文章编号: 1001-0920 (2015) 11-2014-05 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2014.1433

基于TOPSIS的区间直觉模糊数排序法

谭吉玉, 朱传喜, 张小芝, 朱 丽

(南昌大学 理学院，南昌 330031)

摘 要: 基于传统的逼近理想解排序法(TOPSIS)思想, 运用区间直觉模糊数的欧氏距离, 给出区间直觉模糊数相对于最大区间直觉模糊数的贴近度公式, 并给出区间直觉模糊数贴近度所具有的优良性质, 这些性质表明贴近度作为排序指标是合理的. 通过与文献中有关区间直觉模糊数排序法的对比分析, 表明基于贴近度的排序方法具有更高的区分能力. 运用新的排序指标提出一种区间直觉模糊多属性决策方法, 并通过实例表明了所提出方法的有效性.

关键词: 区间直觉模糊数；相对贴近度；多属性决策

中图分类号: C934 **文献标志码:** A

Ranking method of interval-valued intuitionistic fuzzy numbers based on TOPSIS

TAN Ji-yu, ZHU Chuan-xi, ZHANG Xiao-zhi, ZHU Li

(School of Science，Nanchang University，Nanchang 330031，China．Correspondent：ZHU Chuan-xi，E-mail: chuanxizhu@126.com)

Abstract: Based on technique for order preference by similarity to an ideal solution(TOPSIS), by using the Euclidean distance of interval-valued intuitionistic fuzzy numbers(IVIFNs), the relative closeness degree of an IVIFN to the maximum IVIFN is proposed, and the excellent properties of the relative closeness degree are given. The properties show that the relative closeness degree serving as the ranking index is rational. Then, compared with some other ranking methods of IVIFN in literatures, the new ranking index shows higher discrimination capability. An interval-valued intuitionistic fuzzy multiple attribute decision making method is proposed by using the new ranking index, and an example is given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: interval-valued intuitionistic fuzzy number；relative closeness degree；multiple attribute decision making

0 引 言

自Zadeh[1]于1965年提出模糊集理论以来, 有关模糊集的理论和应用研究受到了学者们的极大关注, 并已广泛应用于模糊控制、模糊决策、模糊聚类、模糊模式识别、模糊博弈、模糊信息处理等诸多领域. 由于传统模糊集的隶属函数值是一个单一的值, 在实际应用中, 不能同时表示支持、反对和犹豫的证据, 如在各种选举投票事件中, 除了支持和反对, 常有弃权的情况[2]. Atanassov[3]于1983年提出了直觉模糊集概念, 与传统模糊集相比, 直觉模糊集在处理模糊性和不确定性等方面更具灵活性和实用性. Gau等[4]定义了Vague集的概念, 但是Bustince等[5]指出, Vague集实质上是直觉模糊集. 由于社会经济环境的日益复杂化, 直觉模糊集中的隶属度和非隶属度很难用精确的实数表达. 为此, Atanassov等[6-7]对直觉模糊集进行推广, 提出了区间直觉模糊集概念. 直觉模糊集理论受到人们的广泛关注, 并取得了丰富的研究成果[8-19].

在直觉模糊多属性决策问题中, 直觉模糊数的排序起着非常重要的作用. Chen等[15]提出了直觉模糊数得分函数的概念. Hong等[16]指出, 得分函数有时无法区分两个明显不同的直觉模糊数, 进而提出了精确函数的概念. 徐泽水[9]将得分函数和精确函数的概念拓展到区间直觉模糊数中, 得出区间直觉模糊数的比较规则. 叶军[17]从犹豫度的角度提出了一种新的精确函数对区间直觉模糊数进行排序. Lakshmana等[18]指出新的精确函数有时会得出不合常理的结果, 分析认

收稿日期: 2014-09-16；**修回日期:** 2014-11-05.

基金项目: 国家自然科学基金项目(11071108, 11361042)；江西省研究生创新专项基金项目(YC2013-B017)；江西省自然科学基金项目(20132BAB201001, 20142BAB211004).

作者简介: 谭吉玉(1979−), 女, 博士生, 从事决策分析与管理科学的研究；朱传喜(1956−), 男, 教授, 博士生导师, 从事决策分析与管理科学等研究.

