Nov. 2016

# 空间调制偏振光谱测量定标方法

李双1,2,袁齐1,2,3,龚平1,2

- (1. 中国科学院安徽光学精密机械研究所 光学遥感中心,安徽 合肥 230031:
  - 2. 中国科学院通用光学定标与表征技术重点实验室,安徽 合肥 230031;
    - 3. 中国科学院大学,北京 100049)

摘 要:研究了基于四分之一波片-复合双折射光楔-偏振片空间调制结构的定标方法,并给出了相应的光谱、辐射定标方程。基于结构的偏振调制原理,提出了线性最小二乘偏振定标方法。仿真分析表明,该定标方法对于调制结构偏振调制系数的定标精度要比传统的四点法更高,最小二乘定标法得到的调制系数与真实调制系数间的偏差波动在整个调制周期内约为2×10<sup>-4</sup>,且呈随机分布。

关键词:空间调制; 偏振光谱仪; 偏振定标; 最小二乘法

中图分类号: O433.1 文献标志码: A **DOI**: 10.3788/IRLA201645.1113002

# Calibration method of spatial modulation spectropolarimetry

Li Shuang<sup>1,2</sup>, Yuan Qi<sup>1,2,3</sup>, Gong Ping<sup>1,2</sup>

- (1. Center of Optical Remote Sensing, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China;
  - 2. Key Laboratory of Optical Calibration and Characterization, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China;
    - 3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Calibration method and process for spatial modulating optical structure composed of quarter wave plate, composite birefringent wedge and polarizer was studied, and the calibrating equations of spectrum and radiation were presented. Based on the polarization principle of spatial modulation, linear least square method for calibration of polarization was provided. By simulation analysis, it is indicated that calibrating accuracy of linear least square method is higher than that of standard four-point method, the modulating coefficient deviation of linear least square method has the maximum of about  $2 \times 10^{-4}$ , and moreover, distributes stochastically in the modulating period.

Key words: spatial modulation; spectropolarimeter; polarization calibration; least square method

收稿日期:2016-03-05; 修订日期:2016-04-07

基金项目:国家自然科学基金委员会-中国科学院天文联合基金(U1331111)

作者简介:李双(1976-),男,副研究员,博士,主要从事偏振光谱遥感探测技术方面的研究。Email:shli@aiofm.ac.cn

# 0 引 言

目前实现偏振测量的技术手段从调制原理上大致可分为时间调制[1-2]、光谱强度调制[3-5]、空间调制[6]等三个大类。空间调制方法以双折射光楔结构作为主要的偏振信息空间调制器,其线偏振参数的理论测量精度可以达到 2×10-4[6]。

器件的参数误差和工艺偏差会对偏振测量精度产生较大的影响<sup>[7]</sup>,因此需要对测量仪器进行定标来消除和削弱各种非理想因素,包括光谱定标、辐射定标和偏振定标等过程。常用的偏振仪器定标方法有四点定标法、多点定标法<sup>[8-9]</sup>等。四点、多点定标法的定标过程简单且计算量少,而基于最小二乘过程的定标方法虽然计算量大但却具有更高的定标精度<sup>[10]</sup>。

文中研究了基于空间调制方法的偏振光谱测量 装置的定标过程,给出了光谱、辐射定标的定标方程,并提出了针对空间调制 qww'结构的线性最小二乘偏振定标方法,最后通过仿真计算,对比了同样的器件误差水平下四点定标法和最小二乘定标法的定标精度。

# 1 空间调制 qww'结构的定标过程

### 1.1 调制结构工作原理

空间调制 qww'结构原理如图 1 所示,它由两大模块构成:(1)线偏振调制结构。由四分之一波片、双折射光楔对及线偏振片组成,完成对线偏振斯托克斯参量的调制;(2)由透射光栅及相应镜组构成的色散结构。作用是对入射光进行色散分光,在探测器面上最终形成二维光强分布,其中一维是入射光的光谱信息,另一维是偏振调制图样。

