

5-CS 空间刚体导引机构缺陷判定

胡俊杰 韩建友 崔光珍

(北京科技大学机械工程学院, 北京 100083)

摘要: 提出了一种能实现空间刚体导引的 5-CS 空间并联机构, 并给出了综合该类机构时运动缺陷的判定方法。首先使用旋量理论推导 5-CS 机构完整雅可比矩阵的计算公式, 并计算机构在给定位置的雅可比矩阵行列式的值, 如果各位置的雅可比矩阵行列式值的符号发生变化则机构存在缺陷, 如果没有发生变化则应用牛顿迭代法对各给定位置区间进行机构的位置正解分析, 以确定在区间内是否存在分支缺陷和回路缺陷。运动缺陷判定过程中会对机构在给定的位置区间内运动过程中完整雅可比矩阵的变化情况进行分析, 如果存在完整雅可比矩阵行列式为零的位置(即奇异位形), 则机构存在分支缺陷, 如果给定位置在不同回路中, 则机构存在回路缺陷。运动缺陷判定是机构综合能顺利进行的方法基础。本文还提出了双驱动控制方法以解决机构的分支缺陷问题。最后举例说明了 5-CS 机构的运动缺陷判定过程。

关键词: 5-CS 机构; 位置正解; 雅可比矩阵; 缺陷判定

中图分类号: TH112.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2016)12-0398-08

Defect Judgment of 5-CS Rigid-body Guidance Mechanism

Hu Junjie Han Jianyou Cui Guangzhen

(School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: A 5-CS rigid-body guidance linkage was proposed. A method to judge the defects of 5-CS linkage was proposed to solve the problems of defect judgment met in the process of rigid-body guidance design. Through calculating the Jacobian matrix's determinant values of the given positions, it can be found out whether the signs of determinant values were changed at the given positions. If the signs were changed, the linkage had defects. If not, a curve tracking technique which based on Newton method was used to get the forward position solutions and then calculate the Jacobian matrix's determinant values of the positions between the given positions. Based on the calculations, we can know whether there were positions which determinant values are zeros between the given positions. When the Jacobian matrix's determinant value was zero, the linkage's singular configuration occurred. According to the trajectory, we can clearly know whether the linkage has circuits or order defects. For solving the branch defect, the method of drives combinations was proposed. When the parameters of the linkage at a position were given, different Jacobian matrix's determinant values can be got by selecting different drivers. So the branch defects can be avoided by changing the drive before the singular positions. Finally, a synthesis example was provided to illustrate the defect judgment process of 5-CS linkage.

Key words: 5-CS linkage; forward position solution; Jacobian matrix; defect judgment

引言

并联机构在现实生活中已得到广泛应用, 其受

到越来越多学者的关注和研究。在位置综合、雅可比矩阵的确定、运动奇异性分析等方面已有一系列成果发表^[1-13], 但对于 5-CS 机构, 目前尚未见有

文献提及把该机构用于空间刚体导引机构,也未见有关该机构的其他研究成果发表。

由于单自由度并联机构在汽车悬架机构和汽车转向控制机构中具有潜在应用价值,因此,针对应用于汽车转向控制的 5-SS 机构,本文在文献[8-9]研究的基础上,提出可以实现空间刚体导引的 5-CS 并联机构,并采用旋量理论推导机构的完整雅可比矩阵,使用牛顿迭代法求得机构的位置正解,并将两者相结合判定该机构的缺陷。最后给出一个机构示例来说明 5-CS 机构的缺陷判定方法。

1 5-CS 刚体导引机构的提出

5-SS 机构的 SS 构件存在绕杆件连线的局部自由度,该机构须增加一根驱动杆才能进行驱动,文献[9]中给出了 5-SS 机构可供选择的、相对简单的 20 种可供添加的驱动。如图 1 所示,5-SS 机构在 B_5M_4 间增加可变长度的杆件 l_6 才能进行驱动,在更换驱动时需要 2 个不同的驱动杆件,控制、安装都不方便。因此,本文提出了在一个运动副上可以同时实现转动和移动驱动的 5-CS 机构,如图 2 所示。该机构由动平台、定平台及 5 个支撑杆组成。在动平台上有 5 个球副,定平台上有 5 个圆柱副、球副及圆柱副均呈任意空间分布。5-CS 机构不存在局部自由度,且该机构不需要增加驱动杆件,可以应用各支链圆柱副的转动或移动为驱动,因而能很方便地变换驱动。同一位形下,选取不同驱动时机构的雅可比矩阵行列式的值不一定相同,机构可以通过变换驱动的方式避开雅可比矩阵行列式值为零的奇异位置,因此 5-CS 机构较 5-SS 机构可以更方便地通过变换驱动的方法实现避开分支缺陷的目的。

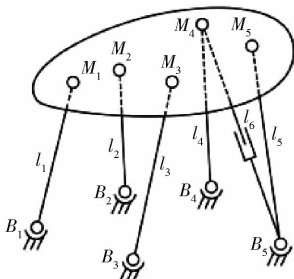


图 1 空间 5-SS 机构示意图

Fig. 1 Diagram of spatial 5-SS linkage

在进行位置综合时,5-SS 机构在给定 7 位置时,至多可以得到 20 个满足条件的 SS 构件^[8],而 5-CS 机构在给定 7 位置时,可以得到无穷多个满足条件的 CS 构件,在机构位置综合时可以选取圆柱副直线位移较小的构件以获得可用性高的机构。此外,将 5-CS 机构的一个或若干支链替换为 US

构件也可以综合出可用机构,由于本文篇幅所限在此不展开讨论。

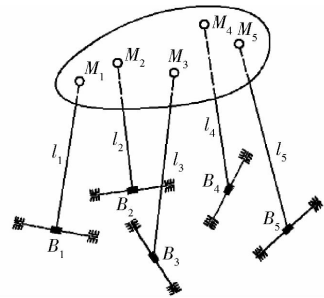


图 2 空间 5-CS 机构示意图

Fig. 2 Diagram of spatial 5-CS linkage

2 完整雅可比矩阵与运动缺陷的判定

目前关于并联机构奇异性或分支缺陷的判定主要应用雅可比矩阵进行分析。建立雅可比矩阵的方法有速度分析法^[14-15]、旋量理论^[16]和 Grassmann 线几何方法^[17]等。文献[18]利用旋量理论中的反螺旋提出了一种由约束雅可比子矩阵和运动雅可比子矩阵构成机构完整雅可比矩阵的方法。本文推导 5-CS 机构的完整雅可比矩阵也是基于该理论。

5-CS 并联机构的完整雅可比矩阵是一个 6 阶方阵,包含约束子矩阵和运动子矩阵 2 部分。其建立过程为:首先,利用机构各支链的运动旋量系求解其反螺旋来获得约束子矩阵;然后,选取驱动所在的支链,从该支链的运动旋量系中剔除驱动的运动旋量,根据剩余的运动旋量建立运动子矩阵;最后,将约束子矩阵和运动子矩阵联立得到机构的完整雅可比矩阵。

动平台的瞬时速度为

$$\mathcal{S} = [\omega^T \quad v^T]^T$$

式中 ω ——动平台的角速度

v ——动平台与定坐标系原点瞬时重合点的线速度矢量

支链中圆柱副的转动和移动分别用 2 个线性无关的旋量 \mathcal{S}_{1i} 和 \mathcal{S}_{2i} 等效表示,球副分别用 3 个线性无关的旋量 \mathcal{S}_{3i} 、 \mathcal{S}_{4i} 、 \mathcal{S}_{5i} 等效表示,则动平台的瞬时速度可表示为

$$\mathcal{S}_p = \dot{\theta}_{1i} \mathcal{S}_{1i} + \dot{d}_i \mathcal{S}_{2i} + \dot{\theta}_{3i} \mathcal{S}_{3i} + \dot{\theta}_{4i} \mathcal{S}_{4i} + \dot{\theta}_{5i} \mathcal{S}_{5i} \quad (1)$$

