赣 南 师 范 学 院

2015 年硕士研究生招生入学考试试题

专业：数学　　　　科目：623 数学分析

共 2 页

注：1、此页为试题纸，答题请使用答题纸，答案写在此页无效。

2、本卷满分为 150 分，答题时间为 3 小时。

一、（本题共 48 分，每小题 8 分）计算题

1、已知 $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x^2+1}{x+1}-ax-b)=0$，确定$a,b$的值.

2、已知函数$\int\frac{f(u)}{u}du=F(u)+c$, 计算$\int\frac{f(x^3)}{x}dx$.

3、计算极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\int_n^{n+p}\frac{\sin x}{x}dx,\quad p>0.$

4、求极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{\sin(x^4+y^4)}{x^2+y^2}$.

5、设$f(x)$在x_0处可导且$x_0>0$,求极限$\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{\sqrt{x}-\sqrt{x_0}}$.

6、设 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，且满足$\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}=1$，又 $g(x,y)=f(xy,\frac{x^2-y^2}{2})$，求$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}$.

二、（本题 15 分）设函数$f(x)$的导函数$f'(x)$在实数集 $R=(-\infty,\infty)$上有界且界为$M(>0)$. 则

(1) 函数$f(x)$在R上是一致连续；

(2) 设$M\in(0,1)$，任取一数a_1，令$a_{n+1}=f(a_n), n=1,2,\cdots$.则 $\{a_n\}$为收敛数列且当$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=x_0$时，有$x_0=f(x_0)$.

三、（本题 15 分）求函数$f(x,y)=x^2+2xy+4y^2$在闭区域 $D=\{(x,y):x^2+y^2\le 1\}$上的最大值和最小值.

四、（本题 14 分）设函数$f(x)$在$[0,1]$上可导且$f(0)=0$，

$0<f'(x)<1(0<x<1)$，则$\frac{2\int_0^x f(t)dt}{f^2(x)}>1,(0<x\leq 1)$.

五、（本题 14 分）若$f(x,y)=(xy)^{\frac{4}{3}}$, 则$f(x,y)$在点$(0,0)$可微.

六、（本题 12 分） 证明：函数项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(1-\cos\frac{x}{n})$在闭区间

$[-a,a](a>0)$ 上一致收敛，但在$(-\infty,\infty)$上非一致收敛.

七、（本题 10 分）证明：含参量积分$F(p)=\int_1^{+\infty}\frac{\cos x}{x^p}dx$在$(0,+\infty)$

上连续.

八、（本题 10 分）计算积分：$\iint\limits_{\sum}\frac{xdydz+(1+z)^2dxdy}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$，其中$\sum$是下

半球面$z=-\sqrt{1-x^2-y^2}$，方向取下侧.

九、（本题 12 分）设$D\subset R^2$为一区域，$u(x,y)$在D内二阶连续

可微，则$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\equiv 0\Leftrightarrow\int_L\frac{\partial u}{\partial\vec{n}}ds=0$，其中$L$为$D$内任一圆周且$L$

所围区域属于D，$\vec{n}$为曲线L上外法线向量.