

传感器故障条件下的自适应UKF算法

赵辉, 周欢, 翁兴伟, 李牧东

(空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038)

摘要: 针对目标跟踪中传感器故障导致滤波发散或者滤波精度不高的问题, 提出一种自适应无迹卡尔曼滤波(UKF)算法. 该算法在滤波过程中, 根据自适应估计原理引入自适应矩阵因子, 实时调整系统状态向量和量测新息向量的协方差, 以满足无迹卡尔曼滤波算法的最优性条件, 并采取措施对滤波发散的情况进行判断和抑制. 与传统UKF和已有自适应UKF算法相比, 该自适应UKF算法显著提高了滤波精度和数值稳定性, 且具有应对传感器故障的自适应能力. 仿真实验结果表明了所提出算法的有效性.

关键词: 目标跟踪; 传感器故障; 自适应滤波; 无迹卡尔曼滤波

中图分类号: U249

文献标志码: A

Adaptive UKF algorithm under condition of sensor faults

ZHAO Hui, ZHOU Huan, WENG Xing-wei, LI Mu-dong

(Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China.

Correspondent: ZHOU Huan, E-mail: zd578500633@126.com)

Abstract: In order to improve low filtering precision and divergence caused by sensor faults in target tracking, an adaptive unscented Kalman filter(UKF) is proposed. In the filtering process, by applying an adaptive matrix gene for the UKF according to the adaptive estimation principle, the algorithm can adjust the covariance matrixes of the state vector and innovation vector in real time, which meets the optimal conditions of the UKF algorithm. Then, the filtering divergence is judged and restrained by taking some measures. Compared with the traditional and existing adaptive UKF algorithm, the filter accuracy and numerical stability are remarkably improved in this adaptive UKF filter algorithm, and an adaptive capability to deal with sensor faults is performed. Simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: target tracking; sensor faults; adaptive filter; unscented Kalman filter

0 引言

目标跟踪的主要目的是对存在噪声的系统进行较为精确的目标状态估计, 途径是通过传感器获取数据, 并在此基础上采用滤波算法. 因此, 目标跟踪实际上是一个非线性滤波问题^[1].

卡尔曼滤波在处理线性估计问题时极为有效, 作为延伸, 扩展卡尔曼滤波^[2-3](EKF)已成为非线性估计中最典型的运用方法, 但该方法存在如下两个方面的不足: 1) 非线性函数 Jacobi 矩阵计算复杂且容易出错; 2) 存在高阶截断误差, 只适用于弱非线性的系统. 为了克服EKF的不足, 无迹卡尔曼滤波^[4-6]算法逐渐成为了一种新兴的滤波方法, 该算法基于UT变换, 通过非线性函数传递随机变量的一、二阶矩. 相比于EKF, UKF具有精度高的优势, 与粒子滤波^[7-8]相比,

UKF计算量小, 易满足系统实时性的需求, UKF已广泛应用于实际工程中^[9-10].

虽然UKF算法在处理非线性滤波问题时具有独特的优势, 但与EKF类似, UKF要求精确已知系统的先验信息. 然而, 实际工程运用往往受到诸多因素限制(如传感器发生故障), 从而导致系统模型不精确和噪声统计特性不准确等, 遗憾的是, UKF算法不具有对系统外界或内部不确定性的自适应能力, 其在上述不确定情况下容易产生较大的滤波误差, 甚至出现滤波发散. 为此, 人们对自适应UKF滤波算法进行了广泛研究^[11-13], 这些方法在处理噪声时变等方面具有明显的成效, 但同时有如下缺点: 1) 算法复杂, 计算困难, 实际工程不适用^[14-15]; 2) 仅针对噪声问题, 未考虑系统模型存在的不精确因素; 3) 引进了新的限制条

收稿日期: 2014-09-03; 修回日期: 2015-02-08.

基金项目: 中国航空科学基金项目(20105169016); 中国博士后科学基金项目(2012M521807).

作者简介: 赵辉(1973-), 男, 教授, 博士生导师, 从事无人飞行器作战系统与技术等研究; 周欢(1989-), 男, 博士生, 从事无人机导航、制导与控制的研究.

件,如要求初始状态误差尽量小等.

在传感器发生故障的情况下,系统状态估计将严重偏离真实值,此时,上述自适应 UKF 算法都将失效.为解决传感器故障带来的误差,文献[16-18]提出了一种鲁棒自适应卡尔曼滤波方法,但该方法不适用于非线性 UKF 滤波.文献[19-21]利用一个二阶滑模观测器对故障进行诊断和重构,但该方法基于观测器而非滤波技术.为此,高为广等^[22-23]在传统 UKF 算法的基础上采用方差膨胀的原则,引入自适应因子产生新的自适应 UKF 算法,较好地提升了传感器故障条件下滤波解的精度.但是,该方法的提出和推导证明了完全基于系统量测方程为线性的情形,不适用于量测方程非线性情况下的滤波.

受文献[22-23]的启发,本文设计了一种新的自适应 UKF 算法.首先从理论上证明 UKF 算法达到最优的条件,并在此基础上将自适应矩阵因子加入传统 UKF 算法,以实时调整状态向量和量测新息向量的协方差矩阵,提高滤波解的精度;同时,基于协方差匹配对可能出现的滤波发散进行判断,并引入自适应加权系数进一步修正预测误差的协方差矩阵,以抑制滤波发散.所提出算法继承了文献[22-23]算法的优点,同时拓宽了算法应用领域,适用于量测方程非线性且存在较大模型误差的滤波估计.不同条件下的仿真结果表明,所提出的算法能显著提高滤波精度和稳定性,具有对传感器故障的自适应能力.