式中 $\dot{\theta}_{ji}$ ——第 i 个支链中第 j 个等效运动副的转动速度

\dot{d}_i ——第 i 个支链中等效移动副的移动速度

CS 链的旋量如图 3 所示, s_{ji} 表示第 i 个支链中第 j 个运动副的单位瞬时运动旋量的轴矢量,则 CS 构件各等效运动副的旋量为

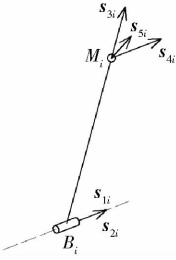


图3 CS链旋量示意图

Fig. 3 Diagram of screws of CS chain

$$\mathcal{S}_{1i} = \begin{bmatrix} s_{1i} \\ B_i \times s_{1i} \end{bmatrix} \quad (i=1,2,\dots,5) \quad (2)$$

$$\mathcal{S}_{2i} = \begin{bmatrix} O_{3 \times 1} \\ s_{2i} \end{bmatrix} \quad (i=1,2,\dots,5) \quad (3)$$

$$\mathcal{S}_{3i} = \begin{bmatrix} s_{3i} \\ M_i \times s_{3i} \end{bmatrix} \quad (i=1,2,\dots,5) \quad (4)$$

$$\mathcal{S}_{4i} = \begin{bmatrix} s_{4i} \\ M_i \times s_{4i} \end{bmatrix} \quad (i=1,2,\dots,5) \quad (5)$$

$$\mathcal{S}_{5i} = \begin{bmatrix} s_{5i} \\ M_i \times s_{5i} \end{bmatrix} \quad (i=1,2,\dots,5) \quad (6)$$

式中 O ——零矩阵

B_i —— B_i 在定坐标系中的坐标向量

M_i —— M_i 在定坐标系中的坐标向量

2.1 转动为驱动时的雅可比矩阵

2.1.1 约束子矩阵

CS 构件中,圆柱副和球副的运动旋量共同构成了 5 阶旋量系,该旋量系存在 1 个旋量与之互易,设为 $\mathcal{S}_{r,i}$,则

$$J_i \Delta \mathcal{S}_{r,i} = O \quad (7)$$

其中 $J_i = [\mathcal{S}_{1i} \quad \mathcal{S}_{2i} \quad \mathcal{S}_{3i} \quad \mathcal{S}_{4i} \quad \mathcal{S}_{5i}]^T$

由式(7)可解得^[19]

$$\mathcal{S}_{r,i} = \mathcal{S}_i / C_{r,i} \quad (8)$$

其中 $\mathcal{S}_i = [\|J_{ic4}\| \quad -\|J_{ic5}\| \quad \|J_{ic6}\| \quad -\|J_{ic1}\| \quad \|J_{ic2}\| \quad -\|J_{ic3}\|]^T$

$$C_{r,i} = \|J_{ic4}\|^2 + \|J_{ic5}\|^2 + \|J_{ic6}\|^2$$

式中 J_{ick} ——矩阵 J_i 去掉第 k 列后的子矩阵

将式(1)两边分别与 $\mathcal{S}_{r,i}$ 作互易积得

$$J_{Ci}^T \mathcal{S}_p = 0 \quad (9)$$

式中 J_{Ci} 由旋量 $\mathcal{S}_{r,i}$ 主副部交换得到。

2.1.2 运动子矩阵

设驱动所在的支链为支链 m ,剔除圆柱副中等效转动副的旋量,该支链余下运动旋量构成了 4 阶旋量系,则存在 2 个线性无关的旋量与该旋量系互易,设为 $\mathcal{S}_{r,R1}$ 、 $\mathcal{S}_{r,R2}$,可由式(10)求得。

$$J_R \Delta \mathcal{S}_{r,R} = 0 \quad (10)$$

其中 $J_R = [\mathcal{S}_{2m} \quad \mathcal{S}_{3m} \quad \mathcal{S}_{4m} \quad \mathcal{S}_{5m}]^T$

设 J_{R1} 为矩阵 J_R 去掉第 6 列后的子矩阵, J_{R2} 为矩阵 J_R 去掉第 1 列后的子矩阵,则由式(10)可解得^[19]

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{r,R1} = \mathcal{S}_{R1} / C_{r,R1} \\ \mathcal{S}_{r,R2} = \mathcal{S}_{R2} / C_{r,R2} \end{cases} \quad (11)$$

其中 $\mathcal{S}_{R1} = [-\|J_{R1c4}\| \quad \|J_{R1c5}\| \quad 0$

$$\|J_{R1c1}\| \quad -\|J_{R1c2}\| \quad \|J_{R1c3}\|]^T$$

$$C_{r,R1} = \|J_{R1c4}\|^2 + \|J_{R1c5}\|^2$$

$$\mathcal{S}_{R2} = [-\|J_{R2c3}\| \quad \|J_{R2c4}\| \quad -\|J_{R2c5}\|$$

$$0 \quad -\|J_{R2c1}\| \quad \|J_{R2c2}\|]^T$$

$$C_{r,R2} = \|J_{R2c3}\|^2 + \|J_{R2c4}\|^2 + \|J_{R2c5}\|^2$$

式中 J_{R1ck} ——矩阵 J_{R1} 去掉第 k 列后的子矩阵

J_{R2ck} ——矩阵 J_{R2} 去掉第 k 列后的子矩阵

由于 $[\mathcal{S}_{r,m} \quad \mathcal{S}_{r,R1} \quad \mathcal{S}_{r,R2}]$ 的秩为 2,因此计算运动子矩阵时 $\mathcal{S}_{r,R1}$ 、 $\mathcal{S}_{r,R2}$ 取其一,以 $\mathcal{S}_{r,R}$ 表示。将式(1)两边分别与 $\mathcal{S}_{r,R}$ 作互易积得

$$\mathcal{S}_{r,R}^T \Delta \mathcal{S}_p = \mathcal{S}_{r,R}^T \Delta \mathcal{S}_{1m} \dot{\theta}_{1m} \quad (12)$$

整理得

$$[\mathcal{S}_{r,R}^T / (\mathcal{S}_{r,R}^T \Delta \mathcal{S}_{1m})] \Delta \mathcal{S}_p = \dot{\theta}_{1m} \quad (13)$$

改写为

$$J_{R_x}^T \mathcal{S}_p = \dot{\theta}_{1m} \quad (14)$$

式中 J_{R_x} 由旋量 $\mathcal{S}_{r,R}^T / (\mathcal{S}_{r,R}^T \Delta \mathcal{S}_{1m})$ 主副部交换得到。

2.1.3 完整雅可比矩阵

由式(9)和式(14)可得到

$$\dot{q} = J_{RM} \mathcal{S}_p \quad (15)$$

其中 $\dot{q} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dot{\theta}_{1m}]^T$

$$J_{RM} = [J_{c1} \quad J_{c2} \quad J_{c3} \quad J_{c4} \quad J_{c5} \quad J_{R_x}]^T$$

J_{RM} 即为 5- CS 机构以圆柱副转动为驱动时的完整雅可比矩阵。

2.2 移动为驱动时的雅可比矩阵

2.2.1 约束子矩阵

以圆柱副移动为驱动时,约束子矩阵的求法与以转动为驱动时相同,可求得同样的 J_{Ci} 。

2.2.2 运动子矩阵

设驱动所在的支链为支链 m ,剔除圆柱副中等效移动副的旋量,该支链余下运动旋量组成了 4 阶旋量系,则存在 2 个线性无关的旋量与该旋量系互易,设为 $\mathcal{S}_{r,P1}$ 、 $\mathcal{S}_{r,P2}$,可由式(16)求得。

$$J_p \Delta \mathcal{S}_{r,p} = 0 \quad (16)$$

其中 $J_p = [\mathcal{S}_{1m} \quad \mathcal{S}_{3m} \quad \mathcal{S}_{4m} \quad \mathcal{S}_{5m}]^T$