为精确得分应与犹豫度成正比, 同时考虑隶属度和犹豫度两个方面, 引入一个风险参数, 构造了一个广义精确函数. 然而, 广义精确函数在同一风险系数下, 有些区间直觉模糊数仍然无法区分.

目前, 对于区间直觉模糊数的排序问题没有一种公认的合理的排序法, 因此有必要对区间直觉模糊数的排序法进行更加深入的研究. 本文从完全赞成(正理想点) 和完全反对 (负理想点) 两个极端情况进行分析, 引入传统的 TOPSIS 思想, 分别计算任意一个区间直觉模糊数与正、负理想点的欧氏距离, 然后计算其相对于正理想点的相对贴近度, 相对贴近度大的区间直觉模糊数较大, 从而实现对区间直觉模糊数的排序, 并通过算例对现有方法进行了比较分析. 新的排序方法能够对所有的区间直觉模糊数排序, 且不会出现不合常理的情况. 最后, 通过实际算例表明了所提出方法的有效性和可行性.

1　基本理论

定义 1　设 X 是一个非空集合, X 上的区间直觉模糊集[6-7]定义为 $\tilde{A}=\{\langle x,\tilde{\mu}_{\tilde{A}}(x),\tilde{\nu}_{\tilde{A}}(x)\rangle|x\in X\}$, 其中 $\tilde{\mu}_{\tilde{A}}(x)\subset[0,1]$ 和 $\tilde{\nu}_{\tilde{A}}(x)\subset[0,1]$ 分别为 X 中元素 x 属于 $\tilde{A}$ 的隶属区间和非隶属区间, 且对于任意 $x\in X$, 满足条件 $\sup\tilde{\mu}_{\tilde{A}}(x)+\sup\tilde{\nu}_{\tilde{A}}(x)\leqslant 1$.

由定义 1 可知, 区间直觉模糊集的基本构成单位是由 X 中元素 x 属于 $\tilde{A}$ 的隶属区间和非隶属区间所组成的有序区间对, 称为区间直觉模糊数[8]. 为了方便起见, 将区间直觉模糊数简记为 $([a,b],[c,d])$, 其中 $[a,b]\subset[0,1]$, $[c,d]\subset[0,1]$, 且满足条件 $0\leqslant a\leqslant b\leqslant 1$, $0\leqslant c\leqslant d\leqslant 1$, $b+d\leqslant 1$.

定义 2　设 $\tilde{\alpha}_j=([a_j,b_j],[c_j,d_j])\,(j=1,2,\cdots,n)$ 为一组区间直觉模糊数, IIFWA: $\tilde{\Theta}^n\to\tilde{\Theta}$, 有

$$\begin{aligned}&\mathrm{IIFWA}_w(\tilde{\alpha}_1,\tilde{\alpha}_2,\cdots,\tilde{\alpha}_n)=\\&\Big(\Big[1-\prod_{j=1}^n(1-a_j)^{w_j},1-\prod_{j=1}^n(1-b_j)^{w_j}\Big],\\&\Big[\prod_{j=1}^n c_j{}^{w_j},\prod_{j=1}^n d_j{}^{w_j}\Big]\Big),\end{aligned}\tag{1}$$

其中 w_j 为 $\tilde{\alpha}_j\,(j=1,2,\cdots,n)$ 的权重, 且 $w_j\in[0,1]$ $(j=1,2,\cdots,n)$, $\sum_{j=1}^n w_j=1$. 称 IIFWA 为区间直觉模糊数加权平均算子[9].

定义 3　设 $\tilde{\alpha}_j=([a_j,b_j],[c_j,d_j])\,(j=1,2,\cdots,n)$ 为一组区间直觉模糊数, IIFWG : $\tilde{\Theta}^n\to\tilde{\Theta}$, 有

$$\begin{aligned}&\mathrm{IIFWG}_w(\tilde{\alpha}_1,\tilde{\alpha}_2,\cdots,\tilde{\alpha}_n)=\\&\Big(\Big[\prod_{j=1}^n a_j{}^{w_j},\prod_{j=1}^n b_j{}^{w_j}\Big],\Big[1-\prod_{j=1}^n(1-c_j)^{w_j},\\&1-\prod_{j=1}^n(1-d_j)^{w_j}\Big]\Big),\end{aligned}\tag{2}$$

其中 w_j 为 $\tilde{\alpha}_j\,(j=1,2,\cdots,n)$ 的权重, 且 $w_j\in[0,1]$ $(j=1,2,\cdots,n)$, $\sum_{j=1}^n w_j=1$. 称 IIFWG 为区间直觉模糊数加权几何算子[9].