1 问题描述

考虑一般和存在传感器故障的非线性离散系统数学模型分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \mathbf{f}[\mathbf{X}_{k-1}, k-1] + \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1}, \\ \mathbf{Z}_k &= \mathbf{h}[\mathbf{X}_k, k] + \mathbf{V}_k; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \mathbf{f}[\mathbf{X}_{k-1}, k-1] + \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1}, \\ \mathbf{Z}_k &= \mathbf{h}[\mathbf{X}_k, k] + \mathbf{V}_k + \delta \mathbf{h}_{\text{out},k}. \end{aligned} \quad (2)$$

特别地,当量测方程为线性时,系统模型分别描述为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \mathbf{f}[\mathbf{X}_{k-1}, k-1] + \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1}, \\ \mathbf{Z}_k &= \mathbf{A}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \mathbf{f}[\mathbf{X}_{k-1}, k-1] + \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1}, \\ \mathbf{Z}_k &= \mathbf{A}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k + \delta \mathbf{A}_{\text{out},k}. \end{aligned} \quad (4)$$

其中: \mathbf{X}_k 、 \mathbf{X}_{k-1} 分别为在 k 时刻和 $k-1$ 时刻的系统状态向量; \mathbf{F}_{k-1} 为适当维数的系统噪声驱动阵; \mathbf{Z}_k 为 k 时刻系统状态的量测值; \mathbf{W}_{k-1} 为系统噪声序列; \mathbf{V}_k 为量测噪声序列; $\mathbf{f}[\cdot]$ 为状态方程的 n 维向量非线性函数; $\mathbf{h}[\cdot]$ 为量测方程的 m 维向量非线性函数; \mathbf{A}_k 为线性量测方程的 m 维系数矩阵; $\delta \mathbf{h}_{\text{out},k}$ 、 $\delta \mathbf{A}_{\text{out},k}$ 为量测方程的误差项,表示由传感器故障带来的系统模

型不确定因素.

假设 1 \mathbf{W}_k 和 \mathbf{V}_k 均为高斯白噪声,并满足

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\mathbf{W}_k] &= 0, \text{Cov}[\mathbf{W}_k, \mathbf{W}_j] = \mathbf{E}[\mathbf{W}_k \mathbf{W}_j^T] = \mathbf{Q}_k \delta_{kj}, \\ \mathbf{E}[\mathbf{V}_k] &= 0, \text{Cov}[\mathbf{V}_k, \mathbf{V}_j] = \mathbf{E}[\mathbf{V}_k \mathbf{V}_j^T] = \mathbf{R}_k \delta_{kj}, \\ \text{Cov}[\mathbf{W}_k, \mathbf{V}_j] &= \mathbf{E}[\mathbf{W}_k \mathbf{V}_j^T] = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 δ_{kj} 为 Kronecker- δ 函数.

假设 2 系统状态初始值 \mathbf{X}_0 满足如下统计特性:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_0 &= \mathbf{E}[\mathbf{X}_0], \\ \mathbf{P}_0 &= \text{Cov}[\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_0^T] = \mathbf{E}[(\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_0)(\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_0)^T]. \end{aligned} \quad (6)$$

问题转化为在传感器发生故障,系统模型存在不确定性 ($\delta \mathbf{h}_{\text{out},k}$ 或 $\delta \mathbf{A}_{\text{out},k}$) 的情况下,基于量测值 $\mathbf{Z}_k = [z_{1k} \ z_{2k} \ \cdots \ z_{mk}]^T$, 求系统 (2) 和 (4) 的自适应 UKF 算法.

2 UKF 算法

UKF 算法可看作是 UT 变换基础上的标准线性 Kalman 滤波,采用确定性采样选取 sigma 点近似系统状态的后验概率密度,这些采样点完全捕获了真实的均值和协方差,当通过整个非线性方程传递时,可以对任意非线性捕获后验均值和协方差,达到泰勒级数展开式的三阶精度.

基于系统 (1) 和 (3) 的 UKF 算法的具体步骤如下 (以系统 (1) 为例).

Step 1: 选定滤波初值

$$\hat{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{E}[\mathbf{X}_0], \mathbf{P}_0 = \mathbf{E}[(\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_0)(\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_0)^T]. \quad (7)$$

对 $k = 1, 2, \dots$, 执行 Step 2.

Step 2: 计算 $k-1$ 时刻的 $2n+1$ 个 sigma 样本点 (n 为系统状态变量的维数), 有

$$\chi_{k-1}^{(0)} = \mathbf{X}_{k-1}; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \chi_{k-1}^{(i)} &= \mathbf{X}_{k-1} + \sqrt{n + \lambda} (\sqrt{\mathbf{P}_{k-1}})_{(i)}, \\ & \quad i = 1, 2, \dots, n; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \chi_{k-1}^{(i)} &= \mathbf{X}_{k-1} - \sqrt{n + \lambda} (\sqrt{\mathbf{P}_{k-1}})_{(i-n)}, \\ & \quad i = n+1, n+2, \dots, 2n. \end{aligned} \quad (10)$$

其中: λ ($\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$) 为采样的尺度因子, α 为很小的正数,一般取 $10^{-4} \leq \alpha \leq 1$, κ 为常数,设置为 0 或 $3-n$.

Step 3: 计算 k 时刻的一步预测模型值

$$\chi_{k/k-1}^{(i)} = \mathbf{f}[\chi_{k-1}^{(i)}, k-1], \quad i = 0, 1, \dots, 2n; \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \chi_{k/k-1}^{(i)}; \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k/k-1} &= \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} ([\chi_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}] \times \\ & \quad [\chi_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}]^T) + \mathbf{Q}_{k-1}. \end{aligned} \quad (13)$$

其中: $\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}$ 为一步预测输出值; $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 为对应协方差矩阵; $W_i^{(m)}$ 、 $W_i^{(c)}$ 均表示加权系数, 权值为

$$W_0^{(m)} = \frac{\lambda}{n + \lambda}, W_0^{(c)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta),$$

$$W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = \frac{\lambda}{2(n + \lambda)}, i = 1, 2, \dots, 2n. \quad (14)$$

Step 4: 计算量测值

$$\gamma_{k/k-1}^{(i)} = \mathbf{h}[\chi_{k/k-1}^{(i)}, k], i = 0, 1, \dots, 2n; \quad (15)$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \gamma_{k/k-1}^{(i)}. \quad (16)$$

Step 5: 计算 $\mathbf{P}_{(XZ)k/k-1}$ 和 $\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}$, 有

$$\mathbf{P}_{(XZ)k/k-1} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} ([\chi_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}] \times [\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}]^T), \quad (17)$$

$$\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} ([\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}] \times [\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}]^T) + \mathbf{R}_k. \quad (18)$$

Step 6: 计算增益矩阵

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{(XZ)k/k-1} (\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1})^{-1}. \quad (19)$$

