

# 安徽师范大学

## 2015 年招收硕士研究生考题

科目名称: 量子力学 科目代码: 901

考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本考题纸上的无效!

### 一、(30分) 证明题

(1) (15分) 证明对易关系:  $[\hat{x}, \hat{L}_y] = i\hbar\hat{z}$

(2) (15分)  $\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z$  为泡利算符, 试证:  $\hat{\sigma}_y\hat{\sigma}_z\hat{\sigma}_x = i$

### 二、(20分) 设氢原子的状态为:

$$\Psi(r, \theta, \phi, s_z) = -\frac{\sqrt{3}}{2} R_{21}(r) Y_{10}(\theta, \phi) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} R_{21}(r) Y_{11}(\theta, \phi) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

求 (1) 能量  $E$ , 轨道角动量平方  $L^2$ , 轨道角动量  $z$  分量  $L_z$  的可能测值、概率及平均值;

(2) 总磁矩  $\vec{M} = -\frac{e}{2u}\hat{L} - \frac{e}{u}\hat{S}$  的  $z$  分量的平均值。

### 三、(20分) 质量为 $\mu$ 的粒子在二维无限深势阱

$$U(x, y) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a; 0 \leq y \leq b \\ \infty & x < 0, x > a; y < 0, y > b \end{cases} \text{ 中运动。}$$

求: 粒子的能级和对应的本征函数。

考生请注意：答案必须写在答题纸上，写在本考卷纸上的无效！

四、(25分)  $(\hat{S}^2, \hat{S}_z)$ 表象中电子自旋算符  $\hat{S}_y$  的矩阵形式： $\hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$

(1) 求  $\hat{S}_y$  的本征值和本征函数；

(2) 在  $S_z = \frac{\hbar}{2}$  的本征函数  $\chi_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  中计算  $\hat{S}_y$  的平均值。

五、(25分) 某体系只有三个能级，对应的归一化波函数分别为  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$ 。

体系受到微扰作用，体系的哈密顿算符  $\hat{H}_0$  和微扰算符  $\hat{H}'$  在  $\hat{H}_0$  表象中的矩阵形式为：

$$H_0 = \hbar\omega \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \text{ 和 } H' = b\hbar\omega \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \text{ 其中 } b \ll 1.$$

(1) 用微扰法求各级能量近似值，精确到二级修正；

(2) 求各能级对应的波函数，精确到一级修正。

六、(30分) 有一微观量子体系，其态空间是两维的，选择基矢为  $u_1, u_2$ 。

已知哈密顿量  $\hat{H}$ ，有如下性质： $\hat{H}u_1 = u_2, \hat{H}u_2 = u_1$ 。设  $t=0$  时体系

状态为  $\psi(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}u_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}u_2$ 。

求：(1) 力学量  $\hat{H}$  的矩阵表示；

(2) 哈密顿量  $\hat{H}$  的本征值和本征矢；

(3) 任意  $t$  时刻的状态波函数以及测量  $\hat{H}$  的平均值。