由于区间直觉模糊信息的集结结果仍然是区间直觉模糊数, 要对方案进行排序必须比较区间直觉模糊数的大小. 文献 [9] 基于区间直觉模糊数的得分函数和精确函数, 得到区间直觉模糊数的一种排序方法.

定义 4　设 $\tilde{\alpha}_1$ 和 $\tilde{\alpha}_2$ 为任意两个区间直觉模糊数, $\tilde{\alpha}_1$ 和 $\tilde{\alpha}_2$ 的得分函数为 $s(\tilde{\alpha}_1)=(a_1-c_1+b_1-d_1)/2$ 和 $s(\tilde{\alpha}_2)=(a_2-c_2+b_2-d_2)/2$, $\tilde{\alpha}_1$ 和 $\tilde{\alpha}_2$ 的精确函数[9]为 $h(\tilde{\alpha}_1)=(a_1+c_1+b_1+d_1)/2$ 和 $h(\tilde{\alpha}_2)=(a_2+c_2+b_2+d_2)/2$, 则有:

1) 若 $s(\tilde{\alpha}_1)<s(\tilde{\alpha}_2)$, 则 $\tilde{\alpha}_1<\tilde{\alpha}_2$;

2) 若 $s(\tilde{\alpha}_1)=s(\tilde{\alpha}_2)$, 则 ① 若 $h(\tilde{\alpha}_1)<h(\tilde{\alpha}_2)$, 则 $\tilde{\alpha}_1<\tilde{\alpha}_2$; ② 若 $h(\tilde{\alpha}_1)=h(\tilde{\alpha}_2)$, 则 $\tilde{\alpha}_1\sim\tilde{\alpha}_2$.

文献 [17] 基于区间直觉模糊数的犹豫度, 定义了一个新的精确函数对区间直觉模糊数排序.

定义 5　设 $\tilde{\alpha}=([a,b],[c,d])$ 为一个区间直觉模糊数, 新的精确函数[17]定义为

$$\begin{aligned}M(\tilde{\alpha})&=\frac{a-(1-a-c)+b-(1-b-d)}{2}=\\&a+b-1+\frac{c+d}{2}.\end{aligned}\tag{3}$$

Lakshmana 等[18]认为, 一个区间直觉模糊数的精确得分与犹豫度成正比, 考虑决策者的风险系数, 提出一个广义的精确函数, 进而对区间直觉模糊数排序.

定义 6　设 $\tilde{\alpha}=([a,b],[c,d])$ 为区间直觉模糊数, $\tilde{\alpha}$ 的广义精确函数[18]为

$$\begin{aligned}\mathrm{LG}(\tilde{\alpha})&=\frac{a+b+\delta(2-a-b-c-d)}{2}=\\&\frac{(a+b)(1-\delta)+\delta(2-(c+d))}{2}.\end{aligned}\tag{4}$$

其中: $\delta\in[0,1]$ 为决策者的风险系数, $\mathrm{LG}(\tilde{\alpha})\in[0,1]$.

2　基于 TOPSIS 的区间直觉模糊数排序法

Hwang[20]提出了基于理想点原理的 TOPSIS 方法, 本文将 TOPSIS 原理用于解决区间直觉模糊数的排序问题. 记 $\tilde{\Theta}$ 为全体区间直觉模糊数的集合, 显然, $\tilde{\alpha}^+=([1,1],[0,0])$ 是最大的区间直觉模糊数, $\tilde{\alpha}^-=([0,0],[1,1])$ 是最小的区间直觉模糊数. 对于任意一个区间直觉模糊数 $\tilde{\alpha}=([a,b],[c,d])$, 有 $\tilde{\alpha}^-\leqslant\tilde{\alpha}\leqslant\tilde{\alpha}^+$.