Step 7: 计算滤波值

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}), \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1} \mathbf{K}_k^T. \quad (21)$$

3 自适应 UKF 算法

根据 UKF 算法步骤, 若式 (7) 中选取的初始估计值 $\hat{\mathbf{X}}_k$ 与实际存在偏差, 则联合式 (11) 和 (12) 可知, $\chi_{k/k-1}^{(i)}$ 和 $\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}$ 的计算值受到影响, 再通过式 (15) 的非线性传播, 致使新息预报值 $\hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}$ 产生一定的误差. 此外, 系统模型存在的不确定性 ($\delta \mathbf{h}_{\text{out},k}$ 或 $\delta \mathbf{A}_{\text{out},k}$) 也会直接影响 $\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}$ 和 $\hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}$ 的构造和计算值. 为了尽可能减小初始估计值取值偏差和系统模型不确定性对滤波解的影响, 文献 [22-23] 提出了一种自适应 UKF 算法 (记为 L-AUKF 算法).

3.1 L-AUKF 算法

L-AUKF 应用传统自适应思想, 将 $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 、 $\mathbf{P}_{(XZ)k/k-1}$ 和 $\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}$ 进行自适应膨胀, 以平衡系统状态和量测信息对于滤波解的作用.

将式 (17)、(18) 和 (21) 的协方差矩阵改写为

$$\bar{\mathbf{P}}_{(XZ)k/k-1} = \frac{1}{\alpha_k} \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} ([\chi_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}] \times [\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}]^T), \quad (22)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_{(ZZ)k/k-1} = \frac{1}{\alpha_k} \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} ([\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}] \times [\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}]^T) + \mathbf{R}_k, \quad (23)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_k = \frac{1}{\alpha_k} \mathbf{P}_{k/k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1} \mathbf{K}_k^T. \quad (24)$$

其中: α_k ($0 < \alpha_k \leq 1$) 为自适应因子, 其构造^[22-23]为

$$\alpha_k = \begin{cases} 1, & \text{tr}(\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}^T) \leq \text{tr}(\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}); \\ \frac{\text{tr}(\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1})}{\text{tr}(\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}^T)}, & \\ \text{tr}(\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}^T) > \text{tr}(\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}). \end{cases} \quad (25)$$

$\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹, $\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}$ 为新息残差向量, 有

$$\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1} = \mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}. \quad (26)$$

根据对上述 UKF 改进算法的分析和文献 [22-23] 的仿真结果可知, 对于系统 (4), L-AUKF 算法能够较好地提高滤波解的精度.

3.2 N-AUKF 算法

受文献 [22-23] 的启发, 针对系统 (2), 通过构造自适应矩阵因子, 设计一种新的自适应 UKF 算法 (记为 N-AUKF 算法). 为方便讨论, 当对系统 (2) 或 (4) 应用自适应 UKF 算法时, 将式 (13)、(17) 和 (18) 所计算的协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 、 $\mathbf{P}_{(XZ)k/k-1}$ 、 $\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}$ 分别记为 $\mathbf{P}_{k/k-1}^e$ 、 $\mathbf{P}_{(XZ)k/k-1}^e$ 、 $\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}^e$.

定理 1 L-AUKF 算法仅适用于特殊系统 (4), 而不适用于系统 (2).

证明 对于系统 (4), 由于系统模型存在误差 $\delta \mathbf{A}_{\text{out},k}$, L-AUKF 算法根据文献 [24] 所设计滤波算法的自适应思想, $\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}$ 的理论协方差矩阵放大为

$$\mathbf{P}_{k/k-1}^g = \frac{1}{\alpha_k} \mathbf{P}_{k/k-1}^e, \quad (27)$$

其中 α_k 为自适应因子, $0 < \alpha_k \leq 1$. 根据式 (26) 和线性方程的方差传播规则, $\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}$ 的理论协方差矩阵为

$$\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}^g = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k/k-1}^g \mathbf{A}_k^T + \mathbf{R}_k. \quad (28)$$

对于自适应 UKF 算法, 加入自适应因子后, 应满足如下条件:

$$\mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1}^e = \mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}^g, \quad (29)$$

其中 $\mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1}^e$ 为 $\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}$ 的协方差矩阵, 其表达式为 $\mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1}^e = \tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}^T$.

对于线性量测方程, 式 (18) 改写为

$$\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}^e = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k/k-1}^e \mathbf{A}_k^T + \mathbf{R}_k. \quad (30)$$

联立式 (27) ~ (30), 得到

$$\alpha_k = \begin{cases} 1, & \text{tr}(\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}^T) \leq \text{tr}(\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}); \\ \frac{\text{tr}(\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}^e - \mathbf{R}_k)}{\text{tr}(\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}^T - \mathbf{R}_k)}, & \\ \text{tr}(\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}^T) > \text{tr}(\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}). \end{cases} \quad (31)$$

对于式 (31), 可以忽略分子分母中均包含的相对小量 \mathbf{R}_k , 则 α_k 的表达式近似为式 (25). 因此, 在传统 UKF 算法的基础上构造了如式 (25) 所示的自适应因

子 α_k 后, 新产生的算法能够满足系统 (4) 的自适应要求, 即 L-AUKF 算法适用于特殊系统 (4).

对于系统 (2), 由于量测方程是非线性函数, 不能利用线性方程的误差传播规则, 上述推导过程的式 (28) 和 (30) 将不成立, 于是得不到式 (31) 的结果. 式 (25) 所示的自适应因子 α_k 不满足系统 (2) 的自适应要求, 即 L-AUKF 算法不适用于系统 (2). \square

定理 2 针对系统 (1) 或 (3) 的最优 UKF 算法必须满足如下条件:

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \mathbf{P}_{(\tilde{X}\tilde{X})k/k-1} = \mathbb{E}[\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1}\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1}^T], \quad (32)$$

$$\mathbf{P}_{(XZ)k/k-1} = \mathbf{P}_{(\tilde{X}\tilde{Z})k/k-1} = \mathbb{E}[\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1}\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}^T], \quad (33)$$

$$\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1} = \mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1} = \mathbb{E}[\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}^T], \quad (34)$$

其中 $\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1}$ 为预测误差向量, 其表达式为 $\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1} = \mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}$.

