

第十三章 决策分析

时装生产：在正式推向市场之前就要有生产量的决策：大批量还是小批量？由于市场需求是不确定的，决策充满风险。特点：在了解到真实需求之前就需先行决策

（狭义的）决策分析干什么？

虽面对若干种选择，但未来属于不确定或充满风险，决策分析可用来帮助科学地作出最佳策略，提供一种结构化、系统化思维方式

重点：掌握各种决策分析方法及计算。

第一节 决策问题结构化

此乃决策分析第一步，为引进数学工具作铺垫

一、例子

PS 公司为业务需要拟利用外包服务从公司外部租用计算机系统，假定其他问题都已确定，只是对所租用的系统之规模尚未确定，为了最经济地租用，求助于决策分析方法

二、备选方案

事前可供决策者选择的方案

本例中，就是要确定到底租用下列哪种规模的计算机系统：

d_1 = 租借大型计算机系统

d_2 = 租借中型计算机系统

d_3 = 租借小型计算机系统。

第一节 决策问题结构化

三、自然状态

1、定义

将来的，影响决策效果但并不**为**决策者所能左右的事件

2、例子

s_1 = 市场对 PS 公司**高**认可

s_2 = 市场对 PS 公司**低**认可

3、定义之说明

(1) 虽然决策者常常能事先知道未来有若干不同状态发生，但与决策所关联的未来事件常常是不确定的，虽然可以动用概率/预测等工具事前进行评估，但谁也**无法事先肯定**所要发生的事件

(2) 可以有粗、细之分，但决策分析中所列出的自然状态应包括每一种可能发生的事件且互相间**不能有重叠**：

$$s_i \cap s_j = \phi \quad \sum s_j = \Omega$$

第一节 决策问题结构化

四、损益表 (payoff table)

1、定义

各种备选方案与不同自然状态相联系着的损益信息——实际上是一种**矩阵**

2、例子 (可能是营销调研与财务分析的结果)

决策方案	高认可 s_1	低认可 s_2
租借大型系统 d_1	200,000	-20,000
租借中型系统 d_2	150,000	20,000
租借小型系统 d_3	100,000	60,000

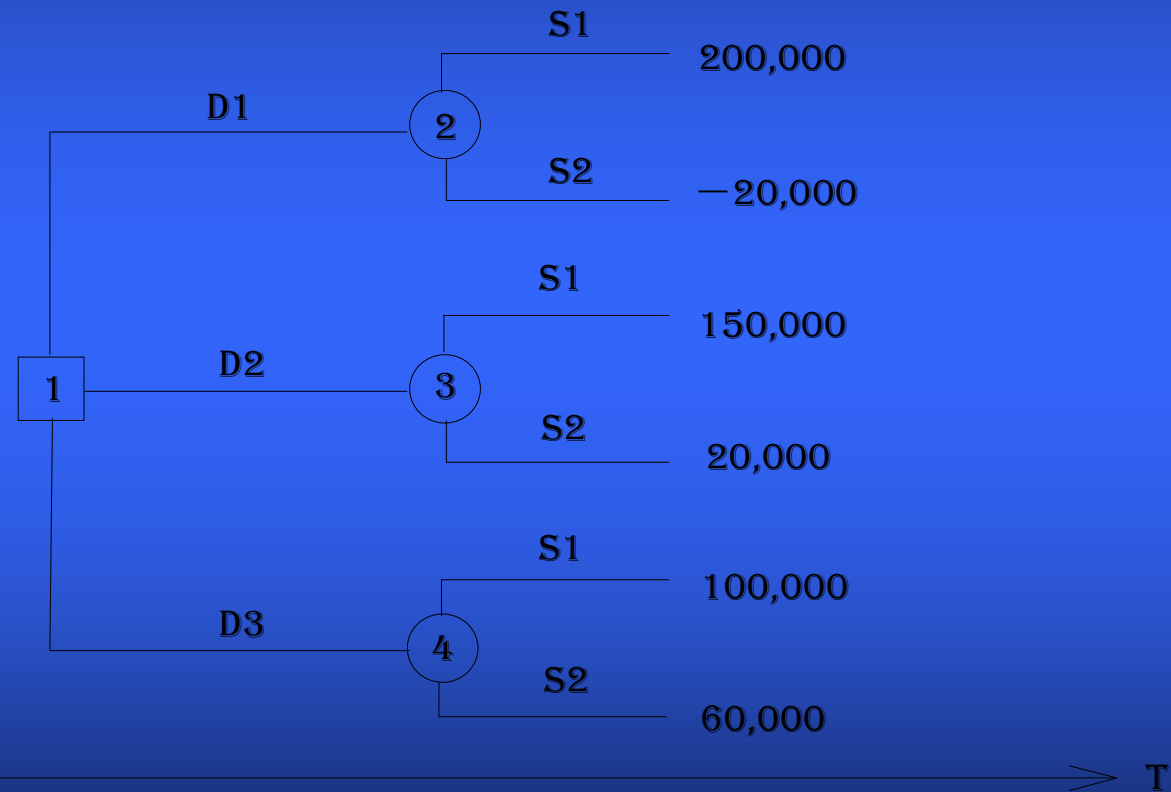
表中数据记为： $V(d_i, S_j)$ ——**利润**，对不同决策问题，其意义可以完全不一样。