定义 7　设 $\tilde{\alpha}=([a_1,b_1],[c_1,d_1])$, $\tilde{\beta}=([a_2,b_2],[c_2,d_2])$ 为两个区间直觉模糊数, 则区间直觉模糊数之间的欧氏距离[14]定义为

$$d(\tilde{\alpha},\tilde{\beta})=$$

$$\sqrt{\frac{1}{4}[(a_1-a_2)^2+(b_1-b_2)^2+(c_1-c_2)^2+(d_1-d_2)^2]}.$$

由定义7可知, 任意一个区间直觉模糊数 $\tilde{\alpha}$ 与 $\tilde{\alpha}^+$、$\tilde{\alpha}^-$ 之间的欧氏距离分别为

$$d^+=d(\tilde{\alpha},\tilde{\alpha}^+)=\sqrt{\frac{1}{4}[(1-a)^2+(1-b)^2+c^2+d^2]}, \tag{5}$$

$$d^-=d(\tilde{\alpha},\tilde{\alpha}^-)=\sqrt{\frac{1}{4}[a^2+b^2+(1-c)^2+(1-d)^2]}. \tag{6}$$

基于TOPSIS原理, 给出任意区间直觉模糊数 $\tilde{\alpha}$ 相对于最大区间直觉模糊数 $\tilde{\alpha}^+$ 的相对贴近度的概念.

定义8 设 $\tilde{\alpha}=([a,b],[c,d])$ 为任意一个区间直觉模糊数, $\tilde{\alpha}$ 相对于最大区间直觉模糊数 $\tilde{\alpha}^+=([1,1],[0,0])$ 的贴近度为

$$C(\tilde{\alpha})=\frac{d^-}{d^++d^-}=\\ \frac{\sqrt{a^2+b^2+(1-c)^2+(1-d)^2}}{\sqrt{(1-a)^2+(1-b)^2+c^2+d^2}+\sqrt{a^2+b^2+(1-c)^2+(1-d)^2}}. \tag{7}$$

由定义8容易得出, 区间直觉模糊数的贴近度具有如下性质.

性质1 对于任意的区间直觉模糊数 $\tilde{\alpha}=([a,b],[c,d])$, 有:

1) $C(\tilde{\alpha})\in[0,1]$;

2) 如果 $\tilde{\alpha}=([1,1],[0,0])$, 则 $C(\tilde{\alpha})=1$;

3) 如果 $\tilde{\alpha}=([0,0],[1,1])$, 则 $C(\tilde{\alpha})=0$;

4) 如果 $\tilde{\alpha}=([0,0],[0,0])$, 则 $C(\tilde{\alpha})=0.5$.

性质2 当一个区间直觉模糊数退化为一个普通模糊数, 即 $\tilde{\alpha}=a=([a,a],[1-a,1-a])$ 时, $C(\tilde{\alpha})=a$.

性质3 对于任意一个区间直觉模糊数 $\tilde{\alpha}=([a,b],[c,d])$, 其补集 $\tilde{\alpha}^c=([c,d],[a,b])$, 则 $C(\tilde{\alpha})+C(\tilde{\alpha}^c)=1$.

下面给出一个定理来表明区间直觉模糊数的贴近度作为排序指标的合理性.

定理1 对于任意一个区间直觉模糊数 $\tilde{\alpha}=([a,b],[c,d])$, $C(\tilde{\alpha})$ 为 $\tilde{\alpha}$ 的贴近度, 则 $C(\tilde{\alpha})$ 关于变量 a 和 b 单调递增, 且 $C(\tilde{\alpha})$ 关于变量 c 和 d 单调递减.

证明 令 $f(a,b,c,d)=C(\tilde{\alpha})$ 是关于变量 a、b、c、d 的函数, 且 $0<a\leqslant b<1$, $0<c\leqslant d<1$. 为了表达方便, 令 $\sqrt{a^2+b^2+(1-c)^2+(1-d)^2}=P$, 则 $P>0$; 令 $\sqrt{(1-a)^2+(1-b)^2+c^2+d^2}=Q$, 则 $Q>0$.