证明 以证明式 (34) 为例. 类似前面定义的 $\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}$ 和 $\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1}$, 此处定义估计误差向量为

$$\tilde{\mathbf{X}}_k = \mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k. \quad (35)$$

对于一般系统 (1), k 时刻分别在 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$ 和 $\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}$ 状态点附近展开成泰勒级数, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k = & f[\hat{\mathbf{X}}_{k-1}, k-1] + \left. \frac{\partial f[\mathbf{X}_{k-1}, k-1]}{\partial \mathbf{X}_{k-1}} \right|_{\mathbf{X}_{k-1}=\hat{\mathbf{X}}_{k-1}} (\mathbf{X}_{k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{k-1}) + \\ & o^2(\mathbf{X}_{k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{k-1}) + \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{W}_{k-1} = \\ & f[\hat{\mathbf{X}}_{k-1}, k-1] + \mathbf{M}_{k-1}\mathbf{D}_{k-1}(\mathbf{X}_{k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{k-1}) + \\ & \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{W}_{k-1}, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_k = & \mathbf{h}[\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}, k-] + \left. \frac{\partial \mathbf{h}[\mathbf{X}_k, k]}{\partial \mathbf{X}_k} \right|_{\mathbf{X}_k=\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}} (\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}) + \mathbf{V}_k = \\ & f[\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}, k] + \mathbf{N}_k\mathbf{E}_k(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}) + \mathbf{V}_k. \end{aligned} \quad (37)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{k-1} &= \left. \frac{\partial f[\mathbf{X}_{k-1}, k-1]}{\partial \mathbf{X}_{k-1}} \right|_{\mathbf{X}_{k-1}=\hat{\mathbf{X}}_{k-1}}, \\ \mathbf{E}_k &= \left. \frac{\partial \mathbf{h}[\mathbf{X}_k, k]}{\partial \mathbf{X}_k} \right|_{\mathbf{X}_k=\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}}, \end{aligned}$$

\mathbf{M}_{k-1} 、 \mathbf{N}_k 为新引入的用于减小一阶近似误差的矩阵^[25]. 结合式 (35) 与 (36)、(26) 与 (37), 可得

$$\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1} = \mathbf{M}_{k-1}\mathbf{D}_{k-1}\tilde{\mathbf{X}}_{k-1} + \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{W}_{k-1}, \quad (38)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1} = \mathbf{N}_k\mathbf{E}_k\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{V}_k. \quad (39)$$

结合式 (20) 与 (27), 可得

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_k &= \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k(\mathbf{Z}_k - \tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}) = \\ & \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k\mathbf{N}_k\mathbf{E}_k\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k\mathbf{V}_k. \end{aligned} \quad (40)$$

结合式 (35) 与 (40), 可得预测误差传播公式为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{X}}_k &= \mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} - \mathbf{K}_k\mathbf{N}_k\mathbf{E}_k\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k\mathbf{V}_k = \\ & (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{N}_k\mathbf{E}_k)\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1} - \mathbf{K}_k\mathbf{V}_k. \end{aligned} \quad (41)$$

结合式 (38) 与 (41), 可得

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{X}}_{k+1/k} &= \mathbf{M}_k\mathbf{D}_k(\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{N}_k\mathbf{E}_k)\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \\ & \mathbf{M}_k\mathbf{D}_k\mathbf{K}_k\mathbf{V}_k + \mathbf{F}_k\mathbf{W}_k. \end{aligned} \quad (42)$$

将式 (42) 扩展到一般情形, 有

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{X}}_{k+i/k+i-1} &= \\ & \prod_{j=1}^i [\mathbf{M}_{k+j-1}\mathbf{D}_{k+j-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+j-1}\mathbf{N}_{k+j-1}\mathbf{E}_{k+j-1}) \times \\ & \tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1}] - \sum_{l=1}^i \prod_{j=1}^{i-l} ([\mathbf{M}_{k+j-1}\mathbf{D}_{k+j-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+j-1} \times \\ & \mathbf{N}_{k+j-1}\mathbf{E}_{k+j-1})] \mathbf{M}_{k+l-1}\mathbf{D}_{k+l-1}\mathbf{K}_{k+l-1}\mathbf{V}_{k+l-1}) + \\ & \sum_{l=1}^i \prod_{j=1}^{i-l} ([\mathbf{M}_{k+j-1}\mathbf{D}_{k+j-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+j-1}\mathbf{N}_{k+j-1} \times \\ & \mathbf{E}_{k+j-1})] \mathbf{W}_{k+l-1}). \end{aligned} \quad (43)$$

对于新息残差向量 $\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}$ 和 $\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1}$, 定义下述协方差矩阵 $\mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1}(i)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1}(i) &= \mathbb{E}[\tilde{\mathbf{Z}}_{k+i/k+i-1}\tilde{\mathbf{Z}}_{k+i/k+i-1}^T] = \\ & \mathbb{E}([\mathbf{N}_{k+i}\mathbf{E}_{k+i}\tilde{\mathbf{X}}_{k+i/k+i-1} + \mathbf{V}_{k+i}] \times \\ & [\mathbf{N}_k\mathbf{E}_k\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{V}_k]^T) = \\ & \mathbf{N}_{k+i}\mathbf{E}_{k+i} \prod_{j=1}^i [\mathbf{M}_{k+j-1}\mathbf{D}_{k+j-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+j-1}\mathbf{N}_{k+j-1} \times \\ & \mathbf{E}_{k+j-1})] \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{E}_{k+i}^T \mathbf{N}_{k+i}^T - \\ & \mathbf{N}_{k+i}\mathbf{E}_{k+i} \prod_{j=1}^i [\mathbf{M}_{k+j-1}\mathbf{D}_{k+j-1} - (\mathbf{I} - \\ & \mathbf{K}_{k+j-1}\mathbf{N}_{k+j-1}\mathbf{E}_{k+j-1})] \mathbf{M}_k\mathbf{D}_k\mathbf{K}_k\mathbf{R}_k = \\ & \mathbf{N}_{k+i}\mathbf{E}_{k+i} \prod_{j=1}^i [\mathbf{M}_{k+j-1}\mathbf{D}_{k+j-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+j-1}\mathbf{N}_{k+j-1} \times \\ & \mathbf{E}_{k+j-1})] \mathbf{M}_k\mathbf{D}_k [\mathbf{P}_{k/k-1}\mathbf{E}_k^T \mathbf{N}_k^T - \\ & \mathbf{K}_k(\mathbf{N}_k\mathbf{E}_k\mathbf{P}_{k/k-1}\mathbf{E}_k^T \mathbf{N}_k^T + \mathbf{R}_k)], \end{aligned} \quad (44)$$

