|t-1)+\Delta\Phi x(t)+\Gamma w(t)-K_Mv_M(t). \tag{28}$$

由式 (28) 可得实际预报误差方差阵满足如下 Lyapunov 方程:

$$\bar{\Sigma}_M=\Psi_M\bar{\Sigma}_M\Psi_M^{\mathrm{T}}+\Psi_MC^{\mathrm{T}}\Delta\Phi^{\mathrm{T}}+\Delta\Phi C\Psi_M^{\mathrm{T}}+\Delta\Phi Z\Delta\Phi^{\mathrm{T}}+\Gamma\bar{Q}\Gamma^{\mathrm{T}}+K_M\bar{R}_MK_M^{\mathrm{T}}, \tag{29}$$

其中

$$Z=\mathrm{E}[x(t)x^{\mathrm{T}}(t)],\ C=\mathrm{E}[x(t)\tilde{x}_M^{\mathrm{T}}(t|t-1)]. \tag{30}$$

由式 (1) 和 Φ 的稳定性可知, Z 满足如下 Lyapunov 方程:

$$Z=\Phi Z\Phi^{\mathrm{T}}+\Gamma\bar{Q}\Gamma^{\mathrm{T}}. \tag{31}$$

应用式 (1) 和 (28) 可得 C 满足如下 Lyapunov 方程:

$$C=\Phi C\Psi_M^{\mathrm{T}}+\Phi Z\Delta\Phi^{\mathrm{T}}+\Gamma\bar{Q}\Gamma^{\mathrm{T}}. \tag{32}$$

引理 1[2]　考虑如下 Lyapunov 方程:

$$P=FPF^{\mathrm{T}}+U, \tag{33}$$

其中 U 是对称矩阵. 如果矩阵 F 是稳定的 (它的所有特征值都在单位圆内), 且 U 是正定 (半正定) 矩阵, 则该 Lyapunov 方程的解 P 是唯一的、对称的、正定 (半正定) 的.

定理 1　对于不确定多传感器系统 (1) 和 (2), 在假设 1 和假设 2 下, 实际加权观测融合稳态 Kalman 预报器 (23) 是鲁棒的, 即存在一个区域 $\Re_{\Delta\Phi}$ 使得对于所有容许的不确定模型参数干扰 $\Delta\Phi\in\Re_{\Delta\Phi}$, 以及不确定噪声方差满足式 (4) 和 (8), 有

$$\bar{\Sigma}_M<\Sigma_M. \tag{34}$$

且实际融合预报器 (23) 被称为鲁棒观测融合预报器, 称 $\Re_{\Delta\Phi}$ 为不确定模型参数的鲁棒域, 称式 (4) 和 (8) 为不确定噪声方差的鲁棒域.

证明 定义 $\Delta\Sigma_M = \Sigma_M - \bar{\Sigma}_M$, 式 (27) 减去 (29) 可得 Lyapunov 方程

$$\Delta\Sigma_M = \Psi_M \Delta\Sigma_M \Psi_M^{\mathrm{T}} + V^*. \tag{35}$$

其中

$$V^* = V + \Gamma(Q - \bar{Q})\Gamma^{\mathrm{T}} + K_M(R_M - \bar{R}_M)K_M^{\mathrm{T}}, \tag{36}$$

$$V = \Delta_\xi - \Psi_M C^{\mathrm{T}} \Delta\Phi^{\mathrm{T}} - \Delta\Phi C \Psi_M^{\mathrm{T}} - \Delta\Phi Z \Delta\Phi^{\mathrm{T}}. \tag{37}$$

由式 (4) 可知 $Q - \bar{Q} \geqslant 0$, 用式 (14) 减去 (15) 可得

$$\Delta R_c = R_c - \bar{R}_c = \begin{bmatrix} \Delta R_{v_1} & \Delta R_\eta & \cdots & \Delta R_\eta \\ \Delta R_\eta & \Delta R_{v_2} & \cdots & \Delta R_\eta \\ \vdots & \vdots & \ddots & \Delta R_\eta \\ \Delta R_\eta & \Delta R_\eta & \cdots & \Delta R_{v_L} \end{bmatrix}. \tag{38}$$