设 J_{P1} 为矩阵 J_p 去掉第 6 列后的子矩阵, J_{P2} 为矩阵 J_p 去掉第 1 列后的子矩阵,由式(16)可解得

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{r,P1} = \mathcal{S}_{P1} / C_{r,P1} \\ \mathcal{S}_{r,P2} = \mathcal{S}_{P2} / C_{r,P2} \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } \mathbf{\$}_{p1} &= \begin{bmatrix} -\|\mathbf{J}_{p1c4}\| & \|\mathbf{J}_{p1c5}\| & 0 & \|\mathbf{J}_{p1c1}\| \\ & -\|\mathbf{J}_{p1c2}\| & \|\mathbf{J}_{p1c3}\| & \\ C_{r,p1} & = \|\mathbf{J}_{p1c4}\|^2 + \|\mathbf{J}_{p1c5}\|^2 \\ \mathbf{\$}_{p2} &= \begin{bmatrix} -\|\mathbf{J}_{p2c3}\| & \|\mathbf{J}_{p2c4}\| & -\|\mathbf{J}_{p2c5}\| \\ 0 & -\|\mathbf{J}_{p2c1}\| & \|\mathbf{J}_{p2c2}\| \end{bmatrix}^T \\ C_{r,p2} &= \|\mathbf{J}_{p2c3}\|^2 + \|\mathbf{J}_{p2c4}\|^2 + \|\mathbf{J}_{p2c5}\|^2 \end{aligned} \end{aligned}$$

式中 \mathbf{J}_{p1ck} ——矩阵 \mathbf{J}_{p1} 去掉第 k 列后的子矩阵

\mathbf{J}_{p2ck} ——矩阵 \mathbf{J}_{p2} 去掉第 k 列后的子矩阵

由于 $[\mathbf{\$}_{r,m} \quad \mathbf{\$}_{r,p1} \quad \mathbf{\$}_{r,p2}]$ 的秩为 2, 因此计算运动子矩阵时 $\mathbf{\$}_{r,p1}$ 、 $\mathbf{\$}_{r,p2}$ 取其一, 以 $\mathbf{\$}_{r,p}$ 表示。将式(1)两边分别与 $\mathbf{\$}_{r,p}$ 作互易积得

$$\mathbf{\$}_{r,p}^T \Delta \mathbf{\$}_p = \mathbf{\$}_{r,p}^T \Delta \mathbf{\$}_{2m} \dot{d}_m \quad (18)$$

整理得

$$[\mathbf{\$}_{r,p}^T / (\mathbf{\$}_{r,p}^T \Delta \mathbf{\$}_{2m})] \Delta \mathbf{\$}_p = \dot{d}_m \quad (19)$$

改写为

$$\mathbf{J}_{Px}^T \mathbf{\$}_p = \dot{\theta}_{1m} \quad (20)$$

式中 \mathbf{J}_{Px} 由旋量 $\mathbf{\$}_{r,p}^T / (\mathbf{\$}_{r,p}^T \Delta \mathbf{\$}_{2m})$ 主副部交换得到。

2.2.3 完整雅可比矩阵

由式(9)和式(20)可得到

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_{PM} \mathbf{\$}_p \quad (21)$$

其中 $\dot{\mathbf{q}} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dot{d}_m]^T$

$$\mathbf{J}_{PM} = [\mathbf{J}_{c1} \quad \mathbf{J}_{c2} \quad \mathbf{J}_{c3} \quad \mathbf{J}_{c4} \quad \mathbf{J}_{c5} \quad \mathbf{J}_{Px}]^T$$

\mathbf{J}_{PM} 即为 5-CS 机构以圆柱副移动为驱动时的完整雅可比矩阵。

2.3 运动缺陷判定

机构的运动缺陷主要有回路缺陷和分支缺陷。不破坏任何运动副连接能够实现的构件所有可能的方位为一个回路, 在一个回路上机构的 2 个奇异位形间的连续系列位置为一个分支。奇异位形把一个回路分成一系列分支。奇异位形是当机构运动进入某种临界状态时所具有的特定位形, 此时或处于死点不能继续运动、或失去稳定甚至机构的实际自由度不再与其理论自由度相等。如果一个机构必须改变回路才能从一个所期望的位置运动到另一个位置, 则该机构存在回路缺陷, 该机构就没有使用价值, 因为不拆卸开重新装配该机构就不能完成这一运动。如果机构存在雅可比矩阵行列式值为零的位置, 即奇异位形, 则机构存在分支缺陷^[14,20]。回路缺陷对机构运行是致命的, 而分支缺陷则不是, 机构可以通过变换驱动的方式避开奇异位形。机构位置综合需要进行缺陷判定时, 如果机构在给定位置雅可比矩阵行列式值的符号发生变化则机构存在缺陷, 如果不变化则需要对给定位置区间进行位置正解分析并计算分析给定位置区间机构雅可比矩阵行列式的值, 如果机构雅可比矩阵行列式值的符号在

给定位置区间发生变号, 则机构存在分支缺陷, 如果给定位置不在同一回路中, 则机构存在回路缺陷, 如果机构没有顺序通过给定位置, 则机构存在顺序缺陷。

3 给定位置雅可比矩阵的确定

通过位置综合求解, 可以得到 5-CS 机构在给定位置的圆柱副及球副坐标, 由此可以计算该机构在给定位置的雅可比矩阵。位置综合过程简述如下:

设 CS 构件在第 1 位置的圆柱副和球副的坐标分别为

$$\mathbf{B}_1 = (x_{B1}, y_{B1}, z_{B1}) \quad \mathbf{M}_1 = (x_{M1}, y_{M1}, z_{M1})$$

圆柱副轴线的方向向量为 $\mathbf{u} = (x_u, y_u, z_u)$ 。构件在第 n 位置的圆柱副和球副的坐标分别为

$$\mathbf{B}_n = (x_{Bn}, y_{Bn}, z_{Bn}) \quad \mathbf{M}_n = (x_{Mn}, y_{Mn}, z_{Mn})$$

圆柱副的直线位移参数为 s_n , 机构 7 位置综合时, $n = 1, 2, \dots, 7$, 则

$$\mathbf{B}_n = \mathbf{B}_1 + s_n \mathbf{u} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_n \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{D}_n \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

其中, \mathbf{D}_n 为机构由第 1 位置运动到第 n 位置的位移矩阵, 可由给定点计算得到。由 CS 构件杆长条件及 CS 构件与圆柱副轴线垂直条件可得到 CS 构件的位移约束方程

$$\begin{aligned} (\mathbf{M}_n - \mathbf{B}_n)^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{B}_n) &= (\mathbf{M}_1 - \mathbf{B}_1)^T (\mathbf{M}_1 - \mathbf{B}_1) \\ (n &= 2, 3, \dots, 7) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\mathbf{u}^T (\mathbf{M}_n - \mathbf{B}_n) = 0 \quad (n = 1, 2, \dots, 7) \quad (25)$$

$$\mathbf{u}^T \mathbf{u} = 1 \quad (26)$$

进行机构 7 位置综合时, 将式(22)、(23)代入式(24)~(26)共可得到含有 15 个未知量的 14 个方程, 可以解得无穷多满足位移约束条件的 CS 构件, 从中任意选取 5 个 CS 构件便可构成 5-CS 机构。

根据机构综合时解得的 \mathbf{B}_1 、 \mathbf{M}_1 、 s_n 、 \mathbf{D}_n 参数, 可以求得机构在给定位置的圆柱副及球副坐标, 通过上节推导得到的雅可比矩阵计算式便可计算机构在给定位置的雅可比矩阵。

4 给定位置区间的运动分析

当机构在给定位置的雅可比矩阵行列式值的符号没有改变时, 需要进一步计算机构在给定位置区间的位置正解, 并由位置正解计算机构的雅可比矩阵行列式, 以判定机构在给定位置区间是否存在缺陷。