第一节 决策问题结构化

五、决策树——决策过程的图形表示

说明：

此图形自左至右正好反映了决策过程的时间或逻辑过程，而决策过程则是从右向左的思考、评判过程



□ —— 可控制的决策结点 (node)

○ —— 不可控制的自然状态结点。

第二节 无概率型决策

一、概述

1、什么是非确定型（无概率型）决策？

在自然状态发生之概率 $P(s_j)$ 不知道条件下，就需要作出决策

2、无概率型决策方法适用于

1) **无法**考虑自然状态发生的概率，只对可能结果作出估计分析，适用于无周期问题、新产品问题、无经验问题等等，如：关于 3G 手机市场的决策、服务外包在中国的发展之决策等等

2) 对各种不同自然状态发生概率之估计**没有处理的信心**

3、评价

既然不确定，也即：无事前预估之信息，又要作出决策，几乎可以肯定：本节所论**非数学方法**，因为数学无法处理此类问题，而谈的是**决策哲学**，介绍的是具有不同哲学的决策者对**风险**的态度

第二节 无概率型决策

二、乐观法（最大(的)最大决策准则）

——一种哲学态度

1、方法

先后列寻找 “最大” ——大中取大

2、例子求解

得： d_1 为决策方案，收益：200000 或 -20000

3、说明

- 总是想着 “好事” ——富有冒险精神
- 若损益表中表示的是成本值，则相应地有 “最小(的)最小准则”。

第二节 无概率型决策

三、保守方法（小中取大—最大(的)最小准则）

1、方法

先行后列——一行中取小列中取大，最坏的可能中选出最好的

2、例子的解

1) “坏”： d_1 —— (-20,000)

d_2 —— (20,000)

d_3 —— (60,000)

先关注

各种 “坏”

的可能

2) “好”： d_3 —— 收益：60,000 —— 可以保证的结果。

3、说明

当损益值=成本时，对应有最小最大准则

第二节 无概率型决策

四、最小最大后悔决策准则——避免最大后悔

1、方法

- 1) 将“损益”转化为“后悔”
- 2) 先行后列：行中取大，列中取小

2、例子的解

损益表化为“后悔值表”：

	s_1	s_2
d_1	0	80,000
d_2	50,000	40,000
d_3	100,000	0



第二节 无概率型决策

四、最小最大后悔决策准则

2、例子的解

进一步，有：

$$d_1 \text{ --- } 80,000$$

$$d_2 \text{ --- } 50,000$$

$$d_3 \text{ --- } 100,000$$

故：

$$d_2 \text{ --- } 50,000$$

3、说明

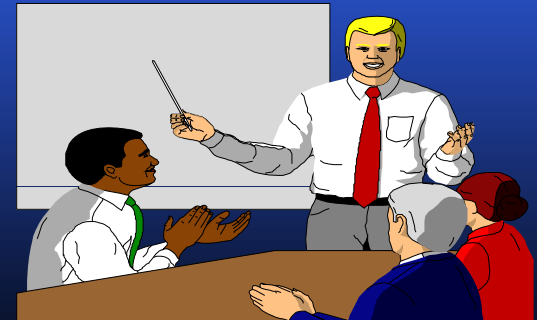
方法本质：**避免出现最大后悔**——既不单纯乐观，也不单纯保守。先注意后悔——偏于保守，后大中取小——与保守法相反。

第二节 无概率型决策

五、说明

对同一个问题，在不同的决策**准则**下可以给出不同的决策方案，这绝不是准则、方法、决策有什么优劣之分，只是将不同的决策哲学之下的各决策方法系统化而已

面对决策问题，决策者首先应该考虑确定最合适的准则，然后才作出基于准则的决策。



第三节 概率型决策

零、复习

1、数学期望——随机变量长期的“平均”

