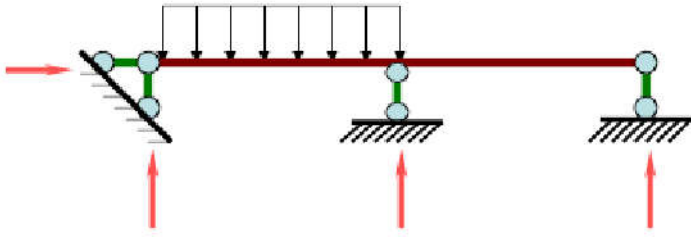


6 力法

Methods of Analysis of Statically Indeterminate Structures

6.1 超静定结构和超静定次数

6.1.1 超静定结构静力特征与几何特征



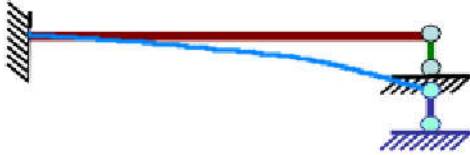
几何特征:有多余约束的几何不变体系。

静力特征:仅由静力平衡方程不能求出
所有内力和反力。

超静定问题的求解要同时考虑结构的“变形、本构、平衡”。

超静定结构的性质

- 1.内力与材料的物理性质、截面的几何形状和尺寸有关。
- 2.温度变化、支座移动等因素也会产生内力。



与静定结构相比,超静定结构的优点为:

- 1.内力分布均匀
- 2.抵抗破坏的能力强

超静定结构的计算方法

- 1.力法----以多余约束力作为基本未知量。
- 2.位移法----以结点位移作为基本未知量。
- 3.混合法----以结点位移和多余约束力作为基本未知量。
- 4.力矩分配法----近似计算方法。
- 5.矩阵位移法----结构矩阵分析法之一。

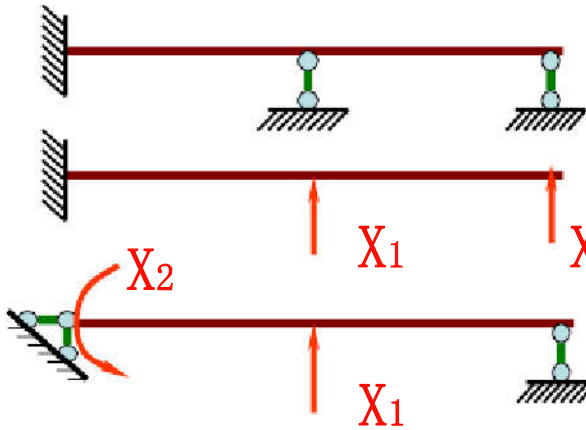
力法等方法的基本思想:

- 1.找出未知问题不能求解的原因,
- 2.将其化成会求解的问题,
- 3.找出改造后的问题与原问题的差别,
- 4.消除差别后,改造后的问题的解即为原问题的解

6.1.2 超静定次数的确定

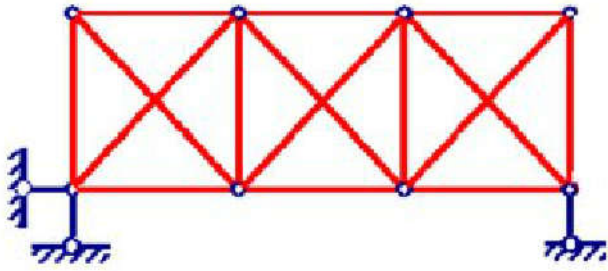
多余约束个数

若一个结构有 N 个多余约束, 则称其为 N 次超静定结构.

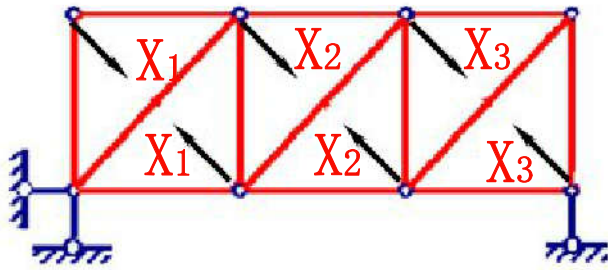


比较法: 与相近的静定结构相比, 比静定结构多几个约束即为几次超静定结构.