如图 4 所示, 设动坐标系 P 在动平台上, 其相对于定平台上的定坐标系 F 的位置可由一个 3×3

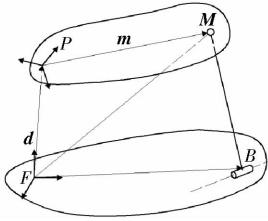


图4 CS链在固定坐标系中的示意图

Fig. 4 Diagram of CS chain in fixed frame

的旋转矩阵 A 和一个 3×1 的移动向量 d 表示。则动平台上坐标为 m 的点在定坐标系中的坐标 M 可表示为

$$M = Am + d \quad (27)$$

设在第 i 个支链中,圆柱副在初始位置的坐标为 B_{i1} ,其轴线的方向向量为 u_i ,圆柱副相对于初始位置的直线位移参数为 s_i ,球副的坐标为 M_i ,则圆柱副坐标可表示为

$$B_i = B_{i1} + s_i u_i \quad (28)$$

CS 构件长度的平方 C_i 可以表示为

$$C_i = (M_i - B_i)^T (M_i - B_i) \quad (29)$$

CS 构件与圆柱副的轴线方向垂直,因此

$$(M_i - B_i)^T u_i = 0 \quad (30)$$

式(29)、(30)就是 CS 构件的几何约束方程。

将 5 条支链的约束方程组合为函数 F ,则

$$F = (F_{11}, \dots, F_{15}, F_{21}, \dots, F_{25}) \quad (31)$$

其中

$$F_{1i} =$$

$$(Am_i + d - B_{i1} - s_i u_i)^T (Am_i + d - B_{i1} - s_i u_i) - C_i$$

$$F_{2i} = (Am_i + d - B_{i1} - s_i u_i)^T u_i \quad (i = 1, 2, \dots, 5)$$

求得满足 $F = 0$ 的参数 $(A, d, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5)$ 即可得到位置正解。

使用牛顿迭代法求解时,为了在坐标为 d_k 的起始点附近搜索运动轨迹上的点,给定半径值 d ,以半径 d 在球面上搜索满足 $F = 0$ 的点。在此球面上的点 c 的坐标可以表示为

$$S_k: c = d_k + ds \quad (32)$$

其中 $s = [\cos\beta\cos\alpha \quad \cos\beta\sin\alpha \quad \sin\beta]^T$
 $-180^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ \quad -90^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$

使用角度 θ, ϕ, ψ 表示矩阵 A ,即

$$A = R_z(\theta)R_x(\phi)R_y(\psi) \quad (33)$$

其中, θ, ϕ, ψ 分别表示动平台绕 Z 轴、 X 轴、 Y 轴转动角度。则动平台的运动可由参数向量 $r = (\alpha, \beta, \theta, \phi, \psi, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5)$ 表示。在球面 S_k 上寻找函数 $F_{k+1}(r)$ 的根时,当给定第 j 个参数 r_j 时,对应的函数值为 $F_{k+1}^j = F_{k+1}(r_j)$,迭代计算 r_{j+1} 使得 F_{k+1}^{j+1} 趋于零,则

$$r_{j+1} = r_j + \Delta r \quad (34)$$

其中

$$\Delta r = -D(r_j)^{-1} F_{k+1}^j$$

$$D(r_j) = \left[\frac{\partial F}{\partial \alpha} \quad \frac{\partial F}{\partial \beta} \quad \frac{\partial F}{\partial \theta} \quad \frac{\partial F}{\partial \phi} \quad \frac{\partial F}{\partial \psi} \quad \frac{\partial F}{\partial s_1} \quad \frac{\partial F}{\partial s_2} \quad \frac{\partial F}{\partial s_3} \quad \frac{\partial F}{\partial s_4} \quad \frac{\partial F}{\partial s_5} \right]$$

Δr 在迭代过程中对 r_j 进行校正,反复迭代便可以得到 r_{k+1} ,由 r_{k+1} 和机构在第 k 位置运动副坐标可以计算得到机构在 $k+1$ 位置运动副坐标。

由机构的位置正解可以计算机机构在给定位置区间的雅可比矩阵行列式,并由机构雅可比矩阵行列式的值和位置正解判定机构在给定位置区间是否存在缺陷。

5 机构缺陷判定流程

在进行机构位置综合时,当需要对机构进行缺陷判定时,可首先判断机构在给定位置雅可比矩阵行列式值的符号是否相同,如果不同,则机构给定位置可能在不同回路中或机构在给定位置区间存在雅可比矩阵行列式值为零的位置,即机构存在分支缺陷。当机构在给定位置雅可比矩阵行列式值的符号相同时,需要进一步判定机构在给定位置区间是否存在缺陷。从给定的第一位置开始,使用牛顿迭代法计算机机构位置正解的同时利用位置正解计算得到的机构参数计算机机构的雅可比矩阵行列式,如果机构雅可比矩阵行列式值的符号在给定位置区间发生变号,则机构存在分支缺陷,如果给定位置不在同一回路中,则机构存在回路缺陷,如果机构没有顺序通过给定位置,则机构存在顺序缺陷。以上 3 种缺陷均不存在的机构为可用机构。机构位置综合时机构缺陷判断的流程,如图 5 所示,DJ 为机构雅可比矩阵行列式。

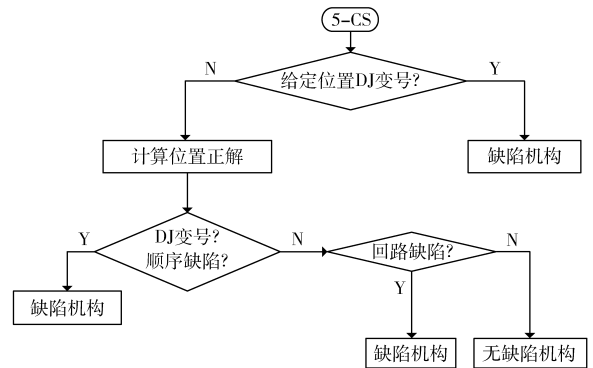


图5 5-CS 机构缺陷判断流程图

Fig. 5 Flow diagram for defect judgement of 5-CS linkage

5.1 给定位置雅可比矩阵行列式的值

以机构 1 与机构 2 为例说明机构位置综合时,运动缺陷判定的第一步。机构 1 与机构 2 的参数见表 1~8。

分别以圆柱副的转动和移动为驱动时,机构 1 和机构 2 在给定 7 个位置的 DJ 值分别如图 6~9 所示。由图可知,由于机构 1 分别采用不同驱动时,在

表 1 机构 1 各圆柱副轴线方向向量

Tab.1 Directional vectors of cylindrical joints of linkage 1

支链	(x, y, z)
1	(0.745, 0.485, 0.458)
2	(0.691, 0.680, -0.245)
3	(0.741, 0.650, -0.168)
4	(-0.411, 0.031, -0.911)
5	(0.886, 0.319, -0.337)

表 2 机构 1 圆柱副初始位置坐标

Tab.2 Initial coordinates of cylindrical joint of linkage 1

铰链点	(x, y, z)
B_1	(13.258, 13.592, -7.519)
B_2	(-0.205, 19.482, -15.323)
B_3	(-8.308, 10.438, -23.789)
B_4	(9.821, -3.610, -1.043)
B_5	(5.947, 25.087, -9.023)

表 3 机构 1 圆柱副各位置直线位移参数

Tab.3 Linear parameters of cylindrical joints of linkage 1

支链	$(s_{1i}, s_{2i}, s_{3i}, s_{4i}, s_{5i}, s_{6i}, s_{7i})$
1	(0, 2.070, 3.641, 1.148, -8.722, -15.886, -19.538)
2	(0, 6.638, 12.953, 17.468, 13.370, 9.566, 6.476)
3	(0, 5.484, 11.151, 15.420, 11.170, 7.361, 4.394)
4	(0, 1.062, 1.715, 2.683, 6.042, 9.024, 10.383)
5	(0, 6.535, 13.042, 17.328, 13.082, 9.653, 7.778)