其中 $\mathbf{P}_{k/k-1} = \mathbf{P}_{(\tilde{X}\tilde{X})k/k-1} = \mathbb{E}[\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1}\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1}^T]$. 特别地, $\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}$ 的协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1} &= \mathbb{E}[\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}^T] = \\ & \mathbf{N}_k\mathbf{E}_k\mathbf{P}_{k/k-1}\mathbf{E}_k^T \mathbf{N}_k^T + \mathbf{R}_k. \end{aligned} \quad (45)$$

对于 $\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1}$ 和 $\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}$, 互协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{(\tilde{X}\tilde{Z})k/k-1} &= \mathbb{E}[\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1}\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}^T] = \\ & \mathbb{E}[\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1}(\mathbf{N}_k\mathbf{E}_k\tilde{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{V}_k)^T] = \mathbf{P}_{k/k-1}\mathbf{E}_k^T \mathbf{N}_k^T. \end{aligned} \quad (46)$$

根据式 (19) 和 (44), 可写为

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1}(i) = \\ & \mathbf{N}_{k+i}\mathbf{E}_{k+i} \prod_{j=1}^i [\mathbf{M}_{k+j-1}\mathbf{D}_{k+j-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+j-1}\mathbf{N}_{k+j-1} \times \\ & \mathbf{E}_{k+j-1})] \mathbf{M}_k \mathbf{D}_k [\mathbf{P}_{(\tilde{X}\tilde{X})k/k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1}] = \\ & \mathbf{N}_{k+i}\mathbf{E}_{k+i} \prod_{j=1}^i [\mathbf{M}_{k+j-1}\mathbf{D}_{k+j-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+j-1}\mathbf{N}_{k+j-1} \times \\ & \mathbf{E}_{k+j-1})] \mathbf{M}_k \mathbf{D}_k \mathbf{P}_{(\tilde{X}\tilde{Z})k/k-1} \times \\ & [\mathbf{I} - \mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}^{-1} \mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1}]. \end{aligned} \quad (47)$$

由传统 UKF 算法的精度要求和最优性^[26-27], 令

$$\mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1}(i) = 0, \text{ 得到}$$

$$\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1} = \mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1}. \quad (48)$$

式 (48) 表明 (34) 成立, 同理可证式 (32) 和 (33) 均成立. □

由式 (32)~(34) 可以看出, UKF 算法所满足的条件与矩阵 \mathbf{M}_{k+i} 、 \mathbf{N}_{k+i} 均无关, 因此对于系统 (1) 或 (3), 式 (32)~(34) 始终成立. 对于系统 (2) 或 (4), 实际计算值 $\mathbf{P}_{k/k-1}^e$ 、 $\mathbf{P}_{(XZ)k/k-1}^e$ 、 $\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}^e$ 偏离理论值 $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 、 $\mathbf{P}_{(XZ)k/k-1}$ 、 $\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}$, 不再满足式 (32)~(34) 所示条件, 即传统 UKF 算法不适用于系统 (2) 或系统 (4).

对于一般的传感器, 假设其量测量保持相互独立, 则可以引入对角矩阵因子, 并有如下定理.

定理 3 设计 N-AUKF 算法, 构造自适应矩阵因子 $\Delta_k = \text{diag}(\epsilon_{1k} \ \epsilon_{2k} \ \cdots \ \epsilon_{mk})$, 令

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1} = & \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} ([\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}] \times \\ & [\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}]^T) + \Delta_k \mathbf{R}_k, \end{aligned} \quad (49)$$

其中 Δ_k 满足如下等式:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} ([\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}] \times \\ & [\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}]^T) + \Delta_k \mathbf{R}_k = \mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1}, \end{aligned} \quad (50)$$

则 N-AUKF 算法适用于系统 (2) 和 (4).

证明 对于系统 (2) 或 (4), 由于系统状态方程不包含不确定性因素和扰动, 根据定理 2, 有

$$\mathbf{P}_{k/k-1}^e = \mathbf{P}_{k/k-1} = \mathbf{P}_{(\tilde{X}\tilde{X})k/k-1}, \quad (51)$$

$$\mathbf{P}_{(XZ)k/k-1}^e = \mathbf{P}_{(XZ)k/k-1} = \mathbf{P}_{(\tilde{X}\tilde{Z})k/k-1}. \quad (52)$$

构造如式 (49) 所示的自适应矩阵因子 Δ_k , 有

$$\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}^e = \mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1} = \mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1}. \quad (53)$$

综合式 (49)~(53), 由定理 2 可知, N-AUKF 算法满足 UKF 最优性条件, 当传感器发生故障引起量测方程不确定时, 该算法实时调整状态向量和量测新

息向量的协方差矩阵, 提高滤波解的精度. 因此, N-AUKF 算法适用于系统 (2) 和 (4). □

根据式 (50), 解得自适应矩阵因子

$$\begin{aligned} \Delta_k = & (\mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1} - \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} ([\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}] \times \\ & [\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}]^T)) \mathbf{R}_k^{-1}, \end{aligned} \quad (54)$$

其中 $\mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1}$ 的实际计算公式为

$$\mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1}^p = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k \tilde{\mathbf{Z}}_{i/i-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{i/i-1}^T. \quad (55)$$

在实际工程运用中, 若传感器无故障发生, 则 Δ_k 的取值为

$$\Delta_k = \text{diag}(1 \ 1 \ \cdots \ 1). \quad (56)$$

式 (56) 表明, 当传感器不存在故障时, N-AUKF 算法即转化为传统 UKF 算法. 在 N-AUKF 算法中, 传感器故障的存在与否根据当前新息残差向量值和预先设置门限值判断. 门限值根据传感器类型、特点和各个量测量进行设定, 在每一个采样时刻, 当新息残差向量任意一个分量值大于所对应的门限值时, 即认为传感器存在故障, 否则判定传感器处于正常工作状态. Δ_k 的取值根据以下步骤进行确定.