其中

$$\Delta R_{v_i} = R_{v_i} - \bar{R}_{v_i},\ i = 1, 2, \cdots, L;$$

$$\Delta R_\eta = R_\eta - \bar{R}_\eta.$$

由式 (4) 可得, $\Delta R_\eta \geqslant 0$; 由式 (8) 可得, $\Delta R_{v_i} \geqslant 0$, $i = 1, 2, \cdots, L$. 所以根据文献 [12] 中的引理 1 和引理 2 可得, $\Delta R_c \geqslant 0$, 即有

$$\bar{R}_c \leqslant R_c. \tag{39}$$

用式 (21) 减去 (22) 可得

$$R_M - \bar{R}_M = (e^{\mathrm{T}} R_c^{-1} e)^{-1} e^{\mathrm{T}} R_c^{-1} \times (R_c - \bar{R}_c) R_c^{-1} e (e^{\mathrm{T}} R_c^{-1} e)^{-1}. \tag{40}$$

由式 (39) 可得

$$\bar{R}_M \leqslant R_M, \tag{41}$$

即 $R_M - \bar{R}_M \geqslant 0$. 由式 (37), 当 $\Delta\Phi \to 0$ 时, 有 $V \to \Delta_\xi > 0$, 所以存在一个充分小的 $\varepsilon > 0$, 使得当 $\|\Delta\Phi\| \leqslant \varepsilon$ 时, 有 $V > 0$, 进而应用式 (4)、(36) 和 (41) 有 $V^* > 0$. 因此, 对于所有容许的不确定噪声方差满足式 (4) 和 (8), 对式 (35) 应用引理 1 可得 $\Delta\Sigma_M > 0$, 即式 (34) 成立, 且有鲁棒域

$$\Re_{\Delta\Phi} = \{\Delta\Phi \mid \|\Delta\Phi\| \leqslant \varepsilon\}.$$

这里符号 $\|\cdot\|$ 表示矩阵范数. □

注 2 用类似于鲁棒加权观测融合稳态 Kalman 预报器的推导, 由式 (1) 和 (12) 或由式 (1) 和 (2) 可得到相应的鲁棒集中式融合稳态 Kalman 预报器 $\hat{x}_c(t+1|t)$ 或鲁棒局部稳态 Kalman 预报器 $\hat{x}_i(t+1|t)$, $i = 1, 2, \cdots, L$; 相应的保守和实际集中式融合预报误差方差阵 Σ_c 和 $\bar{\Sigma}_c$; 保守和实际局部预报误差方差阵 Σ_i 和 $\bar{\Sigma}_i$, $i = 1, 2, \cdots, L$.

注 3 类似于定理 1 的证明过程, 可证明实际稳态集中式融合和局部 Kalman 预报器的鲁棒性, 即存在一个区域 $\Re_{\Delta\Phi}^{(i)}$ 使得对于所有容许的不确定模型参数 $\Delta\Phi \in \Re_{\Delta\Phi}^{(i)}$, 以及不确定噪声方差满足式 (4) 和 (8), 有

$$\bar{\Sigma}_i < \Sigma_i,\ i = c, 1, 2, \cdots, L. \tag{42}$$

4 精度分析

定理 2 在定理 1 的条件下, 局部和融合稳态 Kalman 预报器之间的精度关系为

$$\bar{\Sigma}_M < \Sigma_M = \Sigma_c \leqslant \Sigma_i,\ i = 1, 2, \cdots, L; \tag{43}$$

$$\mathrm{tr}\bar{\Sigma}_M < \mathrm{tr}\Sigma_M = \mathrm{tr}\Sigma_c \leqslant \mathrm{tr}\Sigma_i,\ i = 1, 2, \cdots, L. \tag{44}$$

证明 对于保守系统 (10) 和 (11), 基于信息滤波器, 文献 [3] 已经证明了保守加权观测融合 Kalman 预报器等价于保守集中式融合 Kalman 预报器, 即有

$$\Sigma_M = \Sigma_c. \tag{45}$$

文献 [13] 已经证明了如下精度关系:

$$\Sigma_c \leqslant \Sigma_i,\ i = 1, 2, \cdots, L. \tag{46}$$

结合式 (34)、(45) 和 (46) 可得式 (43) 成立, 对式 (43) 取矩阵迹运算可得矩阵迹不等式关系 (44). □

5 仿真分析

考虑带公共干扰噪声和相同观测阵的不确定两传感器系统 (1) 和 (2), 其中

$$\Phi_0 = \begin{bmatrix} 0.25 & 1.5 \\ 0.08 & 0 \end{bmatrix},\ \Delta\Phi = \begin{bmatrix} \delta & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma = [4\ \ 3]^{\mathrm{T}},\ H = [0.7\ \ 2].$$

在仿真实验中, 规定 $Q = 30, \bar{R}_\eta = 2, R_\eta = 5, \bar{R}_{\theta_1} = 10, R_{\theta_1} = 20, \bar{R}_{\theta_2} = 2, R_{\theta_2} = 4$.