函数 $f(a,b,c,d)$ 关于变量 a 的一阶偏导数为

$$\frac{\partial f}{\partial a}=\frac{aQ^2+(1-a)P^2}{PQ(P+Q)^2}>0,$$

即函数 $f(a,b,c,d)$ 关于变量 $a\in(0,1)$ 是单调递增的; 同理, 函数 $f(a,b,c,d)$ 关于变量 b 的一阶偏导数为

$$\frac{\partial f}{\partial b}=\frac{bQ^2+(1-b)P^2}{PQ(P+Q)^2}>0,$$

即函数 $f(a,b,c,d)$ 关于变量 $b\in(0,1)$ 也是单调递增的. 另外, 函数 $f(a,b,c,d)$ 关于变量 c 的一阶偏导数为

$$\frac{\partial f}{\partial c}=-\frac{(1-c)Q^2+cP^2}{PQ(P+Q)^2}<0,$$

即函数 $f(a,b,c,d)$ 关于变量 $c\in(0,1)$ 是单调递减的; 同理, 函数 $f(a,b,c,d)$ 关于变量 d 的一阶偏导数为

$$\frac{\partial f}{\partial b}=-\frac{(1-d)Q^2+dP^2}{PQ(P+Q)^2}<0,$$

即函数 $f(a,b,c,d)$ 关于变量 $d\in(0,1)$ 也是单调递减的. □

基于上述分析, 给出一种新的区间直觉模糊数排序法.

定义9 设 $\tilde{\alpha}_1$ 和 $\tilde{\alpha}_2$ 为任意两个区间直觉模糊数, $C(\tilde{\alpha}_1)$、$C(\tilde{\alpha}_2)$ 分别为 $\tilde{\alpha}_1$ 和 $\tilde{\alpha}_2$ 的贴近度, 则有:

1) 若 $C(\tilde{\alpha}_1)<C(\tilde{\alpha}_2)$, 则 $\tilde{\alpha}_1<\tilde{\alpha}_2$;

2) 若 $C(\tilde{\alpha}_1)=C(\tilde{\alpha}_2)$, 则 $\tilde{\alpha}_1\sim\tilde{\alpha}_2$.

文献[10]利用海明距离提出了一种基于TOPSIS的区间直觉模糊多属性决策方法, 为了比较分析, 将对方案的排序法退化到单一准则的情形, 即为区间直觉模糊数的排序法. 由文献[10]可知

$$r(\tilde{\alpha})=d(\tilde{\alpha},\tilde{\alpha}^-)=\frac{1}{4}(a+b+1-c+1-d)=\\ \frac{1}{2}+\frac{a+b-c-d}{2}=\frac{1+s(\tilde{\alpha})}{2}. \tag{8}$$

由式(8)可见, 运用海明距离算出的贴近度是得分函数的变形, 得分函数 $s(\tilde{\alpha})$ 的取值范围是 $[-1,1]$, 而 $r(\tilde{\alpha})$ 的取值范围是 $[0,1]$, 即 $r(\tilde{\alpha})$ 与 $s(\tilde{\alpha})$ 对区间直觉模糊数的排序是一样的. 文献[11]运用多种不同的距离公式计算各备选方案与正、负理想方案的贴近度, 与文献[10]和本文最大的区别在于理想点的取法不一样, 文献[10]的理想方案依赖于备选方案的决策信息, 当增加或减少备选方案时, 理想方案也会随之变化, 理想方案的改变直接导致贴近度的改变. 因此, 当方案增加或减少时, 原有方案的保序性难以得到保证. 同样, 若将文献[11]对方案的排序法退化到单一准则下, 即对区间直觉模糊数进行排序, 则由于正、负理想点的变化, 有可能导致逆序. 下面利用一个算例对多种排序方法进行比较分析.

例1 设 $\tilde{\alpha}_1=([0.4,0.6],[0.2,0.4])$, $\tilde{\alpha}_2=([0.4,0.6],[0.3,0.4])$, $\tilde{\alpha}_3=([0.46,0.54],[0.25,0.35])$ 为区间直觉模糊数, $\mathrm{LG}(\tilde{\alpha})$ 中的风险系数 δ 为0.5, 比较结果如表1所示.

由表1可见, $\tilde{\alpha}_1$ 和 $\tilde{\alpha}_3$ 两个区间直觉模糊数的隶属区间和非隶属区间的中点相同, 导致多种排序法失效, 无法区分出大小. 另外, 对于 $\tilde{\alpha}_1$ 和 $\tilde{\alpha}_2$ 而言, 显然有

