

具有预负载非线性特性的双率系统递推最小二乘估计算法

陈 晶

(江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122)

摘要: 针对具有预负载非线性特性的双率系统, 提出一种新的辨识方法. 借助切换函数简化系统模型, 通过损失数据模型估计系统损失的输出数据, 进而利用系统所有输入和输出数据, 提出相应双率系统递推最小二乘算法. 与多项式转换方法相比, 该方法能够直接辨识出系统参数. 仿真结果验证了所提出方法的有效性.

关键词: 参数估计; 最小二乘; 损失数据; 双率系统; 非线性系统

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Recursive least squares algorithm for dual-rate sampled data systems with preload nonlinearity

CHEN Jing

(School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China. E-mail: chenjing1981929@126.com)

Abstract: This paper presents a novel identification method for a dual-rate sampled data system with preload nonlinearity. By using a switching function, the nonlinear system is turned into an identification model. Then a missing output identification model based recursive least-squares algorithm is derived to identify the parameters of the system by all the inputs and outputs. Compared with the polynomial transformation technique, this method can estimate the unknown parameters directly and can decrease the number of the unknown parameters. The simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: parameter estimation; recursive least squares; missing output; dual-rate system; nonlinear system

0 引 言

当系统的输入和输出采样周期相同时, 称这样的系统为单率系统. 目前, 对单率系统的辨识已较为成熟, 并随之出现了很多经典的辨识方法^[1-3], 如递推最小二乘算法(RLS)、随机梯度算法(SG)以及迭代算法等. 在实际过程控制领域中, 由于过程控制变量受频率特性、设备传感器特性等物理、机械因素的影响, 系统存在两个或两个以上的采样频率, 称这样的系统为双率系统或多率系统^[4-6]. 多项式转换方法和提升技术是两种常用的辨识多率/双率系统的方法^[7-8], 其基本思想是推导出多率系统的提升传递函数模型或者多项式转换模型, 使其适合多率数据, 进而辨识出提升模型或者转换模型的参数. 然而, 利用多项式转换方法或者提升技术不能直接辨识出原系统参数(只能辨识出转换模型的参数), 且会导致待辨识参数维

数增大.

在过程控制领域, 组成实际控制系统的环节总是在一定程度上带有非线性特性, 非线性项的存在会导致控制系统性能降低. 对非线性系统设计控制器, 非线性系统的模型必须已知, 因此非线性系统的参数辨识在过程控制中具有举足轻重的作用. 目前, 对非线性系统的辨识主要集中在具有多项式非线性特性的系统^[9-11], 以及具有硬非线性特性的系统辨识^[12-14]. 由于硬非线性形状特性各异(如饱和非线性、死区非线性、预负载非线性以及回滞非线性等), 其非线性项与线性部分耦合在一起, 对硬非线性系统的辨识尤为困难^[15]. 近年来, 对硬非线性系统的辨识已引起了国内外学者的广泛关注. Vörös^[12,16]利用关键变量分离技术, 借助梯度迭代算法辨识出具有分段非线性和回滞非线性特性的系统参数; Bai^[17]利用频域算法对一

收稿日期: 2014-09-09; 修回日期: 2014-11-26.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61203111, 61403165); 江苏省自然科学基金项目(BK20131109).

作者简介: 陈晶(1981-), 男, 副教授, 博士, 从事控制理论与控制工程的研究.

类具有硬非线性特性的系统进行了参数辨识; Chen 等^[18]利用关键变量分离技术简化系统模型, 进而利用迭代算法辨识具有饱和和死区非线性特性的系统参数.

上述文献或者是对双率线性系统进行辨识, 或者是对单率非线性系统进行辨识, 没有考虑更为复杂的双率非线性系统的参数辨识. 然而, 在实际过程控制领域中, 双率非线性系统是广泛存在的. 双率非线性系统由于存在非线性特性和双率特性, 待辨识参数维数急剧增长, 而参数维数的增长会引起辨识误差的增大, 因此对双率非线性系统设计有效的辨识方法具有理论和实际意义. 本文针对具有双率预负载特性的非线性系统, 提出基于损失数据模型的递推最小二乘算法. 首先利用损失数据模型辨识出系统损失的输出数据, 进而通过递推最小二乘算法并结合系统所有输入和输出数据辨识出系统未知参数. 与提升技术和多项式转换方法相比, 基于损失数据模型的递推最小二乘算法能够直接辨识出系统参数, 且不增加待辨识参数维数, 具有广阔的应用前景.