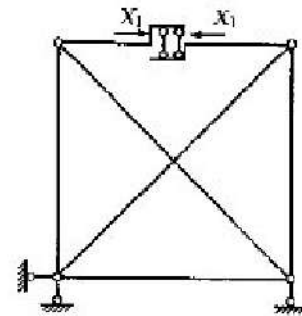
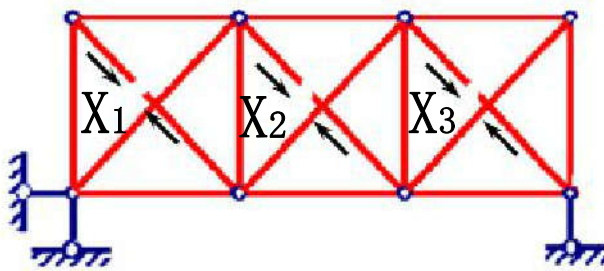
力法基本体系不唯一.

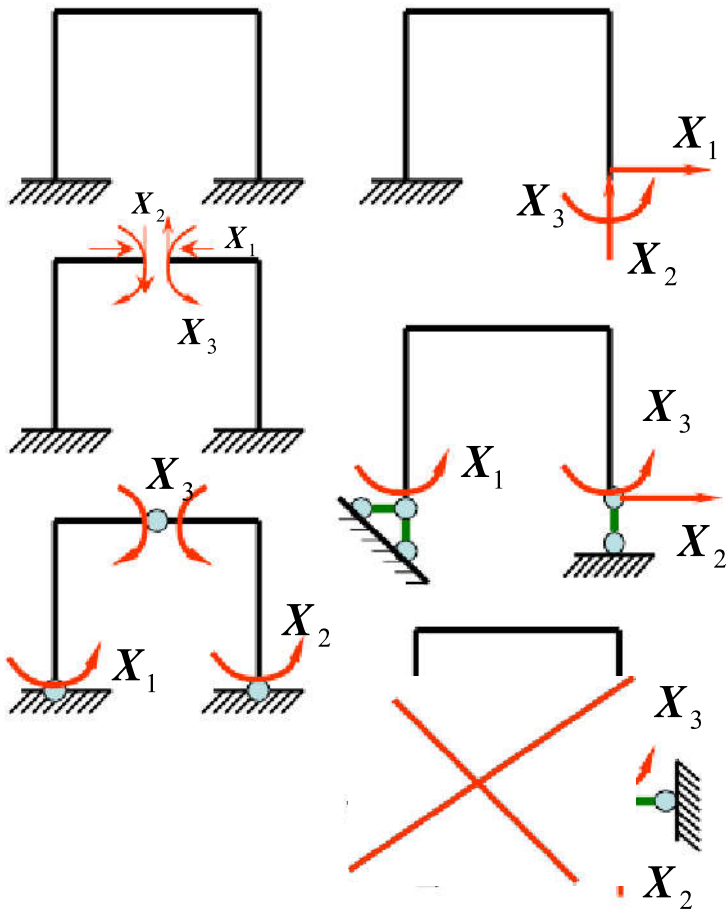


去掉几个约束后成为静定结构, 则为几次超静定



去掉一个链杆或切断一个链杆相当于去掉一个约束

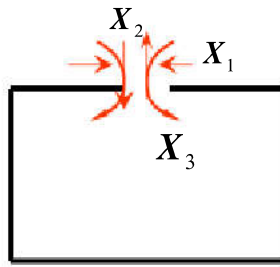




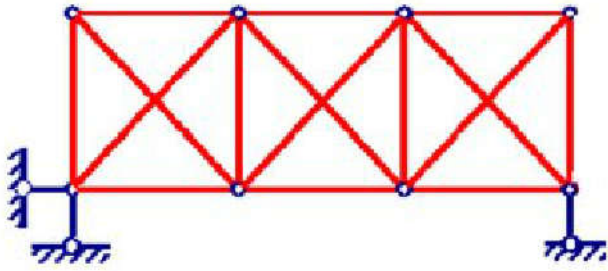
去掉一个固定端支座或切断一根受弯杆相当于去掉三个约束.

将刚结点变成铰结点或将固定端支座变成固定铰支座相当于去掉一个约束.

