# 电子科技大学
# 2016年攻读硕士学位研究生入学考试试题
# 考试科目: 601 数学分析

注： 所有答案必须写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上均无效。

**一、 填空题(每小题5分，共25分)**

1. 极限 $\lim\limits_{x\to 1}(2-x)^{\tan\frac{\pi x}{2}}=$ ______________.

2. 若直线 $y=x$ 与曲线 $y=\log_a x$ 相切，则 $a=$ ______，切点坐标为______.

3. 抛物线 $y=x^2-4x+6$ 与直线 $y=x+2$ 所围成的图形面积 $A=$ ________.

4. 设函数 $z=f(x,y)$ 由方程 $xe^{x-y-z}=x-y+2z$ 所确定，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$ ________.

5. 设区域 $D$ 由直线 $y=x$ ， $x=2$ 及曲线 $xy=2$ 所围成，则二重积分 $\iint\limits_D f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 先对 $x$ 后对 $y$ 的累次积分为______________.

**二、计算题（每小题7分，共14分）**

1. 设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases}x=at\cos t,\\ y=at\sin t,\end{cases}$ 所确定，求 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$；

2. 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{2n-1}}{2n-1}$ 的和函数及定义域.

**三、计算题（每小题8分，共16分）**

1. 计算 $\int_0^1 x^7|x-a|\mathrm{d}x$，其中 $a$ 为常数；

2. 计算第二类曲线积分 $I=\int\limits_L\left[e^x\sin y-b(x+y)\right]\mathrm{d}x+\left(e^x\cos y-ax\right)\mathrm{d}y$，其中 $a,b$ 为正常数，$L$ 为曲线 $y=\sqrt{2ax-x^2}$ 上从 $(2a,0)$ 到 $(0,0)$ 的一段.

**四、（14分）** 证明： $f(x)=\sqrt[3]{x}$ 在 $[a,+\infty)$（ $a>0$ ）上一致连续.

**五、（12 分）** 设函数 $f(x),g(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，且在 $(a,b)$ 内可导，证明：存在 $\xi\in(a,b)$，使得 $\begin{vmatrix}f(a) & f(b)\\ g(a) & g(b)\end{vmatrix}=(b-a)\begin{vmatrix}f(a) & f'(\xi)\\ g(a) & g'(\xi)\end{vmatrix}$.

**六、（12分）** 证明：函数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2x}{1+n^8x^2}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上一致收敛.

**七、（14分）** 证明：曲面 $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=\sqrt{a}$ （ $a>0$ ）上任意一点的切平面在各坐标轴上的截距之和等于 $a$ .

**八、（15 分）** 计算三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega}\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^5\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 $\Omega$ 为球体 $\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le 2z\}$.

**九、（12 分）**设函数 $f(x)$ 具有二阶导数，$F(x)$ 是可导的，证明：函数

$$u(x,t)=\frac{1}{2}\left[f(x-at)+f(x+at)\right]+\frac{1}{2a}\int_{x-at}^{x+at}F(y)\mathrm{d}y$$

满足振动方程 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$，以及初始条件 $u(x,0)=f(x)$，$\dfrac{\partial u}{\partial t}(x,0)=F(x)$.

**十、（16 分）**用确界存在定理证明零点存在定理：若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 连续，且 $f(a)\cdot f(b)<0$，则一定存在 $\xi\in(a,b)$，使得 $f(\xi)=0$.