1) 离散随机变量

$$\text{设 } P(X = x_k) = p_k \quad k = 1, 2, \dots$$

$$\text{则 } E(X) = \sum x_k p_k$$

2) 连续型随机变量 $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$

2、方差

$$D(X) = E(X - E(X))^2$$

离散

$$D(X) = \sum (x_k - E(X))^2 p_k$$

连续

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(X))^2 f(x)dx$$

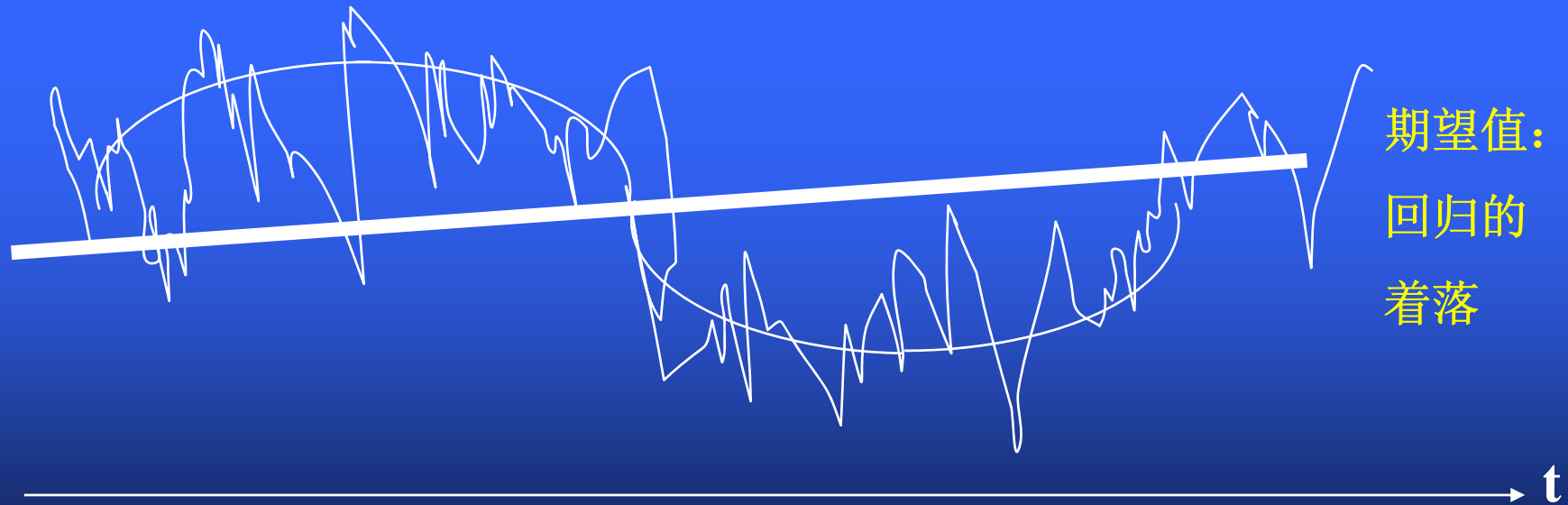
第三节 概率型决策

零、复习

3、期望（平均）的意义

短时期、小样本：偶然因素起决定作用

长时期、大样本：规律起作用



第三节 概率型决策

一、期望货币值 (Expected monetary value, EMV)