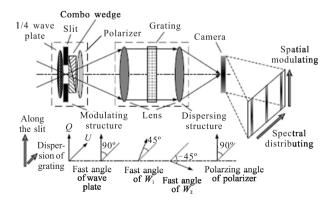


图 1 空间调制线偏振测量结构示意图

Fig.1 Sketch of spatial modulation spectropolarimeter

#### 1.2 定标过程

整个定标过程可以分为以下四个部分:光谱定标、辐射定标、延迟校正、偏振定标。光谱定标给出了探测器光谱维的像元 $P_x$ —波长 $\lambda$ 关系;辐射定标给出了测量值DN—辐射亮度B关系;延迟校正消除了由于四分之一波片带来的圆偏振分量调制问题;偏振定标给出了探测器强度调制维的像元 $P_y$ —调制因子 $i_c$ 、 $i_c$   $i_c$   $i_c$ 

#### 1.2.1 光谱定标

由空间调制原理可知<sup>[6]</sup>,在单光束测量方法下,调制后的入射光经过探测器光电转换后输出的 *DN* 值可以写成:

$$DN^{0}(P_x, P_y) = 0.5 \cdot B(\lambda) \cdot [I_i \cdot i_c(P_y) + Q_i \cdot q_c(P_y) + U_i \cdot u_c(P_y) + V_i \cdot v_c(P_y)] \cdot \eta_{\lambda}(P_y)$$
(1)

式中: $\eta_{\lambda}(P_{x})$ 为像元 $P_{x}$ 对应的中心波长 $\lambda$ 处的光谱响应系数; $(I_{i}Q_{i}U_{i}V_{i})^{T}$ 为入射光的归一化斯托克斯偏振矢量 $S_{i}$ 。当使用低压汞灯等原子谱线光源作为定标光源时,由于入射光仅在一系列特定波长 $\lambda_{n}$ 处具有辐射能量,而且是完全非偏振光,探测器给出的信号是中心波长位于 $P_{x_{a}}$ 处,在调制维呈均匀分布的线状图样。因此可以给出光谱定标方程:

$$\lambda(P_x) = C_2 \cdot P_x^2 \cdot C_1 \cdot P_x + C_0 \tag{2}$$

测量得到不同谱线光源,拟合得到一系列特征 波长的中心位置后,就可以通过公式(2)给出结构的 光谱定标系数  $C_2$ 、 $C_1$ 、 $C_0$ 。

#### 1.2.2 辐射定标

当通过双光束测量方法<sup>[6]</sup>得到测量 DN 值数据  $DN^{0^{\circ}}(P_x, P_y) = 0.5 \cdot B(\lambda) \cdot [I_i + Q_i \cdot \cos 2\Delta(P_y) +$ 

$$U_i \cdot \sin 2\Delta(P_y) ] \cdot \eta_{\lambda}(P_y)$$

$$DN^{90^{\circ}}(P_x, P_y) = 0.5 \cdot B(\lambda) \cdot [I_i - Q_i \cdot \cos 2\Delta(P_y) - U_i \cdot \sin 2\Delta(P_y)] \cdot \eta_{\lambda}(P_x)$$
(3)

后,采用平均值的方法即可得到入射光的辐射亮度:

$$B(\lambda)$$
=AVE <sub>$P_y$</sub> [ $DN^{0^{\circ}}(P_x, P_y)$ + $DN^{00^{\circ}}(P_x, P_y)$ ]· $\frac{1}{\eta_{\lambda}(P_x)}$  (4)  
式中:AVE <sub>$P_y$</sub> []操作表示对测量结果在 $P_y$ 维求平均。

辐射定标过程是为了获取结构的光谱响应系数  $\eta_{\lambda}(P_{x})$ ,在光谱定标后,每个像元  $P_{x}$ 的中心对应的光谱波长可以通过公式(2)计算得到,因此通过公式(4)就可以得到完整的光谱辐射亮度分布。辐射定标采用已知辐亮度分布  $B_{c}(\lambda)$ 的完全非偏振光源作为测