注意到, 当 $\Delta\Phi = \begin{bmatrix} \delta & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ 时, 有欧几里得范数 $\|\Delta\Phi\| = |\delta|$, 所以鲁棒域 $\Re_{\Delta\Phi}$ 对应于扰动参数 δ 的鲁棒域 $\Re_\delta$. 此外, 容易验证, 在本例中, $V > 0$ 等价于 $\det V > 0$.

由式 (26) 可知, 保守加权观测融合预报误差方差阵 Σ_M 与虚拟噪声方差 Δ_ξ 有关; 由式 (31)、(32) 和 (29) 可知, 实际加权观测融合预报误差方差阵 $\bar{\Sigma}_M$ 与 δ、$\bar{Q}$ 和 Δ_ξ 有关.

在仿真实验中, 取 $\bar{Q}$ 为 5～9, 步长为 0.5; 不确定模型参数 δ 为 $-0.35 \sim 0.25$, 步长为 0.05; 虚拟噪声方差 $\Delta_\xi = \alpha I_2$, 且 α 为 10～15, 步长为 0.5, 即 Δ_ξ 为 $10I_2 \sim 15I_2$, 步长为 $0.5I_2$.

当 $\bar{Q} = 5$ 且 $\delta = 0.2$ 时, 随着虚拟噪声方差 Δ_ξ 的变化, 鲁棒局部和融合预报误差方差阵的迹比较如表 1 所示. 从表 1 可以看出, 不管 Δ_ξ 取哪个值, 精度关系 (44) 都成立.

表 1 鲁棒局部和融合预报误差方差阵的迹比较

	$\alpha=11$	$\alpha=12$	$\alpha=13$	$\alpha=14$	$\alpha=15$
$\mathrm{tr}\Sigma_1$	783.3151	785.4327	787.5502	789.6676	791.7848
$\mathrm{tr}\Sigma_2$	776.8970	779.0111	781.1250	783.2389	785.3526
$\mathrm{tr}\Sigma_c$	776.6274	778.7413	780.8551	782.9688	785.0823
$\mathrm{tr}\Sigma_M$	776.6274	778.7413	780.8551	782.9688	785.0823
$\mathrm{tr}\bar{\Sigma}_M$	138.1376	138.1293	138.1210	138.1127	138.1045

当 $\Delta_\xi=15I_2$ 且 $\bar{Q}=5$ 时, 随着不确定参数 δ 的变化, $\det V$ 值的变化情况如图 1 所示.

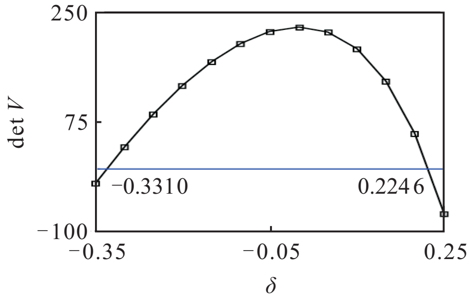

图 1 实际融合预报器的鲁棒域

从图 1 可以看出, $\det V$ 的变化曲线是一个向上的凸抛物线, 利用二分搜索方法可得抛物线与横坐标轴的两个交点的横坐标值, 分别是 -0.3310 和 0.2246. 显而易见, 当不确定模型参数 δ 属于区间 $(-0.3310, 0.2246)$ 时, 相应 $\det V$ 的值都大于 0, 从而 $\Delta\Sigma_M>0$, 即 $\bar{\Sigma}_M<\Sigma_M$. 因此, 实际融合预报器扰动参数 δ 的鲁棒域是 $-0.3310<\delta<0.2246$.

当 $\Delta_\xi=15I_2$ 且 $\bar{Q}$ 为 5 ∼ 9 时, 反应 $\det V$ 随着不确定性 δ 和 $\bar{Q}$ 的变化情况的一个三维仿真图如图 2 所示. 显然, 当 $\bar{Q}$ 增大时, δ 的鲁棒域减小.