表 7 机构 1 球副位置坐标

Tab.7 Coordinates of spherical joints of linkage 1

位置	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
1	(14.776, 6.992, -3)	(-2.925, 24.169, -10)	(-5.424, 11.734, -6)	(-3.574, -3.682, 5)	(4.240, 28.788, -10)
2	(16.924, 7.727, -2.752)	(2.952, 27.772, -10.519)	(-1.915, 15.938, -6.896)	(-3.468, 0.363, 3.925)	(10.796, 31.071, -10.001)
3	(19.358, 8.239, -3.822)	(9.111, 30.534, -11.255)	(2.248, 19.665, -7.847)	(-2.032, 4.415, 2.699)	(17.406, 32.412, -10.669)
4	(19.542, 9.566, -10.969)	(11.829, 33.971, -12.480)	(4.262, 23.730, -8.642)	(0.203, 7.680, 0.740)	(20.195, 34.574, -14.003)
5	(11.803, 7.349, -17.583)	(7.965, 32.064, -11.944)	(0.169, 21.994, -8.114)	(-3.736, 4.673, -1.272)	(15.601, 32.192, -15.732)
6	(5.728, 5.805, -21.708)	(5.961, 28.957, -10.694)	(-2.106, 18.925, -7.355)	(-6.665, 0.889, -3.353)	(12.708, 29.311, -15.894)
7	(3.330, 3.291, -23.120)	(5.882, 24.901, -9.559)	(-2.500, 14.976, -6.718)	(-7.840, -3.148, -4.453)	(12.201, 25.526, -15.248)

表 8 机构 2 球副位置坐标

Tab.8 Coordinates of spherical joints of linkage 2

位置	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
1	(-3.574, -3.682, 5)	(-3.139, 4.261, 6)	(-9.383, -10.525, 7.5)	(-15.170, -4.985, 6.5)	(-9.367, 3.011, 1)
2	(-3.468, 0.363, 3.925)	(-1.725, 8.102, 5.089)	(-10.523, -5.378, 5.946)	(-15.186, 1.093, 4.692)	(-7.747, 7.990, -0.303)
3	(-2.032, 4.415, 2.699)	(1.023, 11.713, 4.000)	(-9.985, -0.048, 4.610)	(-13.448, 7.155, 3.463)	(-4.904, 12.740, -1.401)
4	(0.202, 7.680, 0.740)	(4.725, 14.176, 2.016)	(-7.655, 4.093, 4.234)	(-9.971, 11.791, 4.984)	(-2.109, 16.880, -1.352)
5	(-3.736, 4.673, -1.272)	(1.939, 10.224, -0.151)	(-10.839, 1.150, 3.623)	(-11.610, 8.649, 6.513)	(-5.025, 14.286, -0.747)
6	(-6.665, 0.889, -3.353)	(-0.267, 5.622, -2.383)	(-13.083, -3.048, 2.136)	(-12.407, 3.694, 6.526)	(-6.690, 10.237, -0.710)
7	(-7.840, -3.148, -4.453)	(-1.102, 1.092, -3.500)	(-14.031, -7.378, 1.078)	(-12.588, -1.259, 6.145)	(-7.071, 5.801, -0.753)

表 4 机构 2 各圆柱副轴线方向向量

Tab.4 Directional vectors of cylindrical joints of linkage 2

支链	(x, y, z)
1	(-0.411, 0.031, -0.911)
2	(0.683, 0.686, 0.250)
3	(0.161, 0.964, -0.211)
4	(0.159, 0.987, -0.003)
5	(0.396, 0.916, -0.063)

表 5 机构 2 圆柱副初始位置坐标

Tab.5 Initial coordinates of cylindrical joint of linkage 2

铰链点	(x, y, z)
B_1	(9.821, -3.610, -1.043)
B_2	(-0.548, 3.155, 1.952)
B_3	(-9.298, -11.694, 2.234)
B_4	(-14.448, -5.105, 4.932)
B_5	(-9.003, 2.797, 0.183)

表 6 机构 2 圆柱副各位置直线位移参数

Tab.6 Linear parameters of cylindrical joints of linkage 2

支链	$(s_{1i}, s_{2i}, s_{3i}, s_{4i}, s_{5i}, s_{6i}, s_{7i})$
1	(0, 1.062, 1.715, 2.683, 6.042, 9.024, 10.383)
2	(0, 3.373, 7.455, 11.179, 6.022, 0.800, -3.157)
3	(0, 5.106, 10.614, 15.061, 11.839, 7.744, 3.642)
4	(0, 6.003, 12.267, 17.394, 14.027, 9.008, 4.090)
5	(0, 5.285, 10.831, 15.728, 12.159, 7.788, 3.576)

给定的 7 个位置 DJ 值的符号均发生了变化,因此机构 1 存在缺陷。机构 2 在以圆柱副 B3、B4、B5 的移动为驱动时,在给定 7 个位置 DJ 值的符号没有变化,需要通过给定位置区间的位置正解分析以判定

机构是否存在缺陷。

5.2 给定位置区间分析

机构 2 上给定点的运动轨迹如图 10 所示。显然给定的 7 个位置在不同回路中,因此机构存在回

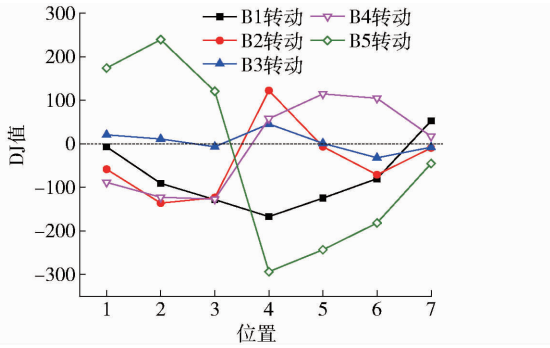


图6 机构1采用不同转动驱动在7个位置的DJ值
Fig. 6 DJ values of linkage 1 at 7 positions under different rotating drivers

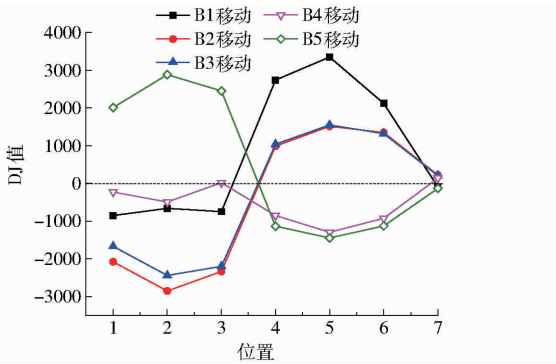


图7 机构1采用不同移动驱动在7个位置的DJ值
Fig. 7 DJ values of linkage 1 at 7 positions under different prismatic drivers

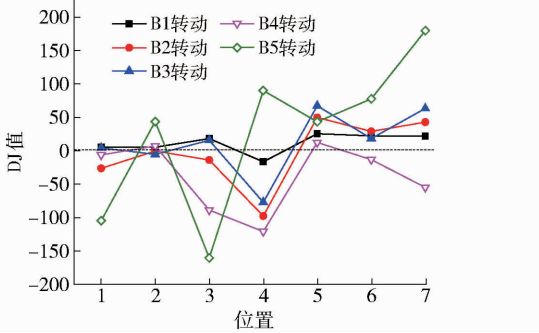


图8 机构2采用不同转动驱动在7个位置的DJ值
Fig. 8 DJ values of linkage 2 at 7 positions under different rotating drivers

路缺陷。由此可知,虽然机构在给定位置的DJ值的符号不改变,但机构在给定区间仍有可能存在回路缺陷,此外,如果机构虽无回路缺陷,但在给定位置区间DJ值如果发生了偶数次的符号改变,则机构虽在给定位置DJ值不发生符号改变,但却存在分支缺陷。如果机构在位置正解的分析过程中,不存在分支、顺序以及回路缺陷,则可判定机构为无缺陷可用机构。

6 双驱动控制

对于机构综合问题,有时较难得到没有缺陷的机构。存在回路缺陷的机构必须重新安装才能通过

所有给定的位置,这类机构是不可用的。然而分支缺陷并不是致命缺陷,在同一位形下,选取不同驱动时机机构的DJ值不相同,因此可以通过更换驱动的方法避免分支缺陷问题,基于此提出一种双驱动控制方法。