1、EMV 决策的前提

- 1) 已（能）知 $P(s_j)$ —— 有客观考虑问题的基础
- 2) 损益值可按货币值加以度量

2、假定前提

令： $N =$ 可能的自然状态之数目

$P(s_j)$: s_j 发生之概率 $j = 1, 2, \dots, N$

则 N 个自然状态有且必有一个会发生，所以，相关概率必须满足：

$$P(s_j) \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots$$

$$\sum P(s_j) = 1 \quad \text{—— 所有可能不重叠。}$$

第三节 概率型决策

一、期望货币值

3、定义

对应每一个 d_i

$$EMV(d_i) = \sum P(s_j) V(d_i, s_j)$$

称为决策 d_i 的期望货币值。



第三节 概率型决策

二、期望货币值决策准则——以PS公司为例

虽然也包含风险，但以**概率做保障**，此准则是客观评判事物的一种方法，是最基本的一种决策准则

设 PS 问题： $P(s_1) = 0.3$ $P(s_2) = 0.7$

则 $EMV(d_1) = 0.3(200,000) + 0.7(-20,000) = 46,000$

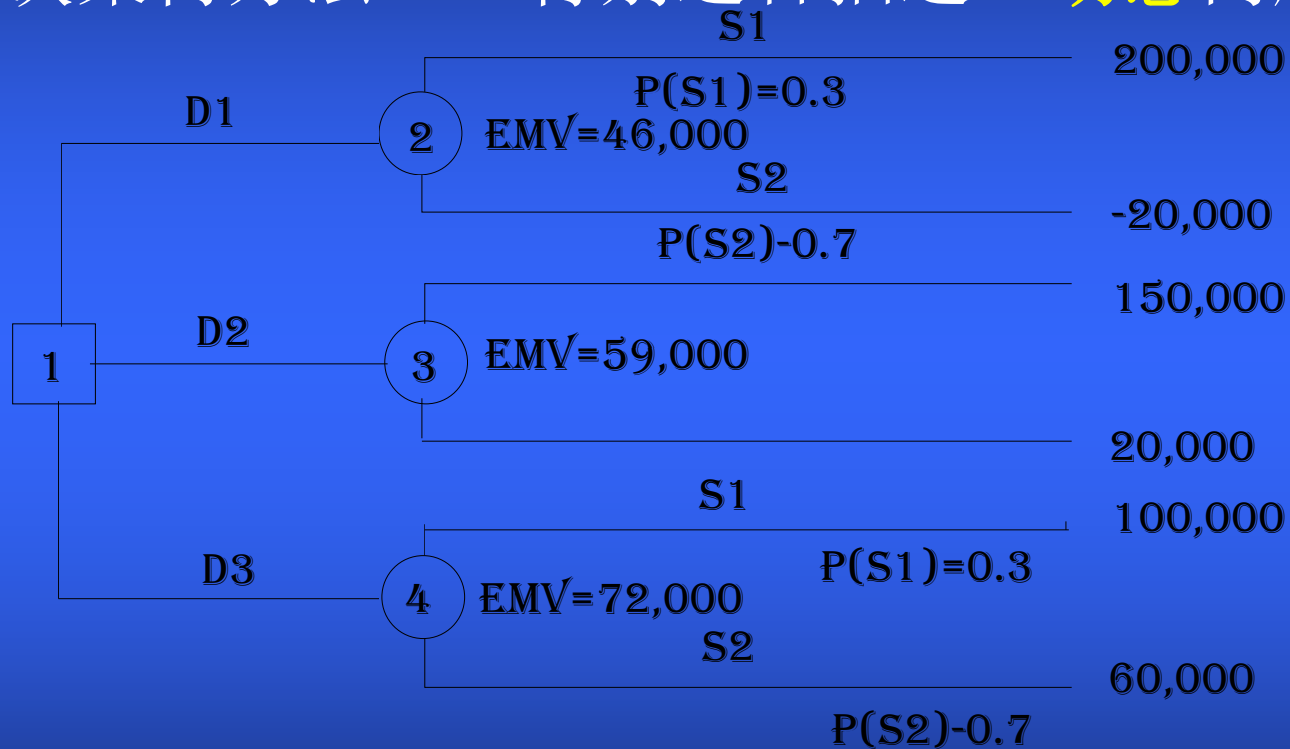
$EMV(d_2) = 0.3(150,000) + 0.7(20,000) = 59,000$

$EMV(d_3) = 0.3(100,000) + 0.7(60,000) = \mathbf{72,000}$

故， d_3 ——租借小型计算机系统。

第三节 概率型决策

三、决策树方法——特别适合描述“动态问题”



决策步骤——从右向左：1) 计算每一 s_j 结点处的 EMV
 2) 比较决策结点 1 处三个 EMV，因为求最大利润，故 d3。
 此法特别适合描述“动态问题”，如：动态博弈、动态规划

第三节 概率型决策

四、课堂练习

1、问题及数据

从 A 地向 B 地运输一批货物

从 A 到 B 有水、陆两条线路可选

陆路运输成本为 10,000 元，水路成本 7,000 元，但有一定风险：一旦遇到恶劣天气如暴风雨，可能导致损失该批货物总价值的 10%。已知货物总价值是 90,000 元，而运输期间出现暴风雨天气的概率是 0.25。如何选择运输路径？

第三节 概率型决策

四、课堂练习

2、损益矩阵

决策方案	好天气 s_1	坏天气 s_2
水路 d_1	-7,000	-16,000
陆路 d_2	-10,000	-10,000

3、按期望货币值准则决策

因为 EMV (陆路) = -10,000

EMV (水路) = -9,250

故, 应选择水路

遗留问题: 尚未考虑保险公司的作用和费用。

第三节 概率型决策

五、情报的价值

1、问题的意义

对自然状态的了解可能有如下**三种**不同态度：

1) **完全不了解**：不去了解或无法了解

决策时会有很大的风险，但可省却有关费用

2) 通过历史数据等手法**估计**出 $P(s_j)$

需要经验或会发生费用，但决策时有更多的可靠性，客观得多，不过仍然属于有风险决策——属于**概率风险**

3) **大量投入**如展开**完善**的营销调研，使 $P(s_j)$ 很可靠，有关于 $P(s_j)$ 的“完备”信息

此时决策当然可靠得多，但费用支出大，且所谓“完备信息”实际上不太可能，只能是理论上的——作为**参照**。



第三节 概率型决策

五、情报的价值

问题：“完备信息”——虽对重大决策很有价值，但价值几何？——这将为评估信息价值提供重要依据

2、“完备信息” 价值的计算

1) 假定：PS 公司能得到关于自然状态的完全信息，能“肯定”

$$P(s_1) = 0.3 \quad P(s_2) = 0.7$$



第三节 概率型决策

五、情报的价值

2、“完备信息” 价值的计算

2) 有完全信息时的决策策略:

若 s_1 发生, 当然选 d_1 —— 200,000

若 s_2 发生, 当然选 d_2 —— 60,000

又由于 $P(s_1) = 0.3$, $P(s_2) = 0.7$, 即有 0.3 的可能性获取利润 200,000, 有 0.7 的可能性获取利润 60,000, 故在有“完备信息”的条件下理所当然的期望货币值是:

$$(0.3)(200,000) + (0.7)(60,000) = 102,000$$

第三节 概率型决策

五、情报的价值

2、“完备信息” 价值的计算

3) 完备信息的价值: EVPI

完备信息期望货币值——102,000

期望货币值决策准则——72,000

EVPI = 30,000 —— 完备信息的价值

4) 结论: 信息费用的上限是 30,000 元——参照。



第四节 具有样本信息的决策分析

一、概率复习

1、条件概率

设 $P(A) > 0$, 则 $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$

2、概率的乘法定理

设 $P(A) > 0$, 则 $P(AB) = P(B|A)P(A) = P(A|B)P(B)$

例子：10 只产品中 6 只正品，4 只次品，任意取 2 次，每次取一只不放回，问：二次都得正品之概率

$P(\text{第一次得正品, 且第二次得正品}) = P(\text{第二次得正品}|\text{第一次得正品})P(\text{第一次得正品}) = 5/9 * 6/10 = 1/3。$

第四节 具有样本信息的决策分析

一、概率复习

3、全概率公式

设 $B_i \cap B_j = \phi$, $B_1 \cup B_2 \cup B_3 \dots \cup B_N =$ 全部可能

$$\begin{aligned} \text{则 } P(A) &= P(AB_1) + P(AB_2) + \dots + P(AB_N) \\ &= P(A|B_1)P(B_1) + \dots + P(A|B_N)P(B_N) \end{aligned}$$

4、Bayes 公式

设 B_i 如上, 且 $P(B_i) > 0$, $P(A) > 0$

则

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i A)}{P(A)} = \frac{P(A | B_i)P(B_i)}{P(A)} = \frac{P(A | B_i)P(B_i)}{\sum_1^N P(A | B_i)P(B_i)}$$

第四节 具有样本信息的决策分析

二、样本信息

1、样本信息的价值

样本信息可用来推断总体的、系统的信息

2、事前概率

未经调研等手段的估计：

$$P(s_1) = 0.3, \quad P(s_2) = 0.7$$

称为**事前**概率

这可能是公司的**主观**预测，也可能来源于**历史**数据、**经验**或**定性**研究结果，当然有一定的道理

问题是：这种概率可靠吗？能相信吗？—— $P(s_j)$ 可是会直接影响决策效果的。

第四节 具有样本信息的决策分析

二、样本信息

3、以试验/样本信息修正事前概率

由于“完备信息”不可求，为了使“事前概率”更可信或作出必要的修订及更新，可设计试验（如原材料采样、做产品测试、营销调研……）通过对此类样本信息的采样来对“事前概率”作出**确认或修正**

由试验或调研而得到的新信息称为指标（Indicator），也称为样本信息。本例中，设有：

I_1 — “有利” 的营销调研报告（即：调研结果认为市场**好**）

I_2 — “不利的” 调研报告（即：调研结果认为市场**不好**）

第四节 具有样本信息的决策分析

二、样本信息

4、事（调研）后概率

由样本信息修订事前概率之过程是：



具体来说就是：利用调研将事前概率 $P(s_j)$ 调整为事后概率 $P(s_j | I_k)$ ——这能反映出**调研后再决策**的想法

由于营销调研的结果是概率结果，其可靠性本身就应予以评估，也就是说，虽然可以得到新的样本信息，但要在决策前求出： $P(s_j | I_k)$ ——事（调研）后概率。

第四节 具有样本信息的决策分析

二、样本信息

5、历史数据对调研结果的评估——对调研数据本身之评估

营销调研可由历史数据给出下列的假设——评估

营销调研报告		
自然状态	I_1	I_2
s_1	$P(I_1 s_1) = 0.8$	$P(I_2 s_1) = 0.2$
s_2	$P(I_1 s_2) = 0.1$	$P(I_2 s_2) = 0.9$