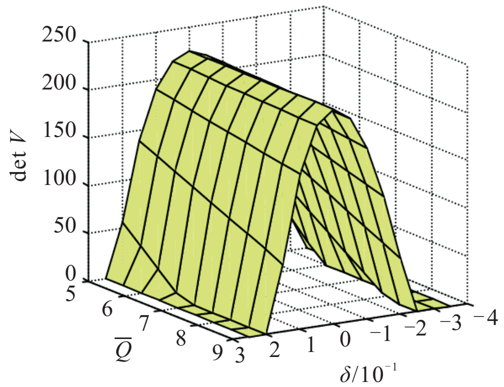

图 2 $\det V$ 随着不确定性 δ 和 $\bar{Q}$ 的变化情况

当 $\bar{Q}=5$ 且 Δ_ξ 为 $10I_2\sim15I_2$ 时, 反应 $\det V$ 随着不确定性 δ 和 Δ_ξ 的变化情况的一个三维仿真图如图 3 所示. 显然, 当 α 减小时, δ 的鲁棒域减小.

当 $\bar{Q}$ 为 5 ∼ 9 时, 取 $\Delta_\xi=10I_2, 12I_2, 13I_2, 15I_2$, 不确定模型参数 δ 的鲁棒域随着 $\bar{Q}$ 和 Δ_ξ 的变化情况如图 4 所示.

从图 4 可以看出, 无论 Δ_ξ 取闭区间 $[10I_2, 15I_2]$ 中的哪一个值, 随着 $\bar{Q}$ 的增加, 实际融合预报器的鲁棒域都将变窄. 也就是说, 当 Δ_ξ 取一个固定值, 且 $\bar{Q}$ 从 5 增加到 9 时, 实际融合预报器的鲁棒域 $\Re_\delta(\bar{Q})$ 在减小, 所以这时一个公共的鲁棒域 $\Re_\delta(\bar{Q})$ 是 $\Re_\delta(\bar{Q}=9)$. 同时, 可以看出, 无论 $\bar{Q}$ 取闭区间 $[5, 9]$ 中的哪一个值, 随着 Δ_ξ 的增加, 实际融合预报器的鲁棒域将变宽. 也就是说, 当 $\bar{Q}$ 取一个固定值, 且 Δ_ξ 从 $10I_2$ 增加到 $15I_2$ 时, 实际融合预报器的鲁棒域 $\Re_\delta(\Delta_\xi)$ 在增加, 所以这时一个公共的鲁棒域 $\Re_\delta(\Delta_\xi)$ 是 $\Re_\delta(\Delta_\xi=10I_2)$.

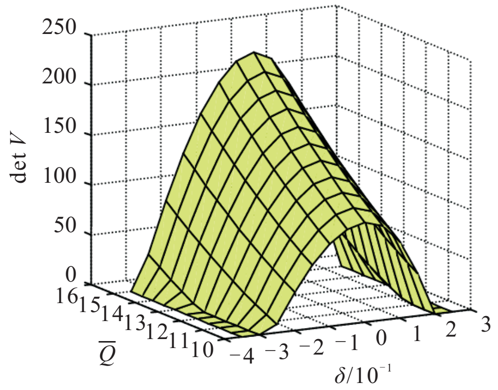

图 3 $\det V$ 随着不确定 δ 和 Δ_ξ 的变化情况

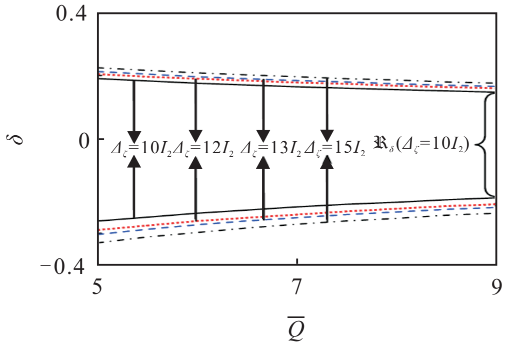

图 4 不确定参数 δ 的鲁棒域随着 $\bar{Q}$ 和 Δ_ξ 的变化情况

当 $\Delta_\xi=15I_2$ 且 $\bar{Q}=5$ 时, 取 $\delta=0.2\in\Re_\delta$, 在带已知模型参数和噪声方差的最优加权观测融合预报器、鲁棒加权观测融合预报器和不考虑虚拟噪声的次优加权观测融合预报器之间的累积误差平方曲线比较如图 5 所示.