表 1　区间直觉模糊数排序法比较结果

	$\tilde{\alpha}_1$	$\tilde{\alpha}_2$	$\tilde{\alpha}_3$	排序
$s(\tilde{\alpha})$	0.2	0.15	0.2	$\tilde{\alpha}_1=\tilde{\alpha}_3>\tilde{\alpha}_2$
$h(\tilde{\alpha})$	0.8	0.85	0.8	$\tilde{\alpha}_1=\tilde{\alpha}_3$
$M(\tilde{\alpha})$	0.3	0.35	0.3	$\tilde{\alpha}_2>\tilde{\alpha}_1=\tilde{\alpha}_3$
$\mathrm{LG}(\tilde{\alpha})$	0.6	0.575	0.6	$\tilde{\alpha}_1=\tilde{\alpha}_3>\tilde{\alpha}_2$
$r(\tilde{\alpha})$	0.6	0.575	0.6	$\tilde{\alpha}_1=\tilde{\alpha}_3>\tilde{\alpha}_2$
$C(\tilde{\alpha})$	0.5923	0.5715	0.5953	$\tilde{\alpha}_3>\tilde{\alpha}_1>\tilde{\alpha}_2$

$\tilde{\alpha}_1>\tilde{\alpha}_2$ (因为隶属区间一样, 非隶属区间大的反而小). 而 $M(\tilde{\alpha})$ 的计算结果不符合常理. 出现这样情况的原因是 $M(\tilde{\alpha})$ 关于隶属度和非隶属度都是递增的. 基于欧氏距离和 TOPSIS 的区间直觉模糊数排序法, 能够区分隶属区间和非隶属区间的中点都相同且区间宽度明显不一样的区间直觉模糊数, 而且具有与实际情况相吻合的优良性质. 因此, 该排序法具有较强的实用价值, 可以广泛应用于通过区间直觉模糊算子集结结果的排序问题和在集结过程中跟序相关的信息集结算子中, 如区间直觉模糊有序加权平均算子 (IIFOWA)、区间直觉模糊有序加权几何算子 (IIFOWG) 等.

3　属性值为区间直觉模糊数的多属性决策方法

假设某一决策问题的有限个决策方案的集合为 $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$, 其中 A_i 为第 i 个决策方案; 决策方案的属性集合为 $U=\{u_1,u_2,\cdots,u_n\}$, 其中 u_j 为第 j 个决策属性; $W=\{w_1,w_2,\cdots,w_n\}$ 为属性的权重向量, 其中 $w_j\in[0,1](j=1,2,\cdots,n)$, $\sum\limits_{j=1}^{n}w_j=1$. 方案 A_i 在属性 u_j 下的属性值为区间直觉模糊数, 显然, 方案 A_i 可用一个区间直觉模糊集表示为如下形式:

$$A_i=\{\langle u_j,\tilde{\mu}_{A_i}(u_j),\tilde{\nu}_{A_i}(u_j)\rangle|u_j\in U\}.$$

为了方便起见, 用 $\tilde{\alpha}_{ij}=([a_{ij},b_{ij}],[c_{ij},d_{ij}])$ 表示方案 A_i 在属性 u_j 下的属性值, 且满足条件 $0\leqslant a_{ij}\leqslant b_{ij}\leqslant 1$, $0\leqslant c_{ij}\leqslant d_{ij}\leqslant 1$, $b_{ij}+d_{ij}\leqslant 1$. 其中: $[a_{ij},b_{ij}]$ 为方案 A_i 对属性 u_j 的满足程度区间, $[c_{ij},d_{ij}]$ 为方案 A_i 对属性 u_j 的不满足程度区间. 收集所有决策信息可以建立区间直觉模糊决策矩阵 $D=(\tilde{\alpha}_{ij})_{m\times n}$, 下面给出一种区间直觉模糊信息决策方法.

Step 1: 利用区间直觉模糊加权平均算子或区间直觉模糊加权几何算子集结各方案的属性值, 得到各方案的集结结果为

$$\tilde{\alpha}_i=([a_i,b_i],[c_i,d_i]),\ i=1,2,\cdots,m.$$

Step 2: 分别计算 $\tilde{\alpha}_i(i=1,2,\cdots,m)$ 与 $\tilde{\alpha}^+$、$\tilde{\alpha}^-$ 之间的欧氏距离, 得到 $d_i^+=d(\tilde{\alpha}_i,\tilde{\alpha}^+)$ 和 $d_i^-=d(\tilde{\alpha}_i,\tilde{\alpha}^-)$.

Step 3: 根据式 (7) 计算各方案集结结果 $\tilde{\alpha}_i(i=1,2,\cdots,m)$ 的贴近度, 记为

$$C_i=C(\tilde{\alpha}_i)=\frac{d_i^-}{d_i^++d_i^-}.$$

Step 4: 按照 $C_i(i=1,2,\cdots,m)$ 的大小对方案进行排序和择优.