第四节 具有样本信息的决策分析

三、建立决策策略

1、什么是应采纳的决策策略？

有调研后的期望货币值决策准则，即：有 I_k 后的 EMV 决策

2、思路

首要问题是求出 $P(I_k)$ 及 $P(S_j | I_k)$ ，具体来说即已知：

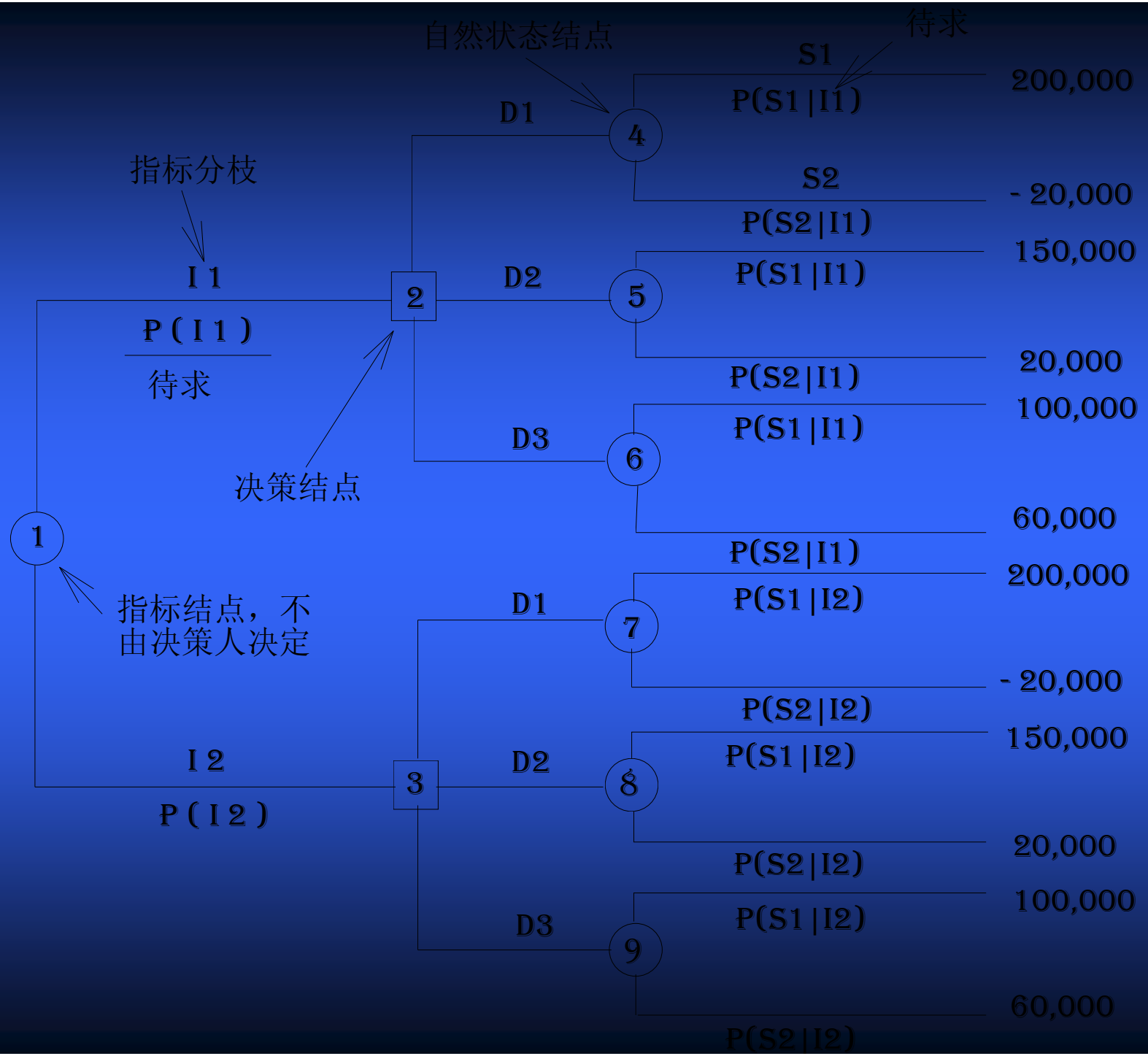
$$P(S_1) = 0.3, P(S_2) = 0.7, P(I_1 | S_1) = 0.8,$$

$$P(I_2 | S_1) = 0.2, P(I_1 | S_2) = 0.1, P(I_2 | S_2) = 0.9$$

要求：

$P(I_k)$ 和 $P(S_j | I_k)$ ($k = 1, 2$ $j = 1, 2$) 并加入决策树（下页）中，然后决策。





第四节 具有样本信息的决策分析

三、建立决策策略

3、计算

1) 求出 $P(I_k)$ 并填入决策树中

因为已知的数据都是以 S_j 为条件的，由全概率公式可得：

$$P(I_1) = P(I_1 \cap S_1) + P(I_1 \cap S_2) = P(I_1 | S_1)P(S_1) + P(I_1 | S_2)P(S_2)$$