以机构1为例说明双驱动控制。计算机构1的位置正解,其上给定点的运动轨迹如图11所示,显然机构1不存在回路缺陷和顺序缺陷。

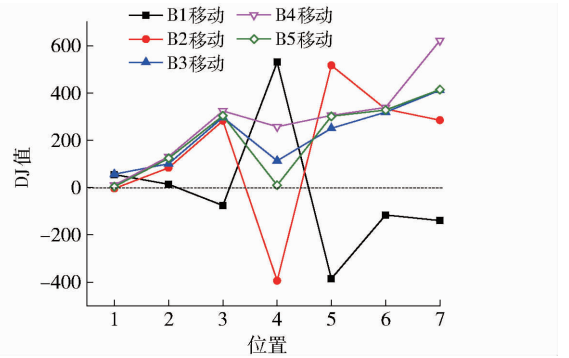


图9 机构2采用不同移动驱动在7位置的DJ值
Fig. 9 DJ values of linkage 2 at 7 positions under different prismatic drivers

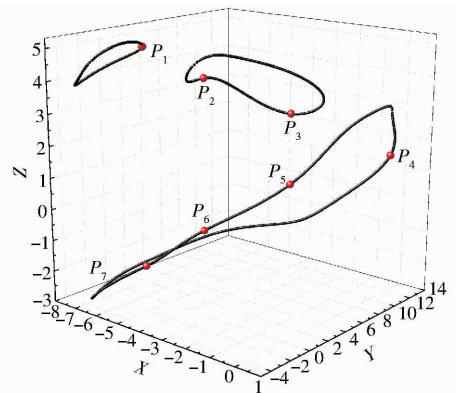


图10 机构2上给定点的运动轨迹
Fig. 10 Trajectory of given point of linkage 2

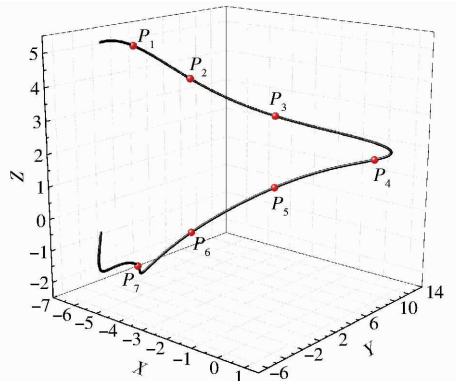


图11 机构1上给定点的运动轨迹
Fig. 11 Trajectory of given point of linkage 1

分别以圆柱副的转动和移动为驱动时,机构1在给定7位置间的DJ值分别如图12、13所示,由图可知,机构1在不同驱动下DJ值曲线的零点位置不尽相同,因而可以通过更换驱动的方式避开机构的

奇异位置。以机构 1 应用圆柱副 B1、B5 的转动为驱动为例,机构 1 分别以 B1、B5 的转动为驱动时,在给定 7 位置区间的 DJ 值如图 14 所示,以圆柱副 B1 的转动为驱动时,机构 1 在 K_2 位置处的 DJ 值为零,以圆柱副 B5 的转动为驱动时,机构 1 在 K_1 位置处的 DJ 值为零。如果首先采用圆柱副 B1 的转动为驱动,在 K_1K_2 位置区间切换为圆柱副 B5 的转动为驱动,则可以避免机构在给定位置区间的奇异位置,使机构能够顺利通过所有给定位置。

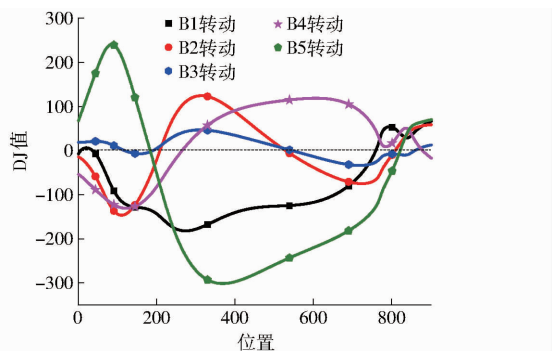


图 12 机构 1 采用不同转动驱动的 DJ 值

Fig. 12 DJ values of linkage 1 under different rotating drivers

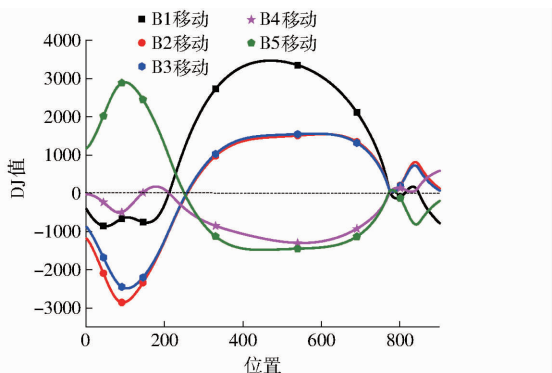


图 13 机构 1 采用不同移动驱动的 DJ 值

Fig. 13 DJ values of linkage 2 under different prismatic drivers

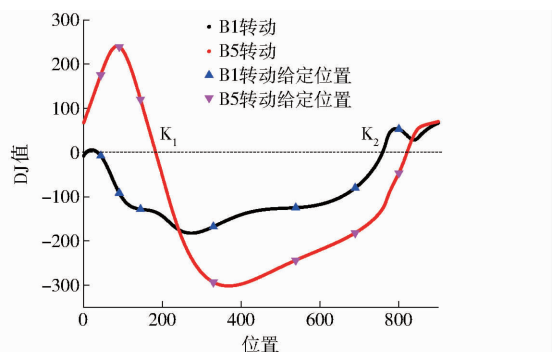


图 14 驱动为 B1 及 B5 转动时机构 1 的 DJ 曲线

Fig. 14 Curves of DJ values of linkage 1 for rotating drives of B1 and B5

过程中可以得到无穷多个 5 - CS 机构,需要对由位置综合得到的机构进行缺陷判定以筛除不可用机构。现从需要进行缺陷判定的机构中选取一个机构利用给出的缺陷判定方法进行缺陷判定,以说明缺陷判断的过程,后文以机构 3 表示此机构。机构 3 的参数如表 10 ~ 13 所示。

表 9 给定 7 位置参数

Tab. 9 Parameters of specified 7-positions

位置	$(x, y, z, \alpha(x), \beta(y), \gamma(z))$
P_1	$(-5.9843, 0, 4.9843, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$
P_2	$(-5.1969, 4.4094, 3.8268, 1^\circ, -3.5^\circ, -10^\circ)$
P_3	$(-3.0315, 8.7008, 2.6690, 2^\circ, -3.4^\circ, -20^\circ)$
P_4	$(0, 12.0079, 1.5118, 3^\circ, 14.3^\circ, -30^\circ)$
P_5	$(-3.0315, 8.7008, 0.3543, 4^\circ, 35.1^\circ, -38.9^\circ)$
P_6	$(-5.1969, 4.4094, -1.1575, 5^\circ, 51.7^\circ, -45.9^\circ)$
P_7	$(-5.9843, 0, -2.6, 60^\circ, -50^\circ)$

表 10 机构 3 各圆柱副轴线方向向量

Tab. 10 Directional vectors of cylindrical joints of linkage 3

支链	(x, y, z)
1	$(0.795, 0.591, 0.136)$
2	$(0.836, 0.548, 0.019)$
3	$(0.691, 0.680, -0.245)$
4	$(0.741, 0.650, -0.168)$
5	$(0.484, 0.656, 0.579)$

表 11 机构 3 圆柱副初始位置坐标

Tab. 11 Initial coordinates of cylindrical joints of linkage 3

铰链点	(x, y, z)
B_1	$(-0.062, 3.787, -0.594)$
B_2	$(-0.538, 5.056, -2.517)$
B_3	$(-0.205, 19.482, -15.323)$
B_4	$(-8.308, 10.434, -23.789)$
B_5	$(26.911, 19.376, -0.133)$

表 12 机构 3 圆柱副各位置直线位移参数

Tab. 12 Linear parameters of cylindrical joints of linkage 3

支链	$(s_{1i}, s_{2i}, s_{3i}, s_{4i}, s_{5i}, s_{6i}, s_{7i})$
1	$(0, 3.277, 7.304, 10.959, 5.800, 0.975, -2.446)$
2	$(0, 3.470, 7.652, 11.360, 6.354, 1.887, -1.189)$
3	$(0, 6.638, 12.953, 17.468, 13.370, 9.566, 6.476)$
4	$(0, 5.484, 11.151, 15.420, 11.170, 7.361, 4.394)$
5	$(0, 1.405, 1.766, -3.406, -15.888, -25.405, -30.665)$

