电子科技大学

2016年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目857 概率论与数理统计

注：所有答案必须写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上均无效。

一、 填空题（每题3分，共15分）

1、任取一正整数，该数的平方的末位数是1的概率是__________.

2、设随机变量X_1, X_2, X_3相互独立，其中X_1在区间[0,6]上服从均匀分布，X_2服从正态分布$N(0, 2^2)$，X_3服从参数为$\lambda = 3$的泊松分布，记$Y = X_1 - 2X_2 + 3X_3$,则 D（Y）=___________.

3、设随机变量X服从参数为2的泊松分布，且Y＝$3X$－2，则E（$3Y$＋2）=__________.

4、设随机变量X, Y相互独立且都服从正态分布$N(0, 3^2)$，而$X_1, X_2, \cdots, X_9$和$Y_1, Y_2, \cdots, Y_9$为分别来自总体X和Y的简单随机样本,则统计量$U = \dfrac{X_1 + X_2 + \cdots + X_9}{\sqrt{Y_1^2 + Y_2^2 + \cdots + Y_9^2}}$服从_______，参数为________.

5、假设一批产品中一，二，三等品各占60%，30%，10%，从中随意取出一件，结果不是三等品，则取得的是一等品的概率为______.

二、 单项选择题（每题3分，共15分）

1、设当事件A与B同时发生时，事件C必发生，则（　　）

(A) $P(C) \le P(A) + P(B) - 1$　　(B) $P(C) \ge P(A) + P(B) - 1$

(C) $P(C) = P(AB)$　　(D) $P(C) = P(A \cup B)$

2、设随机变量X, Y均服从正态分布，$X \sim N(\mu, 4^2)$，$Y \sim N(\mu, 5^2)$，记$p_1 = P\{X \le \mu - 4\}$，$p_2 = P\{Y \ge \mu + 5\}$，则（　　）

(A)对任何实数μ，都有 $p_1 = p_2$ （B）对任何实数μ，都有 $p_1 < p_2$

(C) 只对μ的个别值，才有 $p_1 = p_2$ （D）对任何实数μ，都有 $p_1 > p_2$.

3、如果ξ,η满足$D(\xi+\eta)=D(\xi-\eta)$，则必有（ ）

(A) ξ与η独立 (B) ξ与η不相关

(C) $D\eta=0$ (D) $D\xi D\eta=0$

4、若设随机变量 *X* 和 *Y* 都服从标准正态分布，则( )

(A) *X*+*Y* 服从正态分布 (B) X^2+Y^2 服从 χ^2 分布

(C) X^2 和 Y^2 都服从 χ^2 分布 (D) X^2/Y^2 服从 F 分布

5、设 $X_1, X_2,\cdots$ 为独立同分布序列，且 $X_i(i=1,2,\cdots)$ 均服从参数为 4 的指数分布，当 *n* 比较大时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 近似服从（).

(A) $N(4,\frac{4}{n})$ (B) $N(\frac{1}{4},\frac{1}{16n})$

(C) $N(\frac{1}{4},\frac{1}{16})$ (D) $N(4,\frac{n}{16})$

三、简答题（每题 10 分，共 30 分）

1、 有两个口袋，甲袋中盛有两个白球，一个黑球，乙袋中盛有一个白球，两个黑球，由甲袋中任取一个球放入乙袋，再从乙袋中取出一个球，求取得白球的概率。

2、假设一设备开机后无故障工作的时间 *X* 服从指数分布，平均无故障工作的时间（*EX*）为 5 小时。设备定时开机，出现故障时自动关机，而在无故障的情况下工作 2 小时便关机。试求该设备每次开机无故障工作时间 *Y* 的分布函数 *F(y)*.

3、已知随机变量（*X,Y*）服从二维正态分布，并且 *X* 和 *Y* 分别服从正态分布 $N(1,3^2)$ 和 $N(0,4^2)$，*X* 和 *Y* 的相关系数 $\rho_{xy}=-\frac{1}{2}$。设 $Z=\frac{X}{3}+\frac{Y}{2}$，求（1）*X* 与 *Z* 的相关系数 ρ_{xz}，

（2）问 X 与 Z 是否相互独立？为什么？

四、计算与证明题（每题 15 分，共 90 分）

1、 设二维连续型随机变量（X，Y）的联合分布函数为：

$$F(x,y)=A(B+\arctan\frac{x}{2})(C+\arctan\frac{y}{3}),$$

（1） 求系数 A，B，C 及（X，Y）的联合概率密度；

（2） 求 X，Y 的边际分布函数及边际概率密度。

2、 设参加考试的学生成绩服从正态分布，从中随机地抽取 36 位考生的成绩，算得平均成绩为 66.5 分，标准差为 15 分。问在显著性水平 0.05 下，是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为 70 分？并给出检验过程。

$$P\{t(n)\le t_p(n)\}=p$$

n \ $t_p(n)$ \ p	0.95	0.975
35	1.6896	2.0301
36	1.6883	2.0281

3、 设二维随机变量（X,Y）的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1+xy}{4}, & |x|\le 1,|y|\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

证明 X,Y,不相互独立，但 X^2 和 Y^2 相互独立.

4、设 $X_1,X_2,\cdots$ 是一列两两不相关的随机变量，又设它们的方差有界，即存在正数 C，使得 $D(X_i)\le C,i=1,2,\cdots,$ 试证明：对任意的 $\varepsilon>0$ 有

$$\lim_{n\to\infty}P\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}E(X_i)\right|\ge\varepsilon\}=0.$$

5、设随机变量 X 与 Y 独立，其中 X 的概率分布为

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix},$$

而 Y 的概率密度为 $f(y)$，求随机变量 $U=X+Y$ 的概率密度 $g(u)$。

6、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本，记

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i, S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2, T = \overline{X}^2 - \frac{1}{n}S^2$$

（1）证明 T 是 μ^2 的无偏估计量。

（2）当 $\mu = 0, \delta = 1$ 时，求 D（T）。