1 问题描述

考虑如下双率非线性系统:

$$A(z)y(t) = B(z)f(u(t)) + v(t). \quad (1)$$

其中: $y(t)$ 是系统输出; $u(t)$ 是系统输入; $v(t)$ 是均值为零的随机白噪声; $A(z)$ 和 $B(z)$ 是单位后移算子 [$z^{-1}y(t) = y(t-1)$] 的多项式, 即

$$A(z) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \cdots + a_nz^{-n},$$

$$B(z) = b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \cdots + b_nz^{-n};$$

$f(u(t))$ 是如图 1 所示的预负载非线性, 可以表示为

$$f(u(t)) = \begin{cases} ku(t) + m, & u(t) > 0; \\ 0, & u(t) = 0; \\ ku(t) - m, & u(t) < 0. \end{cases}$$

这里 k 是直线的斜率, m 是预负载发生点.

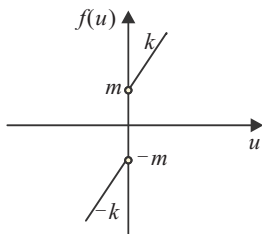


图 1 预负载非线性

双率系统的所有输入数据 $\{u(t), t = 0, 1, 2, \dots\}$ 和部分输出数据 $\{y(tq), t = 0, 1, 2, \dots, (q \geq 2)\}$ 是可测的, 而部分输出数据 $\{y(tq + j), j = 1, 2, \dots, q - 1\}$ 是不可测或者是损失的.

定义一个切换函数

$$\text{sgn}(u(t)) := \begin{cases} 1, & u(t) > 0; \\ 0, & u(t) = 0; \\ -1, & u(t) < 0. \end{cases}$$

则 $f(u(t))$ 可以表示为

$$f(u(t)) = ku(t) + m\text{sgn}(u(t)). \quad (2)$$

将式 (2) 代入 (1), 得到

$$A(z)y(t) = B(z)(ku(t) + m\text{sgn}(u(t))) + v(t).$$

用 tq 代替 t 可得

$$A(z)y(tq) = B(z)(ku(tq) + m\text{sgn}(u(tq))) + v(tq). \quad (3)$$

对于任意非零常数 α , $(\alpha f(u(t)), \alpha^{-1}B(z))$ 都产生相同的输入输出量测. 因此, 为了得到唯一的参数, $f(u(t))$ 和 $B(z)$ 增益中的一个必须固定. 有许多方法规范化这些增益^[19], 这里假设 $b_1 = 1$.

定义参数向量 θ 和信息向量 $\varphi(tq)$ 如下:

$$\theta := [a_1, a_2, \dots, a_n, k, kb_2, \dots, kb_n, m, mb_2, \dots, mb_n]^T \in \mathbf{R}^{3n}, \quad (4)$$

$$\varphi(tq) := [-y(tq-1), -y(tq-2), \dots, -y(tq-n), u(tq-1), u(tq-2), \dots, u(tq-n), \text{sgn}(u(tq-1)), \text{sgn}(u(tq-2)), \dots, \text{sgn}(u(tq-n))]^T \in \mathbf{R}^{3n}, \quad (5)$$