4　实例分析

考虑某个风险投资公司进行高科技项目的投资问题, 有 5 个备选企业 $A_i(i=1,2,3,4,5)$ 可供选择. 从企业能力的角度对企业进行评价, 经过研究制定了 7 项评价指标[21]: 销售能力 u_1、管理能力 u_2、生产能力 u_3、技术能力 u_4、资金能力 u_5、风险承担能力 u_6、企业战略一致性 u_7. 假设属性权重向量 $W=(0.2,0.1,0.15,0.1,0.15,0.2,0.1)$, 决策者给出的评价信息经过处理后得到区间直觉模糊决策信息矩阵 $\tilde{D}=(\tilde{\alpha}_{ij})_{5\times7}$, 见表 2.

下面由第 3 节中提出的方法确定最佳企业.

Step 1: 用区间直觉模糊加权平均算子集结备选企业 $A_i(i=1,2,3,4,5)$ 在各属性下的区间直觉模糊信息, 得到加权集结结果 $\tilde{\alpha}_i(i=1,2,3,4,5)$ 为

$$\begin{aligned}\tilde{\alpha}_1&=\mathrm{IIFWA}_w(\tilde{\alpha}_{11},\tilde{\alpha}_{12},\tilde{\alpha}_{13},\tilde{\alpha}_{14},\tilde{\alpha}_{15},\tilde{\alpha}_{16},\tilde{\alpha}_{17})=\\&\quad([0.5298,0.6526],[0.1481,0.2879]),\\\tilde{\alpha}_2&=([0.4641,6203],[0.1516,0.2810]),\\\tilde{\alpha}_3&=([0.4785,6820],[0.1335,0.2702]),\\\tilde{\alpha}_4&=([0.4389,5904],[0.1835,0.3080]),\\\tilde{\alpha}_5&=([0.5621,7237],[0.1423,0.2625]).\end{aligned}$$

Step 2: 利用式 (5) 和 (6) 分别计算集结结果 $\tilde{\alpha}_i(i=1,2,3,4,5)$ 与 $\tilde{\alpha}^+$、$\tilde{\alpha}^-$ 之间的距离, 计算结果见表 3.

Step 3: 利用式 (7) 计算 $\tilde{\alpha}_i(i=1,2,3,4,5)$ 的贴近度 $C_i(i=1,2,3,4,5)$, 计算结果见表 3.

Step 4: 按照 $C_i(i=1,2,3,4,5)$ 的大小对方案进行排序, 排序结果为 $C_5\succ C_1\succ C_3\succ C_2\succ C_4$. 因此, 5 个备选企业的排序结果为 $A_5\succ A_1\succ A_3\succ A_2\succ A_4$, 即 A_5 为最佳企业.

表 2　区间直觉模糊决策矩阵 $\tilde{D}$

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7
A_1	([0.4,0.5],[0.3,0.4])	([0.5,0.6],[0.1,0.2])	([0.4,0.5],[0.2,0.4])	([0.6,0.7],[0.1,0.2])	([0.7,0.8],[0.1,0.2])	([0.6,0.7],[0.1,0.3])	([0.4,0.7],[0.2,0.3])
A_2	([0.5,0.7],[0.1,0.2])	([0.6,0.7],[0.2,0.3])	([0.2,0.3],[0.4,0.5])	([0.5,0.7],[0.1,0.3])	([0.6,0.7],[0.1,0.2])	([0.4,0.6],[0.2,0.3])	([0.4,0.5],[0.1,0.3])
A_3	([0.4,0.6],[0.3,0.4])	([0.7,0.8],[0.1,0.2])	([0.6,0.7],[0.1,0.2])	([0.4,0.5],[0.1,0.3])	([0.5,0.8],[0.1,0.2])	([0.4,0.7],[0.1,0.3])	([0.3,0.5],[0.2,0.3])
A_4	([0.2,0.3],[0.4,0.5])	([0.5,0.6],[0.1,0.3])	([0.5,0.6],[0.1,0.2])	([0.4,0.6],[0.3,0.4])	([0.6,0.8],[0.1,0.2])	([0.4,0.5],[0.3,0.4])	([0.5,0.7],[0.1,0.2])
A_5	([0.5,0.8],[0.1,0.2])	([0.4,0.6],[0.3,0.4])	([0.6,0.7],[0.1,0.3])	([0.4,0.5],[0.2,0.3])	([0.5,0.7],[0.2,0.3])	([0.7,0.8],[0.1,0.2])	([0.5,0.7],[0.2,0.3])