Step 1: 根据传感器特性设置门限矩阵 $\phi = [z_{0,1} \ z_{0,2} \ \cdots \ z_{0,m}]^T$.

Step 2: 令 $\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1} = [z_{1k} \ z_{2k} \ \cdots \ z_{mk}]^T$, 并作判断 $z_{1k} > z_{0,1}$ 或 $z_{2k} > z_{0,2}$ 或 \cdots 或 $z_{mk} > z_{0,m}$.

Step 3: 若上述判断为真, 则传感器存在故障, 有

$$\Delta_k =$$

$$\begin{aligned} & (\mathbf{P}_{(\tilde{Z}\tilde{Z})k/k-1} - \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} ([\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}] \times \\ & [\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}]^T)) \mathbf{R}_k^{-1}. \end{aligned}$$

若上述判断为假, 则传感器无故障, 有

$$\Delta_k = \text{diag}(1 \ 1 \ \cdots \ 1).$$

3.3 N-AUKF 滤波发散的抑制

相比于传统 UKF, N-AUKF 算法往往容易产生发散, 因此必须对滤波发散进行抑制. 首先利用如下协方差匹配判据:

$$\text{tr}(\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}^T) \leq \psi \text{tr}(\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}), \quad (57)$$

其中 ψ ($\psi \geq 1$) 为一事先设定的可调系数. 当式 (57) 成立时, 表明滤波收敛, 采用第 3.2 节所述的 N-AUKF 算法; 当式 (57) 不满足时, 认为滤波产生发散, 利用自适应加权系数 β_k 对 $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 进行修正, 从而加大当前量测信息 \mathbf{Z}_k 对滤波解的贡献, 抑制滤波发散^[28-29], 有

$$\bar{\mathbf{P}}_{k/k-1} = \beta_k \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} ([\chi_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}] \times$$

$$[\chi_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}]^T) + Q_{k-1}, \quad (58)$$

其中 β_k 由下式确定:

$$\beta_k = \begin{cases} \beta_0, & \beta_0 \geq 1; \\ 1, & \beta_0 < 1. \end{cases} \quad (59)$$

$\beta_0 =$

$$\frac{\text{tr}(\mathbf{P}_{(\bar{Z}\bar{Z})k/k-1} - \mathbf{R}_k)}{\text{tr}\left(\sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} [\chi_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}] [\chi_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}]^T\right)}. \quad (60)$$

3.4 N-AUKF 算法实现

根据第 3.1~3.3 节所述, 本文所提出的 N-AUKF 算法可实现传感器故障条件下的滤波, 并能保证算法的收敛性, 具体步骤如下.

Step 1: 初始取值和预测更新. 选取初始取值 $\hat{\mathbf{X}}_0$ 、 \mathbf{P}_0 , 按照传统 UKF 算法分别计算协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 、 $\mathbf{P}_{(XZ)k/k-1}$ 和 $\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}$.

Step 2: 自适应因子计算和预测误差协方差矩阵修正. 确定自适应矩阵因子 Δ 的取值, 并根据式 (49) 修正更新 $\mathbf{P}_{(ZZ)k/k-1}$ 的值, 有

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{P}}_{(ZZ)k/k-1} = & \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} ([\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}] \times \\ & [\gamma_{k/k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}]^T) + \Delta_k \mathbf{R}_k. \end{aligned} \quad (61)$$

Step 3: 滤波发散判断与发散抑制. 根据式 (57) 判断滤波是否发散, 若发散, 则按照式 (58)~(60) 修正 $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 得到 $\bar{\mathbf{P}}_{k/k-1}$, 若收敛则直接进入 Step 4.

Step 4: 量测更新

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{(XZ)k/k-1} (\bar{\mathbf{P}}_{(ZZ)k/k-1})^{-1}, \quad (62)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}), \quad (63)$$

$$\mathbf{P}_k = \bar{\mathbf{P}}_{k/k-1} - \mathbf{K}_k \bar{\mathbf{P}}_{(ZZ)k/k-1} \mathbf{K}_k^T. \quad (64)$$

4 仿真实验

4.1 仿真场景

为验证本文所提出算法 (N-AUKF 算法) 用于目标跟踪时的滤波效果, 在两种仿真场景下, 分别对传统 UKF、L-AUKF 和 N-AUKF 算法进行仿真. 设雷达观测站位于坐标原点, 首先, 目标在二维平面内做近似的匀速运动, 然后开始进行转弯运动.

仿真场景 1 雷达正常工作情况下, 目标的非线性系统描述如下:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \mathbf{f}[\mathbf{X}_{k-1}, k-1] + \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1}, \\ \mathbf{Z}_k = \begin{bmatrix} r_k \\ \theta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \\ \tan^{-1}(y_k/x_k) \end{bmatrix} + \mathbf{V}_k. \end{cases} \quad (65)$$

仿真场景 2 雷达故障条件下, 目标的非线性系

统描述如下:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \mathbf{f}[\mathbf{X}_{k-1}, k-1] + \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1}, \\ \mathbf{Z}_k = \begin{bmatrix} r_k \\ \theta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \\ \tan^{-1}(y_k/x_k) \end{bmatrix} + \mathbf{V}_k + \delta \mathbf{h}_{\text{out},k}. \end{cases} \quad (66)$$

在上述两个仿真场景中, $\mathbf{X} = [x \ y \ \dot{x} \ \dot{y}]^T$ 为状态向量, x 和 y 分别为目标所在位置在 X 轴和 Y 轴上的投影坐标值, \dot{x} 和 \dot{y} 分别为目标在 X 轴和 Y 轴上的速度. 量测向量为 $\mathbf{Z}_k = [r_k \ \theta_k]^T$. 其中: r_k 为雷达测得与目标的斜距, θ_k 为方位角. \mathbf{W}_{k-1} 和 \mathbf{V}_k 都是高斯噪声, 且均值为零并相互独立. 雷达故障为 $\delta \mathbf{h}_{\text{out},k} = [\delta r_k \ \delta \theta_k]^T$. 其中: δr_k 为雷达斜距分量的量测偏差, 且 δr_k 在 $[-5 \ 5]$ m 区间内变化; $\delta \theta_k$ 为雷达方位角分量的量测漂移率, 是 $0 \sim 1.0 \times 10^{-2}$ rad/s 区间的随机数. 目标状态的初始值为 $\mathbf{X}_0 = [1000, 0, 21, 21]$, 系统噪声方差矩阵为

$$\mathbf{Q} = \sigma_a \begin{bmatrix} T^4/4 & 0 & T^3/2 & 0 \\ 0 & T^4/4 & 0 & T^3/2 \\ T^3/2 & 0 & T^2 & 0 \\ 0 & T^3/2 & 0 & T^2 \end{bmatrix},$$

其中 $\sigma_a = 1$. 量测噪声方差矩阵为 $\mathbf{R} = \text{diag}(\sigma_w^2 \ \sigma_w^2) = \text{diag}(15 \ 15)$. 观测时间为 100 s, 采样周期 $T = 1$ s.