则式 (3) 可以简化为如下辨识模型:

$$y(tq) = \varphi^T(tq)\theta + v(tq). \quad (6)$$

2 损失数据模型辨识算法

定义并极小化准则函数

$$J(\theta) := \sum_{t=1}^n [y(tq) - \varphi^T(tq)\theta]^2,$$

得到如下 RLS 算法:

$$\hat{\theta}(tq) = \hat{\theta}(tq-q) + \mathbf{P}(tq)\varphi(tq)e(tq); \quad (7)$$

$$\hat{\theta}(tq+i) = \hat{\theta}(tq), \quad i = 1, 2, \dots, q-1; \quad (8)$$

$$e(tq) = y(tq) - \varphi^T(tq)\hat{\theta}(tq-q); \quad (9)$$

$$\mathbf{P}(tq) = \mathbf{P}(tq-q) - \frac{\mathbf{P}(tq-q)\varphi(tq)\varphi^T(tq)\mathbf{P}(tq-q)}{1 + \varphi^T(tq)\mathbf{P}(tq-q)\varphi(tq)};$$

$$\mathbf{P}(0) = 10^6 \mathbf{I}. \quad (10)$$

由于式 (7) 右边的信息向量 $\varphi(tq)$ 中存在未知的损失输出数据 $y(tq-1), y(tq-2), \dots, y(tq-q+1), y(tq-q-1), \dots$, 上述 RLS 算法无法用来辨识系统未知参数.

下面采用多项式转换方法估计未知的参数. 假设多项式 $A(z)$ 存在 n 个实数根 $z_l, l = 1, 2, \dots, n$, 则 $A(z)$ 可以写为

$$A(z) = (1 - z_1z^{-1})(1 - z_2z^{-1}) \cdots (1 - z_nz^{-1}).$$

令 $m := n(q-1)$, 并定义多项式

$$r(z) := \prod_{l=1}^n (1 + z_lz^{-1} + z_l^2z^{-2} + \cdots + z_l^{q-1}z^{-q+1}) = 1 + r_1z^{-1} + r_2z^{-2} + \cdots + r_mz^{-m}.$$

在式 (1) 两边分别乘以 $r(z)$, 得

$$\alpha(z)y(t) = \beta(z)f(u(t)) + r(z)v(t), \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha(z) &:= r(z)A(z) = 1 + \alpha_1 z^{-q} + \dots + \alpha_n z^{-nq}, \quad (12) \\ \beta(z) &:= r(z)B(z) = z^{-1} + \beta_2 z^{-2} + \dots + \beta_{nq} z^{-nq}. \end{aligned} \quad (13)$$

由式(12)和(13)可知, 当 t 为 q 的整数倍时, 模型(11)包含所有输入数据和可测输出数据.

定义参数向量 θ_1 和信息向量 $\hat{\varphi}_1(tq)$ 如下:

$$\begin{aligned} \theta_1 &:= [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, k, k\beta_2, \dots, k\beta_{nq}, m, m\beta_2, \dots, \\ &\quad m\beta_{nq}, r_1, r_2, \dots, r_{nq-n}]^T \in \mathbf{R}^{3nq}, \quad (14) \\ \hat{\varphi}_1(tq) &:= [-y(tq - q), -y(tq - 2q), \dots, -y(tq - nq), \\ &\quad u(tq - 1), u(tq - 2), \dots, u(tq - nq), \\ &\quad \text{sgn}(u(tq - 1)), \text{sgn}(u(tq - 2)), \dots, \\ &\quad \text{sgn}(u(tq - nq)), \hat{v}(tq - 1), \hat{v}(tq - 2), \dots, \\ &\quad \hat{v}(tq - n(q - 1))]^T \in \mathbf{R}^{3nq}, \quad (15) \end{aligned}$$

其中 $\hat{v}(tq - i)$ 表示 $tq - i$ 时刻对 $v(tq - i)$ 的估计, 用下式表示:

$$\begin{aligned} \hat{v}(tq - i) &= \\ &\hat{A}(tq - q, z)\hat{y}(tq - i) - \hat{B}(tq - q, z) \times \\ &(\hat{k}(tq - q)u(tq - i) + \hat{m}(tq - q)\text{sgn}(u(tq - i))), \\ &i = 1, 2, \dots, q - 1. \end{aligned}$$

$\hat{A}(tq - q, z)$ 、 $\hat{B}(tq - q, z)$ 、 $\hat{k}(tq - q)$ 和 $\hat{m}(tq - q)$ 分别表示 $tq - q$ 时刻对参数 $A(z)$ 、 $B(z)$ 、 k 和 m 的估计. 进一步采用文献 [20] 的方法, 可以估计出参数向量 θ_1 .