表 3　计算结果

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
d_i^-	0.6963	0.6777	0.7033	0.6494	0.7279
d_i^+	0.3341	0.3651	0.3402	0.3907	0.2989
C_i	0.6758	0.6499	0.6740	0.6242	0.7089

5　结　论

本文基于传统的TOPSIS思想, 给出了区间直觉模糊数的贴近度公式, 根据区间直觉模糊数的相对贴近度, 给出一种新的区间直觉模糊数的排序方法. 与现有的多种区间直觉模糊数排序方法进行对比分析, 分析结果表明, 新的排序方法具有更高的区分能力. 将该排序指标应用到多属性决策问题, 提出了一种能充分利用决策信息、决策步骤简洁的区间直觉模糊多属性决策方法, 并给出了实例分析.

参考文献(References)

[1] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353.

[2] 徐泽水. 直觉模糊信息集成理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 1.
(Xu Z S. Intuitionistic fuzzy information aggregation: Theory and applications[M]. Beijing: Science Press, 2008: 1.)

[3] Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.

[4] Gau W L, Buehrer D J. Vague sets[J]. IEEE Trans of Systems Man Cybernetics, 1993, 23(2): 610-614.

[5] Bustince H, Burillo P. Vague sets are intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 79(3): 403-405.

[6] Atanassov K, Gargov G. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 31(3): 343-349.

[7] Atanassov K. Operators over interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 64(2): 159-174.

[8] 徐泽水. 直觉模糊偏好信息下的多属性决策途径[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(11): 62-71.
(Xu Z S. Approaches to multiple attribute decision making with intuitionistic fuzzy preference information[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2007, 27(11): 62-71.)

[9] 徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(2): 215-219.
(Xu Z S. Methods for aggregating interval-valued intuitionistic fuzzy information and their application to decision making[J]. Control and Decision, 2007, 22(2): 215-219.)

[10] 胡辉, 徐泽水. 基于TOPSIS的区间直觉模糊多属性决策方法[J]. 模糊系统与数学, 2007, 21(5): 108-112.
(Hu H, Xu Z S. TOPSIS method for multiple attribute decision making with interval-valued intuitionistic fuzzy information[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2007, 21(5): 108-112.)

[11] Park J H, Park I Y, Kwun Y C, et al. Extension of the TOPSIS method for decision making problems under interval-valued intuitionistic fuzzy environment[J]. Applied Mathematical Modelling, 2011, 35(5): 2544-2556.

[12] Ye J. Fuzzy cross entropy of interval-valued intuitionistic fuzzy sets and its optimal decision-making method based on the weights of alternatives[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(5): 6179－6183.

[13] Zhang H M, Yu L Y. MADM method based on cross-entropy and extended TOPSIS with interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Knowledge-Based Systems, 2012, 30(6): 115-120.

[14] Xu Z S. Models for multiple attribute decision-making with intuitionistic fuzzy information[J]. Int J of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge Based Systems, 2007, 15(3): 285-297.

[15] Chen S M, Tan J M. Handing multicriteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 67(2): 163-172.

[16] Hong D H, Choi C H. Multicriteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114(1): 103-113.

[17] Ye J. Multicriteria fuzzy decision-making method based on a novel accuracy function under interval-valued intuitionistic fuzzy environment[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(3): 6899-6902.

[18] Lakshmana Gomathi Nayagam V, Sivaraman G. Ranking of interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Applied Soft Computing, 2011, 11(4): 3368-3372.

[19] Szmidt E, Kacprzyk J. Distances between intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114(3): 505-518.

[20] Hwang C L, Yoon K. Multiple attribute decision making: Methods and applications[M]. New York: Springer-Verlag, 1981.

[21] 宋逢明, 陈涛涛. 高科技投资项目评价指标体系的研究[J]. 中国软科学, 1999(1): 90-93.
(Song F M, Chen T T. The research of high-tech investment project evaluation index systems[J]. China Soft Science, 1999(1): 90-93.)

(责任编辑：郑晓蕾)