第 11 期 www.irla.cn 第 45 巻

量目标,如照度灯-标准漫反射板系统,通过测量得到的  $DN_c$  值数据来计算得到光谱响应系数  $\eta_\lambda(P_x)$ :

$$\eta_{\lambda}(P_x) = \text{AVE}_{P_y}[DN_c^{0^{\circ}}(P_x, P_y) + DN_c^{90^{\circ}}(P_x, P_y)] \cdot \frac{1}{B_c(\lambda)}$$
 (5) 1.2.3 延迟校正

如公式(1),当调制结构具有理想参数时,其中的 $v_c(P_y)\equiv 0$ 。但是由于器件参数具有一定的误差,加上由于结构加工、装调等因素,使得 $v_c(P_y)$ 将具有一定的分布形式。先前的研究表明,在一般的加工工艺条件和商用器件水平下,波片的延迟偏差是主要影响因素<sup>[7]</sup>。延迟校正的意义在于将波片延迟偏差引起的圆偏调制系数视作常量分布,并通过四光束测量方法来消除其在测量过程中对调制光强的影响,从而达到线偏振测量校正的效果。限于篇幅,此处将不对其做详细的描述。

#### 1.2.4 偏振定标

## (1) 四点定标方法

如前所述,实际的调制结构和理想总是存在偏差,而偏振定标的作用就是给出公式(1)中调制结构真实的调制系数  $i_c'(P_y)$ 、 $q_c'(P_y)$ 、 $u_c'(P_y)$ ,从而达到保证装置仪器偏振测量精度的目的。

由于空间调制 qww'结构是针对线偏振参数测量的,故而在偏振定标时,可以采用由完全非偏振连续光谱辐射源(如积分球)加复消色差线偏振片组成的偏振光源作为定标基准。因此,四点定标法在文中的实际意义就退化成了三点定标,因为求解三个未知量所需要的最小线性方程为三个。根据 Azzam 等人的研究<sup>[8]</sup>,定标源的偏振状态可以根据满足定标方程系数矩阵的行列式最大值这一条件来甄选。即在归一化入射矢量的描述下,对于空间调制 qww'结构.寻求满足

$$f = \begin{vmatrix} 1 & Q_{i}^{1} & U_{i}^{1} \\ 1 & Q_{i}^{2} & U_{i}^{2} \\ 1 & Q_{i}^{3} & U_{i}^{3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & Q_{i}^{1} & U_{i}^{1} \\ 0 & Q_{i}^{2} - Q_{i}^{1} & U_{i}^{2} - U_{i}^{1} \\ 0 & Q_{i}^{3} - Q_{i}^{1} & U_{i}^{3} - U_{i}^{1} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{i}^{2} - Q_{i}^{1} & U_{i}^{2} - U_{i}^{1} \\ Q_{i}^{3} - Q_{i}^{1} & U_{i}^{3} - U_{i}^{1} \end{bmatrix}$$

$$(6)$$

最大的条件。如果定义第一个定标偏振状态为完全 非偏振光  $S_i^1(1\ 0\ 0)^{\tau}$ ,那么另外两个取相互正交的 线偏振态即可,当取为  $S_i^2(1\ 0\ 0)^{\tau}$ , $S_i^3(1\ 0\ 0)^{\tau}$ 时, 定标方程具有简单的表达形式:

$$i_c' = I_a^1; q_c' = I_a^2 - I_a^1; u_c' = I_a^3 - I_a^1$$
 (7)

式中: $I_o^n$ 指的是不同定标源偏振态下的定标测量所获得的光强(或DN)值。

### (2) 线性最小二乘偏振定标方法

前文给出了基于空间调制 qww'结构的四点定标方程,接下来将讨论线性最小二乘偏振定标方法,由于空间调制结构的偏振解调过程是基于最小二乘法的<sup>[6]</sup>,其逆过程对应的即是最小二乘偏振定标。