采用不同驱动时机构 3 在给定位置的 DJ 值如图 15、16 所示。由图可知,分别以圆柱副 B1、B2 的转动为驱动时,机构 3 在给定位置的 DJ 值不改变符号,其他驱动下机构 3 在给定位置的 DJ 值均发生了

7 示例计算

动平台给定 7 位置参数见表 9,在 7 位置综合

表 13 机构 3 球副位置坐标

Tab. 13 Coordinates of spherical joints of linkage 3

位置	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
1	(-1.578, 4.765, 4)	(-1.071, 5.714, 2)	(-2.925, 24.169, -10)	(-5.424, 11.734, -6)	(22.577, 16.278, 7)
2	(0.023, 8.339, 3.197)	(0.812, 9.198, 1.248)	(2.952, 27.772, -10.519)	(-1.915, 15.938, -6.896)	(25.571, 15.445, 7.866)
3	(2.794, 11.675, 2.115)	(3.729, 12.417, 0.182)	(9.111, 30.534, -11.255)	(2.248, 19.665, -7.847)	(29.167, 14.156, 6.941)
4	(5.920, 14.208, -0.278)	(6.445, 15.124, -2.289)	(11.829, 33.971, -12.478)	(4.262, 23.730, -8.642)	(32.661, 12.230, -2.731)
5	(2.465, 10.673, -2.644)	(2.571, 11.976, -4.501)	(7.965, 32.064, -11.944)	(0.169, 21.994, -8.114)	(26.900, 6.739, -13.248)
6	(-0.171, 6.553, -4.795)	(-0.263, 8.212, -6.343)	(5.961, 28.957, -10.694)	(-2.106, 18.925, -7.355)	(21.193, 3.130, -20.823)
7	(-1.141, 2.301, -5.786)	(-1.253, 4.137, -7.118)	(5.882, 24.901, -9.559)	(-2.500, 14.976, -6.718)	(18.619, -0.276, -23.895)

符号改变,由此可以推断,机构 3 采用其他驱动时存在缺陷,而以圆柱副 B1、B2 的转动为驱动时,需要进行位置正解分析。以圆柱副 B1、B2 为驱动时,机构 3 的 DJ 值较为接近是由于支链 1、2 参数选取相近。

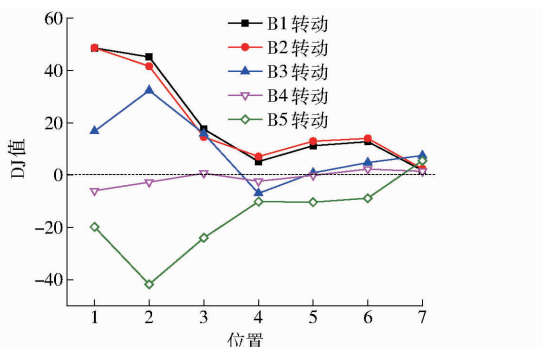


图 15 机构 3 采用不同转动驱动在 7 位置的 DJ 值
Fig. 15 DJ values of linkage 3 at 7 positions under different rotating drivers

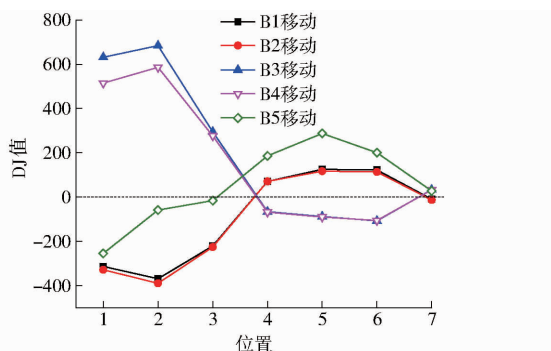


图 16 机构 3 采用不同移动驱动在 7 位置的 DJ 值
Fig. 16 DJ values of linkage 3 at 7 positions under different prismatic drivers

机构 3 分别以圆柱副 B1、B2 的转动为驱动时,驱动转角及机构 3 在给定位置区间的 DJ 值分别如图 17、18 所示,在 2 种驱动下,机构 3 在给定 7 位置区间 DJ 值连续变化且没有符号改变,因而采用以上 2 种驱动时,机构 3 在给定位置区间没有分支缺陷。机构 3 上给定点的运动轨迹如图 19 所示,由图可知,机构顺序通过了 7 个位置且给定的 7 个位置在同一回路中,因而机构不存在顺序缺陷及回路缺陷。由此可判定机构 3 以圆柱副 B1 或 B2 的转动为驱动时没有缺陷,为可用机构。

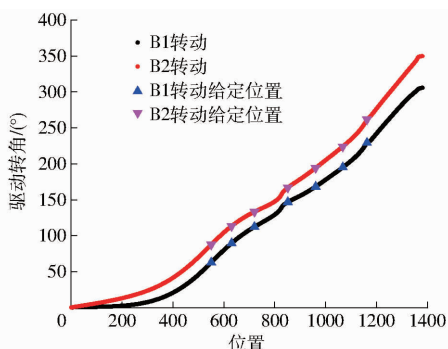


图 17 驱动为 B1 及 B2 转动时的驱动转角曲线
Fig. 17 Angle curves of driving link for rotating driver of B1 and B2

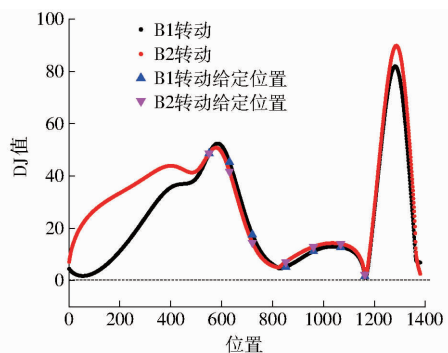


图 18 驱动为 B1 及 B2 转动时机构 3 的 DJ 曲线
Fig. 18 DJ curves of linkage 3 for rotating drives of B1 and B2

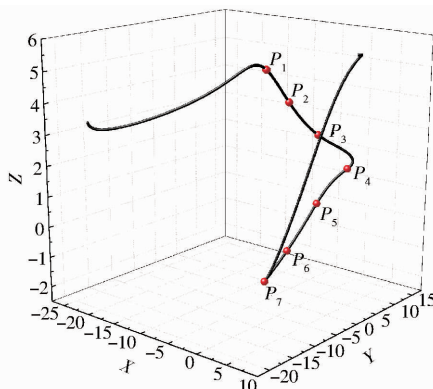


图 19 机构 3 上给定点的部分运动轨迹
Fig. 19 Part of trajectory of given point of linkage 3

机构 3 分别以圆柱副 B1、B2 的转动为驱动时,在 ADAMS 中以第一位置参数建模仿真结果如图 20 所

示。图中蓝色杆件为圆柱副的轴线,绿色杆件为CS杆件,各支链球副两两间使用黄色杆件相连并使用布尔运算得到5-CS机构的动平台。仿真过程中,机构给定点的运动轨迹如图中黑色曲线所示,仿真过程中机构在单一驱动下可以顺序通过7个给定位置,没有回路及分支缺陷,验证了缺陷判定方法的正确性。

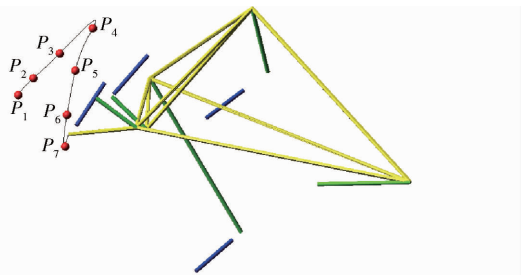


图20 机构3在ADAMS中的仿真

Fig. 20 Simulation of linkage 3 in ADAMS

8 结论

(1)提出了一种能够实现空间刚体导引的5-

CS并联机构。5-CS机构无局部自由度,可以使用圆柱副的转动或移动为驱动,相较5-SS机构更换驱动更为方便,更具实用性。

(2)5-CS机构可以实现7位置综合,并且7位置综合时,5-CS的机构解要多于5-SS机构,虽然5-CS机构的圆柱副存在移动,但可以通过选用圆柱副位移较小的机构以提高机构的可用性。