几何可变体系不能作为基本体系



一个无铰封闭框有
三个多余约束。



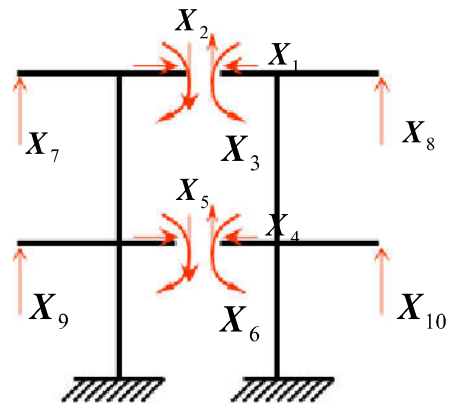
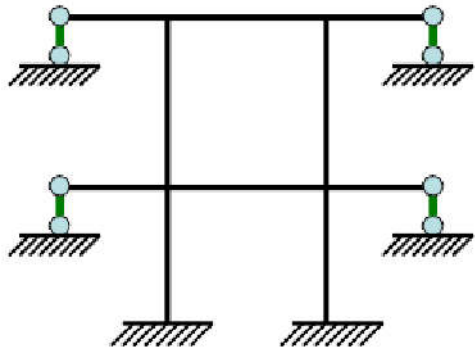
根据计算自由度
确定超静定次数

$$W = 8 \times 2 - 19 = -3$$

确定超静定次数小结:

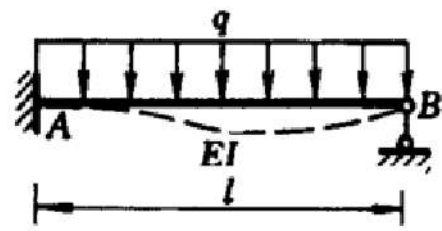
- (a) 方法:比较法,减约束,计算自由度,封闭框计算。
- (b) 一个超静定结构可能有多种形式的基本结构,不同基本结构带来不同的计算工作量。
- (c) 可变体系不能作为基本结构

基本结构指去掉多余约束后的静定结构

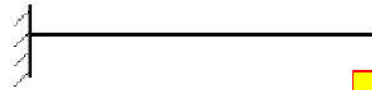


6.2 力法的基本概念

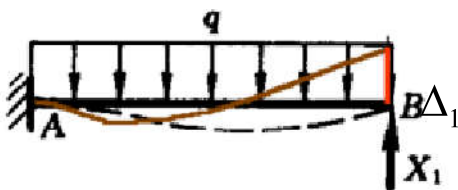
6.2.1 力法的基本未知量、基本体系



待解的未知问题



基本结构



基本体系

$$\Delta_1 = 0$$

变形条件

$$X_1$$

力法基本未知量

变形条件成立时，
基本体系的内力和位移与原结构相同。

$$\Delta_1 = 0$$

6.2.2 基本方程

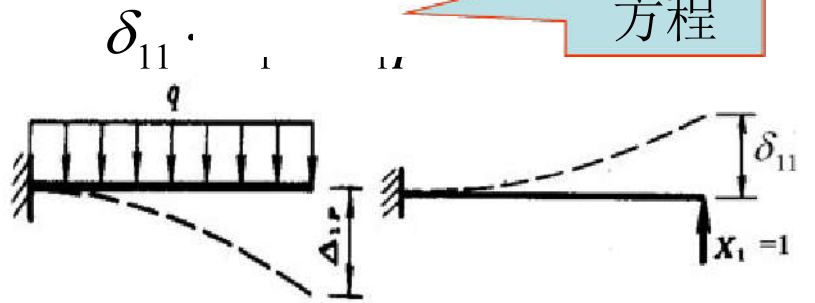
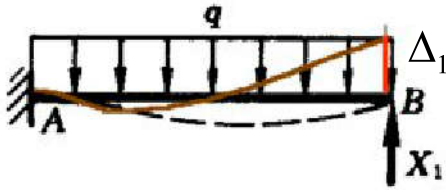
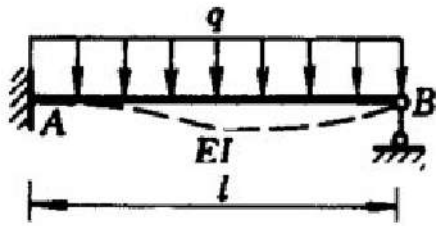
$$\Delta_1 = \Delta_{1X_1} + \Delta_{1P} = 0$$

$$\Delta_{1P} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 M_P ds}{EI}$$

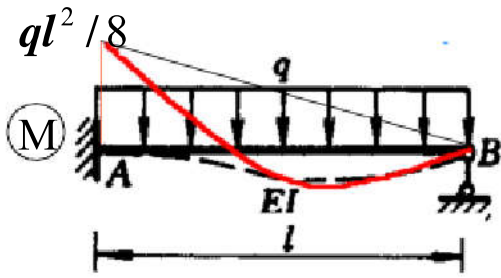
$$\Delta_{1X_1} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 M_{X_1} ds}{EI} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_1 X_1 ds}{EI}$$

$$= X_1 \sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_1 ds}{EI} = X_1 \delta_{11}$$