同样利用完全非偏振光源加上方位角可旋转的线偏振片,组成透振方位角 $\theta_k$ 可调的完全线偏振光源,通过改变透振方位角,获得入射参量序列 $S_i^{\theta_k} = (I_i^{\theta_k} \ Q_i^{\theta_k} \ U_i^{\theta_k})^{\mathsf{T}}$ 。在给定的空间位置上可以获得一系列的光强测量值 $I_{a_i}^{\theta_k}$ 。理想的定标测量光强值为:

$$I_{\text{ideal}}^{\theta_k} = i_c' \cdot I_i^{\theta_k} + q_c' \cdot Q_i^{\theta_k} + u_c' \cdot U_i^{\theta_k}$$
(8)

光强的总方差为:

$$\chi^2 = \sum_{\theta_i} \left[ I_o^{\theta_k} - I_i^{\theta_k} \cdot i_c' - Q_i^{\theta_k} \cdot q_c' - U_i^{\theta_k} \cdot u_c' \right]^2 \tag{9}$$

从函数极小值条件可以得到偏导方程:

$$-2 \cdot \sum_{\theta_k} I_i^{\theta_k} \cdot [I_o^{\theta_k} - I_i^{\theta_k} \cdot i_c' - Q_i^{\theta_k} \cdot q_c' - U_i^{\theta_k} \cdot u_c'] = 0$$

$$-2 \cdot \sum_{\theta_{i}} Q_{i}^{\theta_{i}} \cdot [I_{o}^{\theta_{i}} - I_{i}^{\theta_{i}} \cdot i_{c}' - Q_{i}^{\theta_{i}} \cdot q_{c}' - U_{i}^{\theta_{i}} \cdot u_{c}'] = 0$$

$$-2 \cdot \sum_{\theta_k} U_i^{\theta_k} \cdot [I_o^{\theta_k} - I_i^{\theta_k} \cdot i_c' - Q_i^{\theta_k} \cdot q_c' - U_i^{\theta_k} \cdot u_c'] = 0 \quad (10)$$

从中可以得到定标方程为:

$$P' = (i_c' \ q_c' \ u_c')^{\tau} = B_n^{-1} \times s_n$$
 (11)

其中

$$s_p = (\sum_{\theta_k} I_o^{\theta_k} \cdot I_i^{\theta_k} - \sum_{\theta_k} I_o^{\theta_k} \cdot Q_i^{\theta_k} - \sum_{\theta_k} I_o^{\theta_k} \cdot U_i^{\theta_k})^{\tau}$$
(12)

是定标过程的测量矢量; $B_p$ 是最小二乘定标的系数矩阵。

$$B_{p} = \begin{bmatrix} \sum_{\theta_{i}} I_{i}^{\theta_{i}} \cdot I_{i}^{\theta_{i}} & \sum_{\theta_{i}} I_{i}^{\theta_{i}} \cdot Q_{i}^{\theta_{i}} & \sum_{\theta_{i}} I_{i}^{\theta_{i}} \cdot U_{i}^{\theta_{i}} \\ \sum_{\theta_{i}} Q_{i}^{\theta_{i}} \cdot I_{i}^{\theta_{i}} & \sum_{\theta_{i}} Q_{i}^{\theta_{i}} \cdot Q_{i}^{\theta_{i}} & \sum_{\theta_{i}} Q_{i}^{\theta_{i}} \cdot U_{i}^{\theta_{i}} \\ \sum_{\theta_{i}} U_{i}^{\theta_{i}} \cdot I_{i}^{\theta_{i}} & \sum_{\theta_{i}} U_{i}^{\theta_{i}} \cdot Q_{i}^{\theta_{i}} & \sum_{\theta_{i}} U_{i}^{\theta_{i}} \cdot U_{i}^{\theta_{i}} \end{bmatrix}$$
(13)