一般公式：

$$P(I_k) = \sum_{j=1}^N P(I_k | S_j)P(S_j)$$

故 $P(I_1) = (0.8)(0.3) + (0.1)(0.7) = 0.31$

$$P(I_2) = (0.2)(0.3) + (0.9)(0.7) = 0.69。$$

第四节 具有样本信息的决策分析

三、建立决策策略

3、计算

2) 求出 $P(S_j | I_k)$ (**Bayes** 公式) 并填入决策树

类似可得:

$$P(S_1 | I_1) = \frac{P(I_1 S_1)}{P(I_1)} = \frac{P(I_1 | S_1)P(S_1)}{P(I_1)}$$

$$P(S_j | I_k) = \frac{P(I_k | S_j)P(S_j)}{P(I_k)} = \frac{\text{(调研可靠性)} \cdot \text{(主观判断)}}{\text{(调研结果)}}$$

所以, $P(S_1 | I_1) = 0.24/0.31 = 0.7742$

$$P(S_2 | I_1) = 0.07/0.31 = 0.2258$$

$$P(S_1 | I_2) = 0.087$$

$$P(S_2 | I_2) = 0.913。$$

第四节 具有样本信息的决策分析

三、建立决策策略

4、决策树决策——（自右向左）求三种结点处的 EMV 并填入

1) 求自然状态结点处的 EMV 并填入决策树

$$EMV(\text{结点4}) = 150,324$$

$$EMV(\text{结点5}) = 120,646$$

$$EMV(\text{结点6}) = 90,968$$

$$EMV(\text{结点7}) = -860$$

$$EMV(\text{结点8}) = 31,310$$

$$EMV(\text{结点9}) = 63,480。$$

有样本信息后的 EMV

第四节 具有样本信息的决策分析

三、建立决策策略

4、决策树决策——（自右向左）求三种结点处的EMV并填入

2) 求**决策结点**处的EMV并填入决策树

注意：决策结点是决策人可控制的结点，因为要追求最大利润，当然地

$$EMV(\text{结点} 2) = 150,324$$

$$EMV(\text{结点} 3) = 63,480$$

3) 求指标结点处的EMV并填入决策树

$$EMV(\text{结点} 1) = (0.31)(150,324) + (0.69)(63,480) = \mathbf{90,402}$$

即为使用了样本信息时最佳决策之期望值。

第四节 具有样本信息的决策分析

三、建立决策策略

4、决策树决策

4) 决策

若

营销调研报告： I_1

营销调研报告： I_2

则