(3)给出了5-CS机构运动缺陷的判定方法,为5-CS刚体导引机构的综合提供了方法基础。计算示例表明,本文提出的5-CS机构运动缺陷判定方法能有效地解决5-CS机构的运动缺陷判定问题,筛选出可用机构。

(4)通过对5-CS机构进行运动缺陷判定,可以给出驱动选取的合理方案,避免了原动件选取的盲目性和复杂性。

(5)提出了用以解决分支缺陷的双驱动方法。机构综合时,当不含分支缺陷机构无法找到时,双驱动控制方法提供了避开分支缺陷的方法。

参 考 文 献

- 1 曲海波,方跃法,郭盛. 一种少自由度并联机器人雅可比分析的新方法[J]. 北京交通大学学报,2010,34(4):136-140.
QU Haibo, FANG Yuefa, GUO Sheng. A new method for Jacobian analysis of low-DOF parallel manipulators[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2010, 34(4):136-140. (in Chinese)
- 2 LU Y, HU B. Unification and simplification of velocity/acceleration of limited-dof parallel manipulators with linear active legs[J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(9):1112-1128.
- 3 LU Y, HU B. Unified solving Jacobian/Hessian matrices of some parallel manipulators with n SPS active legs and a constrained leg [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2007, 129(11):1161-1169.
- 4 HAJIR P, HODA R, HASSAN S, et al. Singularity analysis of a 3DOF parallel manipulator using infinite constraint plane method [J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2008, 53(1):21-34.
- 5 LIU C H, HSU F K. Direct singular positions of the parallel manipulator Tricept[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2007, 221(1):109-117.
- 6 KANAAN D, WENGER P, CARO S, et al. Singularity analysis of lower-mobility parallel manipulators using Grassmann-Cayley algebra[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2009, 25(5):995-1004.
- 7 LU Y, SHI Y, YU J. Determination of singularities of some 4-dof parallel manipulators by translational/rotational Jacobian matrices [J]. Robotica, 2010, 28(6):811-819.
- 8 LIAO Qizheng, MCCARTHY Michael. On the seven position synthesis of a 5-SS platform linkage[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2001, 123(1):74-79.
- 9 HAN Jianyou, XING Jiachun, Cui Guangzhen, et al. Research on the methodology for drive selection and defect judgment of 5-SS rigid-body guidance mechanism[C]//The 14th IFToMM World Congress, 2015:25-30.
- 10 温如凤,方跃法,陈亚琼. 一种2R2T并联机构的运动学及性能分析[J]. 北京交通大学学报,2016,40(1):72-79.
WEN Rufeng, FANG Yuefa, CHEN Yaqiong. Kinematics and performance analysis of a 2R2T parallel mechanism[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2016, 40(1):72-79. (in Chinese)
- 11 YE W, FANG Y, GUO S. Kinematics and singularity analysis of a 2R2T parallel mechanism[C]//Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2015:46394.
- 12 陈子明,黄坤,张扬,等. 一种无汇交轴线对称三转动并联机构的运动分析[J]. 中国机械工程,2016,27(9):1215-1222.
CHEN Ziming, HUANG Kun, ZHANG Yang, et al. Kinematics analysis of a 3-DOF symmetrical rotational parallel mechanism without intersecting axes[J]. China Mechanical Engineering, 2016, 27(9):1215-1222. (in Chinese)
- 13 韩先国,刘岩龙. 3UPS-S并联机构单支链驱动奇异分析[J]. 北京航空航天大学学报,2014,40(1):6-9.
HAN Xianguo, LIU Yanlong. Singularity of 3UPS-S parallel mechanism in single limb motion[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(1):6-9. (in Chinese)

- Machines in Research and Practice, 2004,24:529-544.
- 7 PIERROT F, COMPANY O. H4: a new family of 4-dof parallel robots[C]//IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 1999: 508-513.
- 8 KRUT S, COMPANY O, BENOIT M, et al. I4: a new parallel mechanism for scara motions [C] // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2003,2: 1875-1880.
- 9 NABAT V, COMPANY O, KRUT M, et al. Par4: very high speed parallel robot for pick-and-place[C] // Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2005:553-558.
- 10 XIE Fugui, LIU Xinjun. Design and development of a high-speed and high-rotation robot with four identical arms and a single platform [J]. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, 2015,7(4):041015-1-12.
- 11 杨廷力, 刘安心, 罗玉峰, 等. 机器人机构拓扑结构设计[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- 12 沈惠平, 熊坤, 孟庆梅, 等. 并联机构运动解耦设计方法与应用研究[J]. 农业机械学报, 2016,47(6):348-356.
- SHEN Huiping, XIONG Kun, MENG Qingmei, et al. Design methods for kinematics decoupled parallel mechanisms and its applications[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016,47(6):348-356. (in Chinese)
- 13 沈惠平, 尹洪波, 李菊, 等. 基于方位特征方法的范例并联机构的拓扑特征分析及其启示与应用[J]. 机械工程学报, 2015,51(13):101-115.
- SHEN Huiping, YIN Hongbo, LI Ju, et al. Position and orientation characteristic based method and enlightenment for topology characteristic analysis of typical parallel mechanisms and its application[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015,51(13): 101-115. (in Chinese)
- 14 SAEED B Niku. 机器人学导论——分析、控制及应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2013.
- 15 GOSSELIN C, ANGELES J. Singularity analysis of closed-loop kinematics chains [J]. IEEE Transactions of Robotics and Automation, 1990, 6(3): 281-290.
- 16 陈庆诚, 朱世强, RAJAT Mittal, 等. 基于 POE 的动力学建模与快速非奇异终端滑模控制[J]. 农业机械学报, 2015, 46(6):310-318.
- CHEN Qingcheng, ZHU Shiqiang, RAJAT Mittal, et al. Dynamic modeling based on POE and non-singular terminal sliding mode control[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015,46(6):310-318. (in Chinese)
- 17 李雨桐. 并联机构运动奇异性及其动态稳定性研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2010.
- LI Yutong. Singularity and its dynamic stability for parallel manipulators [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2010. (in Chinese)
- 18 王建亮. 新型三自由度可控机构创新设计[D]. 南宁: 广西大学, 2014.
- WANG Jianliang. The innovative design of the new three degrees of freedom controllable mechanism [D]. Nanning: Guangxi University, 2014. (in Chinese)
- 19 李坤. 新型四自由度并联机构设计与运动学分析[D]. 西安: 西安理工大学, 2014
- LI Kun. The design and kinematic analysis of 4-DOF parallel mechanism [D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2014. (in Chinese)
- 20 周结华, 彭侠夫. 三自由度冗余驱动并联机构的奇异性和工作空间分析[J]. 中国机械工程, 2014,25(6):751-756.
- ZHOU Jiehua, PENG Xiafu. Singularity and workspace analysis of a 3-DOF parallel manipulator with redundant actuation [J]. Chinese Mechanical Engineering, 2014,25(6):751-756. (in Chinese)

~~~~~

(上接第 407 页)

- 14 GOSSELIN C, ANFELES J. Singularity analysis of closed-loop kinematics chains [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1990,6(3):281-290.
- 15 LIU Xinjun, KIM J, OH K. Singularity analysis of the HALF parallel manipulator with revolute actuators[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2003:767-772.
- 16 BONEV A, ZLATANOV D, GOSSELIN C. Singularity analysis of 3-DOF planar parallel mechanisms via screw theory[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2003,125(3):573-581.
- 17 WOLF A, OTTAVIANO E, SHOHAM M, et al. Application of line geometry and linear complex approximation to singularity analysis of the 3-DOF CaPaMan parallel manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2004,39(1):75-95.
- 18 TSAI L, JOSHI S. Jacobian analysis of limited-DOF parallel manipulators[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2002, 124(2):254-258.
- 19 戴建生. 旋量代数与李群、李代数[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.
- 20 YANG Guilin, CHEN Ming, WEI Lin, et al. Singularity analysis of three-legged parallel robots based on passive-joint velocities [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2001,17(4):413-422.