# 2 仿真对比

## 2.1 仿真条件设置

利用 MATLAB 计算平台,在同样的器件水平及工艺误差条件下对两种偏振定标方法的定标精度进行比较。仿真计算的器件参数设置见表 1。除定标所用偏振片外,其余器件的偏差是固定值,取表中误差范围的正向上限;定标偏振片的方位角在各个角度序列取值时,随机取 0.05°或-0.05°的偏差,仿真时  $\theta_k$ 序列取值范围为 0°~180°,步进间隔为 10°。

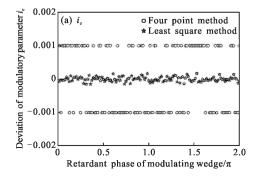
表 1 仿真计算时偏振元件参数

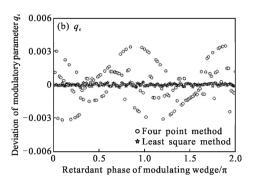
**Tab.1 Parameters of polarization elements** in simulation process

Element		Ideal value		Deviation	
1/4 wave plate	Azimuth	$ heta_q$	0°	$\delta  heta_q$	±0.05°
	Retardance	$\Delta_q$	$0.5\pi$	$\delta\Delta_q$	$0.02\pi$
Polarizer of modulation	Azimuth	$oldsymbol{ heta}_p^d$	0°	$\delta  heta_{_{p}}^{^{d}}$	±0.05°
	Polarizability	$\boldsymbol{\eta}_p^{^d}$	0.0224		
1st wedge	Azimuth	$ heta_{\scriptscriptstyle w1}$	45°	$\delta  heta_{\scriptscriptstyle w1}$	±0.1°
	Retardance			$\delta\Delta_{w1}/\Delta_{w1}$	±0.001
2nd wedge	Azimuth	$\theta_{w2}$	-45°	$\delta  heta_{\scriptscriptstyle w2}$	±0.1°
	Retardance			$\delta\Delta_{\rm w2}/\Delta_{\rm w2}$	±0.001
Polarizer of calibration	Azimuth			$\delta  heta_p^c$	±0.05°
	Polarizability	$oldsymbol{\eta}_p^c$	0.0141		

#### 2.2 调制系数的定标精度

加入器件误差后,结构的真实调制系数可以通过偏振米勒矩阵乘法给出。在之前给定的仿真条件下,分别用四点法和最小二乘法对结构的调制系数进行偏振定标,其定标结果对比见图 2。





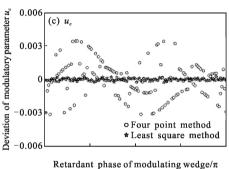


图 2 四点法和最小二乘法调制系数定标修正结果对比 Fig.2 Calibration results comparison of four point method and least square method

图 2 中,纵坐标为定标得到的调制系数与矩阵乘法计算得到的真实调制系数之间的差,横坐标为以调制相位描述的调制维位置  $\Delta(P_y)$ 。从对比结果可以看出,使用四点定标方法得到的调制系数不但偏差值更大一些,而且其偏差分布还随着调制系数的变化具有一定的周期起伏。这是因为在同一个调制位置上,最小二乘法相当于采用了多次测量,将器件偏差的影响在最小二乘过程中进行了一定的消除。

尽管最小二乘定标方法的测量过程和计算过程要比三点法复杂,但是在定标精度上,最小二乘方法得到的调制系数,其精度要比三点法高出一个量级,绝对偏差约为±2×10<sup>-4</sup>。对于空间调制偏振测量来说,调制系数越准确,就意味着其偏振测量精度越高,而且偏振定标并不是一个需要频繁重复的过程,因此采用最小二乘法对空间调制偏振光谱仪器进行偏振定标,无疑具有更明显的优势。