4.2 仿真结果

在上述仿真场景中, 基于传统 UKF、L-AUKF 和 N-AUKF 算法分别作 100 次蒙特卡罗仿真, 并用均方根误差 (RMSE) 评估 3 种滤波算法. RMSE 为

$$\mathbf{E} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ([\hat{\mathbf{X}}^i - \mathbf{X}^i][\hat{\mathbf{X}}^i - \mathbf{X}^i]^T)}. \quad (67)$$

其中: N 为仿真次数, $\hat{\mathbf{X}}^i$ 、 \mathbf{X}^i 分别为第 i 次仿真过程中目标状态量的估计值和真实值. 在一次仿真独立实验中, 目标的真实运动轨迹如图 1 所示.

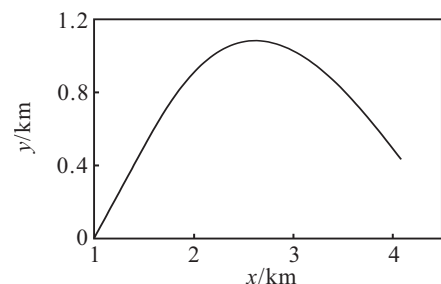


图 1 目标的真实轨迹

图 2 和图 3 为场景 1 下滤波算法的均方根误差曲线对比. 表 1 对应仿真场景 1 中 3 种方法的均方根误差的统计数据. 由图 2、图 3 和表 1 可见, 对于传感器正常工作条件下的场景 1, 传统 UKF、L-AUKF 和 N-AUKF 三种算法的滤波精度和稳定性等性能基本相同, 滤波效果相差不大.

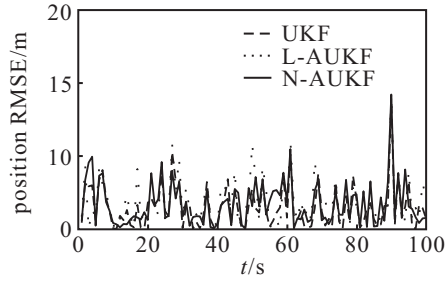


图 2 场景 1 位置均方根误差

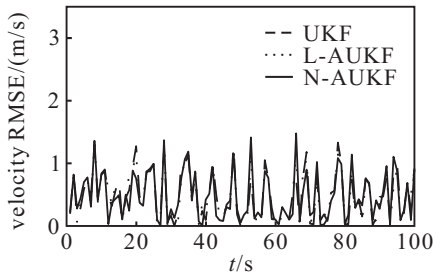


图 3 场景 1 速度均方根误差

表 1 场景 1 算法性能比较

算 法	性能指标			
	位置误差 均值/m	位置误差 方差/m	速度误差 均值/(m/s)	速度误差 方差/(m/s)
UKF	4.6438	2.9790	0.8750	0.7054
L-UKF	4.2685	2.5421	0.8326	0.7247
N-UKF	4.0533	2.2850	0.8821	0.6596

图 4 和图 5 为场景 2 下滤波算法的均方根误差曲线对比。表 2 对应仿真场景 2 中 3 种方法的均方根误差的统计数据。由图 4、图 5 和表 2 可见: 传感器存在故障对滤波性能的影响较大, 传统 UKF 算法的滤波精度已经严重下降; L-AUKF 算法虽然在一定程度上提高了滤波精度, 但由于系统量测方程的非线性特性, 该算法对于提高滤波精度的贡献并不大, 而且算法收

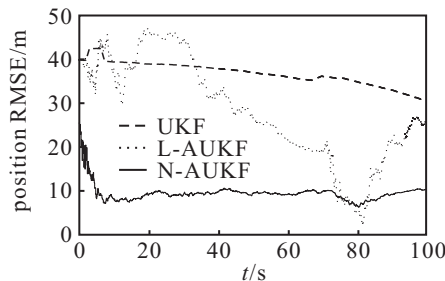


图 4 场景 2 位置均方根误差

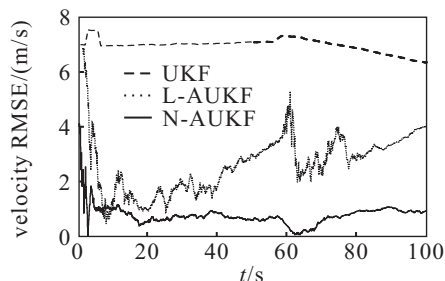


图 5 场景 2 速度均方根误差

敛性不佳, 随着时间的推移, 滤波呈现发散趋势; 本文提出的 N-AUKF 算法由于能够及时发现传感器故障, 并引入自适应矩阵因子, 保持了自适应 UKF 算法的最优滤波特性, 使得滤波精度相比于前两种方法有了较大提高, 同时通过协方差匹配方法进行滤波发散判断, 进一步通过自适应修正系数调整状态预测误差协方差矩阵, 抑制滤波发散, 确保了滤波收敛。

表 2 场景 2 算法性能比较

算 法	性能指标			
	位置误差 均值/m	位置误差 方差/m	速度误差 均值/(m/s)	速度误差 方差/(m/s)
UKF	37.6647	6.2481	6.9442	5.2972
L-UKF	26.5571	5.3244	2.7469	5.3367
N-UKF	8.4256	1.0057	0.9015	0.7523

综上所述, 本文所提出的 N-AUKF 算法相比于传统 UKF 算法和 L-AUKF 算法, 具有对传感器故障的自适应能力, 能够提高传感器故障情况下的滤波精度和稳定性。