接下来, 采用基于损失数据模型的递推最小二乘算法 (MOI-RLS) 估计系统未知参数. 未知的输出数据 $y(tq - q + i)$ ($i = 1, 2, \dots, q - 1$) 用损失数据模型的输出 $\hat{y}(tq - q + i)$ 来代替, 即

$$\begin{aligned} \hat{y}(tq - q + i) &= \hat{\varphi}^T(tq - q + i)\hat{\theta}(tq - q), \\ i &= 1, 2, \dots, q - 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}(tq - q + i + 1) &= \\ &[-\hat{y}(tq - q + i), \dots, -\hat{y}(tq - q + 1), -y(tq - q), \dots, \\ &-\hat{y}(tq - q + i + 1 - n), u(tq - q + i), \dots, \\ &u(tq - q + i + 1 - n), \text{sgn}(u(tq - q + i)), \dots, \\ &\text{sgn}(u(tq - q + i + 1 - n))]^T \in \mathbf{R}^{3n}. \end{aligned}$$

其中: $\hat{y}(tq - q + i)$ 代表 $tq - q + i$ 时刻对未知输出 $y(tq - q + i)$ 的估计, $\hat{\theta}(tq - q)$ 代表 $tq - q$ 时刻对未知参数向量 θ 的估计, $\hat{\varphi}(tq - q + i + 1)$ 代表 $tq - q + i + 1$ 时刻对未知向量 φ 的估计.

利用 MOI-RLS 算法估计系统未知参数向量 θ .

$$\hat{\theta}(tq) = \hat{\theta}(tq - q) + \mathbf{P}(tq)\hat{\varphi}(tq)e(tq); \quad (16)$$

$$\hat{\theta}(tq + i) = \hat{\theta}(tq), \quad i = 1, 2, \dots, q - 1; \quad (17)$$

$$\hat{y}(tq - q + i) = \hat{\varphi}^T(tq - q + i)\hat{\theta}(tq - q); \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}(tq - q + i + 1) &= \\ &[-\hat{y}(tq - q + i), \dots, -\hat{y}(tq - q + 1), -y(tq - q), \dots, \\ &-\hat{y}(tq - q + i + 1 - n), u(tq - q + i), \dots, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &u(tq - q + i + 1 - n), \text{sgn}(u(tq - q + i)), \dots, \\ &\text{sgn}(u(tq - q + i + 1 - n))]^T; \quad (19) \end{aligned}$$

$$e(tq) = y(tq) - \hat{\varphi}^T(tq)\hat{\theta}(tq - q); \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(tq) &= \mathbf{P}(tq - q) + \frac{\mathbf{P}(tq - q)\hat{\varphi}(tq)\hat{\varphi}^T(tq)\mathbf{P}(tq - q)}{1 + \hat{\varphi}^T(tq)\mathbf{P}(tq - q)\hat{\varphi}(tq)}; \\ \mathbf{P}(0) &= 10^6 \mathbf{I}. \quad (21) \end{aligned}$$

利用 MOI-RLS 算法计算参数向量 $\hat{\theta}$ 的步骤如下:

Step 1: 令 $u(-j) = 0, y(-j) = 0, j = 0, 1, 2, \dots, n - 1$, 并给定一个小的正常数 ε .

Step 2: 令 $t = 1, i = 1, \mathbf{P}(0) = p_0 \mathbf{I}, \hat{\theta}(0) = \mathbf{1}/p_0$, $\mathbf{1}$ 是元素全为 1 的向量, $p_0 = 10^6$.

Step 3: 收集输入数据 $u(tq), u(tq - 1), \dots, u(tq - n)$ 和输出数据 $y(tq)$.

Step 4: 按照式(18)计算 $\hat{y}(tq - q + i)$.

Step 5: 按照式(19)构建 $\hat{\varphi}(tq - q + i + 1)$, 使 i 增加 1, 如果 $i \leq q - 1$, 则返回 Step 4.

Step 6: 按照式(20)和(21)计算 $e(tq)$ 和 $\mathbf{P}(tq)$.