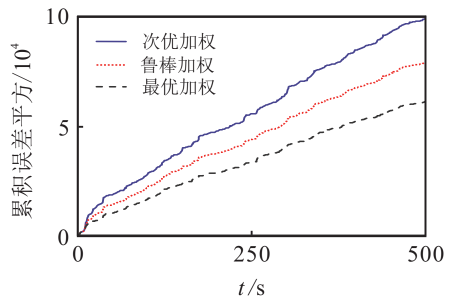

图 5 3 种加权观测融合预报器的累积误差平方曲线比较

从图 5 可以看出: 由于在次优融合预报器中不考虑未知不确定模型参数干扰矩阵 $\Delta\Phi$, 即 $\Delta\Phi=0$, 因而其精度最低; 在最优融合预报器中, 不确定参数干

扰矩阵 $\Delta\Phi$ 是已知常阵, 得到的是线性无偏最小方差估计, 因而其精度最高; 而在鲁棒融合预报器中, 考虑未知不确定模型参数干扰矩阵 $\Delta\Phi$, 且用虚拟噪声 $\xi(t)$ 补偿了不确定参数项 $\Delta\Phi x(t)$, 因而其精度高于次优融合预报器. 这验证了本文所提出的虚拟噪声补偿方法的有效性, 但由于虚拟噪声 $\xi(t)$ 并不能表示精确的不确定参数项, 其精度低于最优融合预报器.

6 结 论

1) 对于带公共干扰噪声的线性离散时间不确定多传感器系统, 所考虑的不确定性包括模型参数不确定性和噪声方差不确定性. 用虚拟噪声来补偿不确定模型参数, 系统模型转化为仅仅是噪声方差不确定的多传感器系统.

2) 使用极大极小鲁棒估计准则, 基于稳态 Kalman 滤波理论和带噪声方差保守上界的最坏情形多传感器系统, 提出了一种鲁棒加权观测融合稳态 Kalman 预报器. 基于 Lyapunov 方程方法, 证明了它的鲁棒性, 这不同于 Riccati 方程方法和 LMI 方法.

3) 提出了鲁棒域的概念, 证明了鲁棒加权观测融合与集中式融合和局部预报器之间的鲁棒精度关系. 所提出的融合预报器的鲁棒域可通过搜索方法获得. 最后通过一个仿真例子说明了如何搜索鲁棒域, 表明了所提出的融合预报器具有良好的性能.

参考文献(References)

[1] Liggins M E, Hall D L, Llinas J. Handbook of multisensor data fusion, theory and practice[M]. New York: CRC Press, 2009: 1-13.

[2] Kailath T, Sayed A H, Hassibi B. Linear estimation[M]. New York: Prentice Hall, 2000: 1-854.

[3] Gao Y, Ran C J, Sun X J, et al. Optimal and Self-tuning weighted measurement fusion Kalman filters and their asymptotic global optimality[J]. Int J of Adaptive Control and Signal Processing, 2010, 24(11): 982-1004.

[4] Gan Q, Harris C J. Comparison of two measurement fusion methods for Kalman filter based multisensory data fusion[J]. IEEE Trans Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(1): 273-280.

[5] Deng Z L, Gao Y, Mao L, et al. New approach to information fusion steady-state Kalman filtering[J]. Automatica, 2005, 41(10): 1695-1707.

[6] Zhu X, Soh C Y, Xie L H. Design and analysis of discrete time robust Kalman filters[J]. Automatica, 2002, 38(6): 1069-1077.

[7] Xiong K, Wei C L, Liu L D. Robust Kalman filtering for discrete-time nonlinear systems with parameter uncertainties[J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 18(1): 15-24.

[8] Ebihara Y, Hagivara T. A dilated LMI approach to robust performance analysis of linear time-invariant uncertain systems[J]. Automatica, 2005, 41(11): 1933-1941.

[9] Jin X B, Bao J, Zhang J L. Centralized fusion estimation for uncertain multisensory system based on LMI method[C]. Proc of the IEEE Int Conf on Mechatronics and Automation. Changchun: IEEE, 2009: 2383-2387.

[10] Qi W J, Zhang P, Nie G H, et al. Robust weighted fusion Kalman predictors with uncertain noise variances[J]. Digital Signal Processing , 2014, 30: 37-54.

[11] Eldar Y C, Beck A, Teboulle M. A minimax chebyshev estimator for bounded error estimation[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2008, 56(4): 1388-1397.

[12] Qi W J, Zhang P, Deng Z L. Robust weighted fusion Kalman filters for multi-sensor time-varying systems with uncertain noise variances[J]. Signal Processing, 2014, 99: 185-200.

[13] Deng Z L, Zhang P, Qi W J, et al. The accuracy comparison of multisensor covariance intersection fuser and three weighting fusers[J]. Information Fusion, 2013, 14(2): 177-185.

(责任编辑：齐 霁)