5 结 论

在目标跟踪过程中, 当传感器出现故障时, 系统量测方程模型呈现出不确定性, 此时, 传统 UKF 滤波算法将产生滤波精度下降甚至滤波发散等现象。鉴于此, 本文设计了一种新的自适应 UKF 算法。该算法引入自适应矩阵因子, 实时调整状态向量和观测向量的协方差, 并从理论上证明了算法的最优性, 同时对可能出现的滤波发散进行判断和抑制, 显著提高了传感器故障情况下的滤波精度和稳定性。仿真结果表明, 所提出的自适应 UKF 算法相比传统 UKF 和已有自适应 UKF 具有较大的优势, 同时表现出更好的抗故障干扰能力。

参考文献(References)

- [1] 石勇, 韩崇昭. 自适应 UKF 算法在目标跟踪中的应用[J]. 自动化学报, 2011, 37(6): 754-759.
(Shi Y, Han C Z. Adaptive UKF method with applications to target tracking[J]. Acta Automatica Sinica, 2011, 37(6): 754-759.)
- [2] Sorenson H W. Kalman filtering: Theory and application[M]. New York: IEEE Press, 1985: 23-47.
- [3] Uhlmann J K. Algorithm for multiple target tracking[J]. American Science, 1992, 80(2): 128-141.
- [4] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new approach for filtering nonlinear systems[C]. Proc of the American Control Conf. Seattle Washington, 1995, 3: 1628-1632.
- [5] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new method for nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(3): 477-482.

- [6] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[C]. Proc of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422.
- [7] Gordon N J, Salmond D J, Smith A F M. Novel approach to nonlinear and non-Gaussian Bayesian state estimation[J]. IEEE Proc on Radar and Signal Processing, 1993, 140(2): 107-113.
- [8] Jayamohan S, Mathurakani M. Noise analysis of marginalized particle filter for target tracking[C]. Int Conf on Microelectronics Communication and Renewable Energy. Madrid: IEEE, 2013: 1-6.
- [9] Xiong K, Chan C, Zhang H S. Detection of satellite attitude sensor faults using the UKF[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(2): 480-491.
- [10] Gaoge Hu, Shesheng Gao, Li Xue. A novel adaptive unscented Kalman filter[C]. 2012 Int Conf on Intelligent Control and Information Processing. Dalian: IEEE Press, 2012: 497-502.
- [11] 赵琳, 王小旭, 孙明, 等. 基于极大后验估计和指数加权的自适应 UKF 滤波算法[J]. 自动化学报, 2010, 36(7): 1007-1019.
(Zhao L, Wang X X, Sun M, et al. Adaptive UKF filtering algorithm based on maximum a posterior estimation and exponential weighting[J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(7): 1007-1019.)
- [12] Ersin Soken H, Shin-ichiro Sakai. Residual based adaptive unscented kalman filter for satellite attitude estimation[C]. AIAA Guidance, Navigation and Control Conf. Minneapolis, 2012: 4476.
- [13] James Richard Forbes. Extended kalman filter and sigma point filter approaches to adaptive filtering[C]. AIAA Guidance, Navigation and Control Conf. Toronto, 2010: 7748.
- [14] Song Qi, Han Jianda. An adaptive UKF algorithm for the state and parameter estimation of a mobile robot[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(1): 72-79.
- [15] Yu Z J, Wei J M, Liu H T. A new adaptive maneuvering target tracking algorithm using artificial neural networks[C]. Proc of the International Joint Conf on Neural Networks. Washington DC: IEEE Press, 2008: 901-905.
- [16] Hajiyeve C, Caliskan F. Sensor/actuator fault diagnosis based on statistical analysis of innovation sequence and Robust Kalman filtering[J]. Aerospace Science and Technology, 2000, 4(6): 415-422.
- [17] Soken H E, Hajiyeve C. Pico satellite attitude estimation via robust unscented Kalman filter in the presence of measurement faults[J]. ISA transactions, 2010, 49(3): 249-256.
- [18] Hajiyeve C, Ersin H. Robust adaptive kalman filter for estimation of UAV dynamics in the presence of sensor/actuator faults[J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 28(1): 1-8.
- [19] Edwards C, Spurgeon S K, Patton R J. Sliding mode observers for fault detection and isolation[J]. Automatica, 2000, 36(4): 541-553.
- [20] Tan C P, Edwards C. Sliding mode observers for detection and reconstruction of sensor faults[J]. Automatica, 2002, 38(10): 1815-1821.
- [21] Tan C P, Edwards C. Sliding mode observers for robust fault reconstruction in nonlinear systems[J]. Lecture Notes in Control and Information Science, 2003, 281(1): 373-383.
- [22] Yang Yuanxi, Gao Weiguang. A new learning statistic for adaptive filter based on predicted residuals[J]. Progress in Natural Science, 2006, 16(8): 833-837.
- [23] Yang Yuanxi, Gao Weiguang. An optimal adaptive Kalman filter[J]. J of Geodesy, 2006, 80(4): 177-183.
- [24] Yang Y, He H, Xu G. Adaptively robust filtering for kinematic geodetic positioning[J]. J of Geodesy, 2001, 75(2/3): 109-116.
- [25] Boutayeb M, Rafaralahy H, Darouach M. Convergence analysis of the extended Kalman filter used as an observer for nonlinear deterministic discrete-time systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(4): 581-586.
- [26] 孙枫, 唐李军. Cubature 卡尔曼滤波器-卡尔曼滤波算法[J]. 控制与决策, 2012, 27(10): 1561-1565.
(Sun F, Tang L J. Cubature Kalman filter-Kalman filter algorithm[J]. Control and Decision, 2012, 27(10): 1561-1565.)
- [27] 孙枫, 唐李军. Cubature 卡尔曼滤波器与 Unscented 卡尔曼滤波估计精度比较[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 303-312.
(Sun F, Tang L J. Estimation precision comparison of Cubature Kalman filter and Unscented Kalman filter[J]. Control and Decision, 2013, 28(2): 303-312.)
- [28] Myers K A, Tapley B D. Adaptive sequential estimation with unknown noise statistics[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1976, 21(4): 520-523.
- [29] Hide C, Moore T, Smith M. Adaptive Kalman filtering for low-cost INS/GPS[J]. J of Navigation, 2003, 56(1): 143-152.