力法
典型
方程



$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0$$



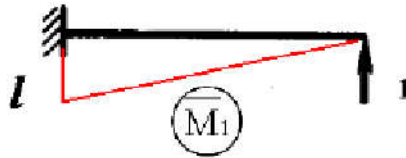
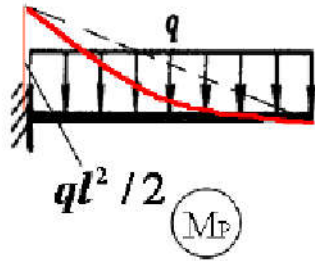
$$\Delta_{1P} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 M_P ds}{EI}$$

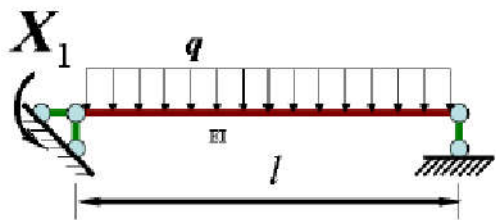
$$= \int_0^l \frac{-\frac{1}{2} q x^2 \cdot x}{EI} ds = -ql^4 / 8EI$$

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_1 ds}{EI} = l^3 / 3EI$$

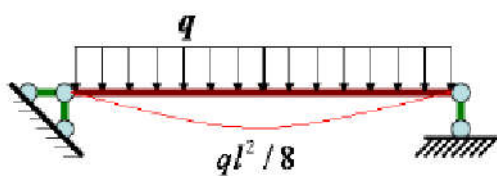
$$X_1 = 3ql / 8 (\uparrow)$$

$$M = M_{X_1} + M_P = \bar{M}_1 \cdot X_1 + M_P$$

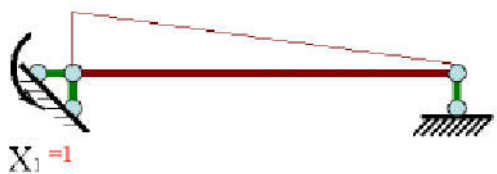




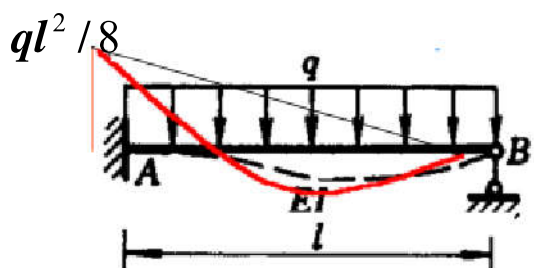
$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0$$



$$\Delta_{1P} = -\frac{1}{EI} \frac{2}{3} \frac{ql^2}{8} \cdot l \cdot \frac{1}{2} = -\frac{ql^3}{24EI}$$



$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \frac{1 \cdot l}{2} \cdot \frac{2}{3} = l/3EI$$



$$X_1 = ql^2/8$$

(M)

力法步骤:

- 1.确定基本体系
- 2.写出位移条件,力法方程
- 3.作单位弯矩图,荷载弯矩图;
- 5.解力法方程
- 4.求出系数和自由项
- 6.叠加法作弯矩图

力法典型方程（一次超静定）

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0$$

$$\Delta_{1P} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 M_P ds}{EI}$$

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_1 dx}{EI}$$

6.3 超静定梁、刚架和排架

6.3.1 梁和刚架

作弯矩图.

$$\Delta_1 = 0$$

$$\text{解: } \delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0$$

作内力图

$$\delta_{11} = 4l^3 / 3EI$$

$$\Delta_{1P} = -Pl^3 / 2EI$$

$$X_1 = 3P / 8 (\uparrow)$$

$$M = \bar{M}_1 \cdot X_1 + M_P$$