## 3 结 论

文中对基于空间调制 qww'结构线偏振光谱测量的定标过程进行了研究,给出了光谱、辐射定标的定标方程以及实现方法;并对偏振定标方法作了分

第 11 期 www.irla.cn 第 45 巻

析,给出了传统四点定标方法以及线性最小二乘定标的定标公式。在给定的器件参数及工艺偏差下,利用仿真计算对比了两种偏振定标方法的偏振定标精度。对比结果表明,四点定标法在相同的器件参数偏差下得到的偏振调制系数误差波动要比最小二乘定标大一个量级左右,而且在不同的调制位置,其误差波动还具有周期性的波动轮廓;最小二乘定标得到的偏振调制系数误差的波动范围约在±2×10<sup>-4</sup>,且在整个调制周期内更加接近于随机波动分布。因此,采用线性最小二乘偏振定标可以使得线偏振测量具有更高的精度。

#### 参考文献:

- [1] Chen Youhua, Wang Zhaoba, Wang Zhibin, et al. The research of polarized information detection for photo-elastic modulator-based imaging spectropolarimeter [J]. *Acta Phys Sin*, 2013, 62(6): 060702. (in Chinese) 陈友华, 王召巴, 王志斌, 等. 弹光调制型成像光谱偏振仪中的高精度偏振信息探测研究[J]. 物理学报, 2013, 62(6): 060702.
- measurement by full-Stokes-vector based on opto-electronic modulator[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2010, 39(2): 335-345. (in Chinese) 李宇波, 张鵬, 曾宇骁, 等. 基于电光调制器的全 Stokes 矢量的遥感测量[J]. 红外与激光工程, 2010, 39(2): 335-345.

[2] Li Yubo, Zhang Peng, Zeng Yuxiao, et al. Remote sensing

- [3] Wang Xinquan, Xiangli Bin, Huang Min, et al. Study and simulation of the intensity modulation fourier transform spectropolarimeter [J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2011, 31(7): 1980–1984. (in Chinese)
  - 王新全,相里斌, 黄旻,等.强度调制-傅里叶变换光谱偏振技术研究与仿真 [J].光谱学与光谱分析,2011,31(7):1980-1984.

- [4] Zhang Rui, Wang Zhibin, Zhao Dong'e, et al. Principle and simulation of polarized spectrum measurement based on double intensity modulation [J]. *Journal of Applied Optics*, 2013, 34(3): 479–484. (in Chinese) 张瑞, 王志斌, 赵冬娥, 等. 双强度调制偏振光谱测量原理及仿真 [J]. 应用光学, 2013, 34(3): 479–484.
- [5] Frans Snik, Jeroen Rietjens, Gerard van Harten, et al. SPEX: The spectropolarimeter for planetary exploration [C]//SPIE, 2010, 7731: 77311B.
- [6] Sparks W, Germer T A, Mackenty J W, et al. Compact and robust method for full Stokes spectropolarimetry [J]. Applied Optics, 2012, 51(22): 5495–5511.
- [7] Liu Qiang, Li Shuang, Gong Ping. Analysis for influence of element deviation to DOLP measured by spatial modulating spectropolarimeter [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34 (7): 0712002. (in Chinese) 刘强,李双,龚平. 空间调制线偏振光谱测量的误差影响仿真分析[J]. 光学学报, 2014, 34(7): 0712002.
- [8] Azzam R M A, Lopez A G. Accumulate calibration of the four-detector photopolarimeter with imperfect polarizing optical elements[J]. *Opt Soc Am A*, 1986, 6(10): 1513–1521.
- [9] Wang Yonghui, Zheng Chunlong, Zhao Zhengtang. Multi-point calibration method based on Stokes ellipsometry system
  [J]. Chinese Journal of Lasers, 2012, 39(11): 1108013. (in Chinese)
  - 王勇辉,郑春龙,赵振堂.基于斯托克斯椭偏测量系统的 多点定标法 [J]. 中国激光, 2012, 39(11): 1108013.
- [10] Hou Junfeng, Wang Dongguang, Deng Yuanyong, et al.

  Nonlinear least-square fitting polarization calibration of Stokes ellipsometer [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21(8): 1915–1922. (in Chinese)

  侯俊峰, 王东光, 邓元勇, 等. 斯托克斯椭偏仪的非线性最小二乘拟合偏振定标 [J]. 光学 精密工程, 2013, 21(8): 1915–1922.