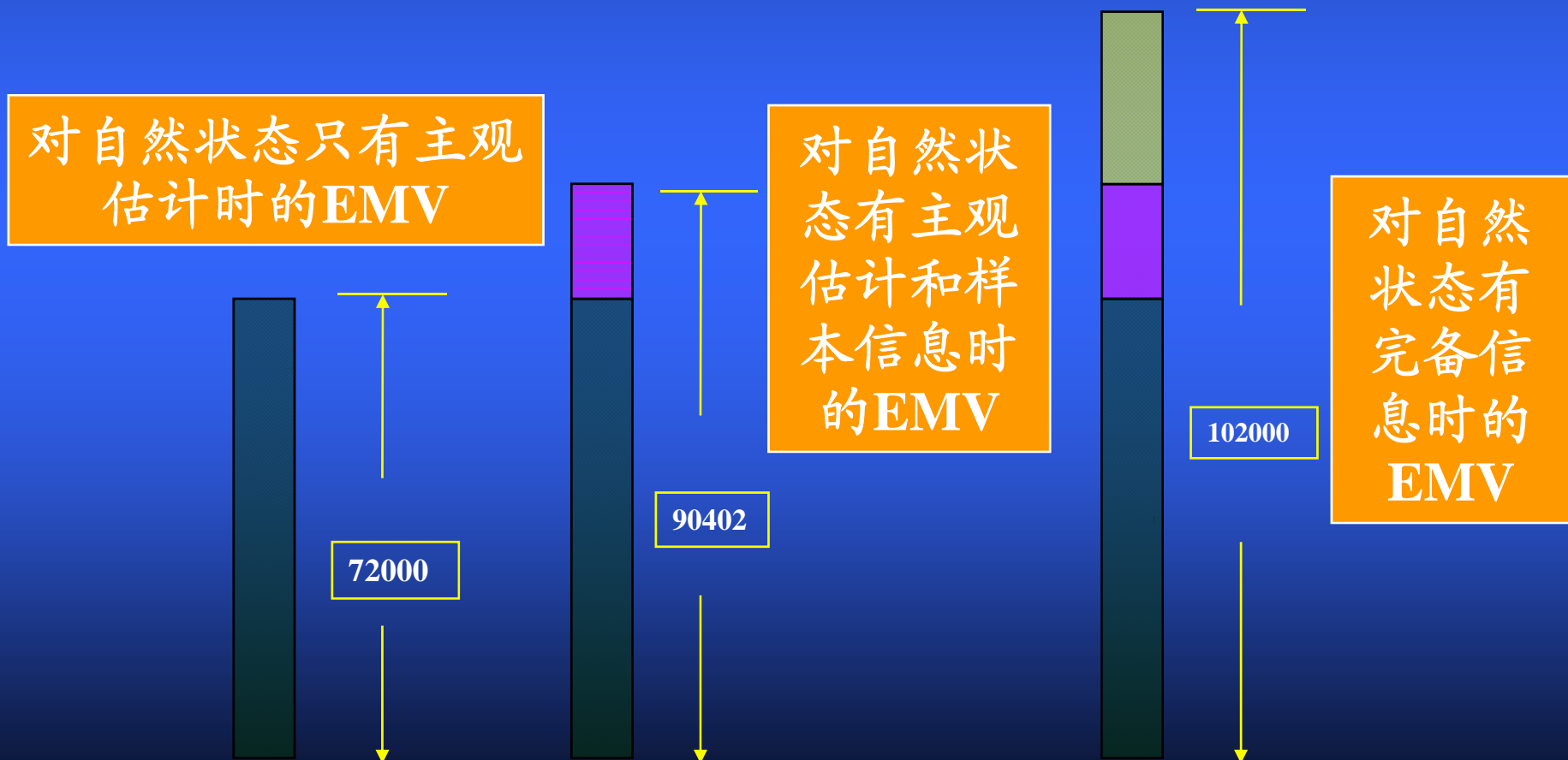
租借大型系统 d_1

租借小型系统 d_3

5) 说明：本例虽简单但说明了一种方法、在作决策思考时应遵循的“套路”：对大型的、复杂的决策问题，有这种经论证合适的“套路”，无疑会减少犯错可能。

第四节 具有样本信息的决策分析

四、样本信息的期望价值



第四节 具有样本信息的决策分析

四、样本信息的期望价值

1、意义

有样本信息时的决策： $I_1 - d_1$ ， $I_2 - d_2$ ，由于样本信息的获得有成本支出，就必须对其价值进行评估

2、EVSI (expected value of sample information)

试比较 $EVPI = EMV(\text{完备信息}) - EMV(\text{无信息})$

回忆： $EMV(\text{完备信息}) = 102,000$ ， $EMV(\text{无信息}) = 72,000$

故 $EVPI = 102,000 - 72,000 = \mathbf{30,000}$

则 **EVSI** = 有样本信息时最优决策期望值 - 没有样本信息时最优决策期望值 = $90,402 - 72,000 = \mathbf{18,402}$

即：PS 公司至多为营销调研支付 18402 元费用。

第四节 具有样本信息的决策分析

四、样本信息的期望价值

3、样本信息的有效性

完备信息：30,000 = EVPI，虽然现实中不可得，但若视其有效性为100%的话，

令：
$$E = EVSI / EVPI * 100\%$$

称为样本信息之**有效性**

本例子中，

$$E = (18402/30000) * 100\% = 61\%$$

说明：营销调研信息是完备信息 (理论上的) 有效性的 61%
若有效性高，就不必寻求其它信息源了，反之若有效性低，应放弃此调研转求其它信息源。

第四节 具有样本信息的决策分析

五、有关说明

1、自然状态很多时

如：对某新产品定价 (决策)，则应将潜在的**销售量**作为自然状态

但是，若将 0 — 200,000 个可能销售量均罗列出来作为考虑问题时的自然状态显然不现实

处理：视销售量为连续的 r. v.，服从 $N(100,000, 33,000^2)$
(或其他**对称**分布)，此处， $(200000 - 0) / 6 \approx 33,000$

但由于有关讨论与统计技术较密切，不展开了。

第四节 具有样本信息的决策分析

五、有关说明

2、损益值度量不现实时

当损益可以用货币值加以度量时，EMV 决策准则有效。但在许多情形下，货币值根本无法作为损益的基础，如：

- 1) 购买财产保险
- 2) 购买彩票
- 3) 处理：**效用分析**帮助决策。

The End of Chapter 13