Step 7: 按照式(16)刷新参数向量 $\hat{\theta}(tq)$.

Step 8: 比较 $\hat{\theta}(tq)$ 和 $\hat{\theta}(tq - q)$. 如果 $\|\hat{\theta}(tq) - \hat{\theta}(tq - q)\| \leq \varepsilon$, 则停止计算, 并得到参数向量 $\hat{\theta}(tq)$; 否则, 使 t 增加 1, 并返回 Step 3.

与多项式转换方法相比, MOI-RLS 方法具有如下优点.

1) 多项式转换方法只能辨识出转换模型的参数, 原系统参数要通过辨识出的转换模型参数计算得到^[20-21], 而 MOI-RLS 方法能直接辨识出原系统参数 a_i ($i = 1, 2, \dots, n$), b_j ($j = 2, 3, \dots, n$), k 和 m ;

2) 多项式转换方法存在较强的限制条件, 即 n 次的多项式 $A(z)$ 要存在 n 个实数根;

3) 利用多项式转换方法, 系统待辨识参数维数为 $3nq$, 而利用 MOI-RLS 方法待辨识参数维数为 $3n$.

3 仿真例子

考虑如下非线性系统:

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} = 1 + 0.2z^{-1} + 0.3z^{-2},$$

$$B(z) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} = z^{-1} + 0.4z^{-2},$$

$$f(u(t)) =$$

$$ku(t) + m\text{sgn}(u(t)) = 0.5u(t) + 0.4\text{sgn}(u(t)).$$

假设 $q = 2$, 得到

$$y(tq) = \varphi^T(tq)\theta + v(tq),$$

$$\begin{aligned} \theta &= [a_1, a_2, k, kb_2, m, mb_2]^T = \\ &[0.2, 0.3, 0.5, 0.2, 0.4, 0.16]^T. \end{aligned}$$

$\{u(tq)\}$ 采用零均值单位方差不相关可测随机信号序列, $\{v(tq)\}$ 采用零均值方差为 $\sigma^2 = 0.10^2$ 的白噪声序列.

利用 MOI-RLS 算法估计系统参数, 参数估计值和参数估计误差如表 1 所示.

表 1 模型参数的 MOI-RLS 估计

t	a_1	a_2	k	kb_2	m	mb_2	$\delta / \%$
100	0.084 88	0.348 16	0.429 50	0.114 85	0.383 21	0.089 53	23.357 61
200	0.120 22	0.333 84	0.476 68	0.133 80	0.389 47	0.130 21	14.894 52
300	0.118 81	0.335 20	0.494 60	0.144 02	0.385 65	0.131 00	14.099 84
500	0.150 31	0.323 35	0.499 76	0.161 28	0.390 44	0.144 83	8.935 23
1000	0.184 56	0.308 39	0.502 15	0.182 34	0.398 15	0.158 38	3.229 02
1500	0.192 46	0.305 43	0.503 52	0.190 75	0.395 79	0.158 06	1.843 77
2000	0.198 53	0.305 59	0.506 70	0.199 13	0.394 20	0.157 94	1.389 46
真值	0.200 00	0.300 00	0.500 00	0.200 00	0.400 00	0.160 00	

由表 1 可知, MOI-RLS 算法能够直接估计出系统参数 a_1 、 a_2 、 b_2 、 k 和 m , 并且参数估计误差随时间 t 的增大而逐渐趋于零.

4 结 论

本文利用 MOI-RLS 算法对一类双率非线性系统进行了参数辨识方法的研究, 所提出的损失数据模型方法能够直接辨识出系统参数, 且不增加待辨识参数维数. 下一步, 可以将该方法拓展到具有有色噪声干扰的双率非线性系统以及多变量双率非线性系统的参数辨识中去.

参考文献(References)

- [1] 丁锋. 系统辨识新论[M]. 北京: 科学出版社, 2013. (Ding F. System identification-new theory and methods[M]. Beijing: Science Press, 2013.)
- [2] 丁锋. 系统辨识——辨识方法性能分析[M]. 北京: 科学出版社, 2014. (Ding F. System identification — performances analysis for identification methods[M]. Beijing: Science Press, 2014.)
- [3] Hmida F B, Khemiri K, Ragot J, et al. Three-stage Kalman filter for state and fault estimation of linear stochastic systems with unknown inputs[J]. J of the Franklin Institute, 2012, 349(7): 2369-2388.
- [4] 王宏伟, 王佳, 夏浩. 基于子空间方法的非均匀周期刷新和采样系统辨识[J]. 控制与决策, 2014, 29(5): 901-906. (Wang H W, Wang J, Xia H. Identification of non-uniform period refresh and sampling system via subspace method[J]. Control and Decision, 2014, 29(5): 901-906.)
- [5] Liu Y J, Ding F, Shi Y. An efficient hierarchical identification method for general dual-rate sampled-data systems[J]. Automatica, 2014, 50(3): 962-973.
- [6] Huang J, Shi Y, Huang H N, et al. l_2 - l_∞ filtering for multirate nonlinear sampled-data systems using T-S fuzzy models[J]. Digital Signal Processing, 2013, 23(1): 418-426.
- [7] Zhang H, Shi Y, Saadat M A. Robust energy-to-peak filtering for networked systems with time-varying delays and randomly missing data[J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 4(12): 2921-2936.
- [8] 丁洁, 谢莉, 丁锋. 非均匀采样系统多新息随机梯度辨识性能分析[J]. 控制与决策, 2011, 26(9): 1338-1342. (Ding J, Xie L, Ding F. Performance analysis of multi-innovation stochastic gradient identification for non-uniformly sampled systems[J]. Control and Decision, 2011, 26(9): 1338-1342.)
- [9] Bai E W, John J R. Towards identification of Wiener systems with the least amount of a priori information on the nonlinearity[J]. Automatica, 2008, 44(4): 910-919.
- [10] Wang D Q, Chu Y Y, Ding F, et al. Auxiliary model-based RELS and MI-ELS algorithms for Hammerstein OEMA systems[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2010, 59(9): 3092-3098.
- [11] Ding F, Shi Y, Chen T. Auxiliary model based least-squares identification methods for Hammerstein output-error systems[J]. Systems & Control Letters, 2007, 56(5): 373-380.
- [12] Vörös J. Modeling and parameter identification of systems with multisegment piecewise-linear Characteristics[J]. IEEE Trans on Automatic control, 2002, 47(1): 184-188.
- [13] 陈晶, 张燕, 丁锋. 具有分段非线性特性的 Wiener 模型梯度迭代辨识算法[J]. 计算机与应用化学, 2011, 28(7): 855-857. (Chen J, Zhang Y, Ding F. Gradient based iterative algorithm for Wiener systems with piece-wise nonlinearities using analytic parameterization methods[J]. Computers and Applied Chemistry, 2011, 28(7): 855-857.)
- [14] Yu B, Fang H, Lin Y, et al. Identification of Hammerstein output-error systems with two-segment nonlinearities: algorithm and applications[J]. Control and Intelligent Systems, 2010, 38(4): 194-201.
- [15] Bai E W. Identification of linear systems with hard input nonlinearities of known structure[J]. Automatica, 2002, 38(5): 853-860.
- [16] Vörös J. Modeling and identification of systems with backlash[J]. Automatica, 2010, 46(2): 369-374.
- [17] Bai E W. Frequency domain identification of Wiener models[J]. Automatica, 2003, 39(9): 1521-1530.
- [18] Chen J, Wang X P, Ding R F. Gradient based estimation algorithm for Hammerstein systems with saturation and dead-zone nonlinearities[J]. Applied Mathematical Modelling, 2012, 36(1): 238-243.
- [19] Ding F, Liu X P, Liu G. Identification methods for Hammerstein nonlinear systems[J]. Digital Signal Processing, 2011, 21(2): 215-238.
- [20] Ding F, Liu X P, Yang H Z. Parameter identification and intersample output estimation for dual-rate systems[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, 2008, 38(4): 966-975.
- [21] Ding F, Liu X P, Shi Y. Convergence analysis of estimation algorithms of dual-rate stochastic systems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2006, 176(1): 245-261.

(责任编辑: 齐 霁)