第四节 介质的电磁性质
Electromagnetic properties of the medium

徐永丽

山西大同大学物理与电子科学学院

2013.9.10

教学目标 (teaching objectives)

教学目标 (teaching objectives)

1. 介质;

教学目标 (teaching objectives)

1. 介质;
2. 介质的极化;

教学目标 (teaching objectives)

1. 介质;
2. 介质的极化;
3. 介质的磁化;

教学目标 (teaching objectives)

1. 介质;
2. 介质的极化;
3. 介质的磁化;
4. 介质中的麦克斯韦方程组;

教学目标 (teaching objectives)

1. 介质;
2. 介质的极化;
3. 介质的磁化;
4. 介质中的麦克斯韦方程组;

重点:电极化强度，磁化强度，麦克斯韦方程组

难点磁介质的磁化

1.介质的概

1.介质的概

- 概

1.介质的概

- 概

介质由分子组成。从电磁学观点看来，介质是一个带电粒子系统，其内部存在着不规则而又迅速变化的微观电磁场。

- 概

介质由分子组成。从电磁学观点看来，介质是一个带电粒子系统，其内部存在着不规则而又迅速变化的微观电磁场。

- 分类

1.介质的概

- 概

介质由分子组成。从电磁学观点看来，介质是一个带电粒子系统，其内部存在着不规则而又迅速变化的微观电磁场。

- 分类

①介质分子的正电中心和负电中心重合，没有电偶极矩。
②介质分子的正负电中心不重合，有分子电偶极矩，但因分子的无规则热运动，在物理小体积内的平均电偶极矩为零，故没有宏观上的电偶极矩分布。

1.介质的概

1.介质的概

- 介质的极化和磁化现象

1.介质的概

- 介质的极化和磁化现象

分子是电中性的。没有外场时，介质内部的宏观磁场为零。有外场时，介质中的带电粒子受到场的作用，正负电荷发生相对位移，有极分子的取向以及分子电流的取向呈现一定的规则性，这就是介质的极化和磁化现象。

由于极化和磁化，介质内部及表面出现宏观的电荷电流分布，即束缚电荷和磁化电流。宏观电荷电流反过来又激发起附加的宏观电磁场，从而叠加外场而得到介质内的总电磁场。

2.介质的极化

2.介质的极化

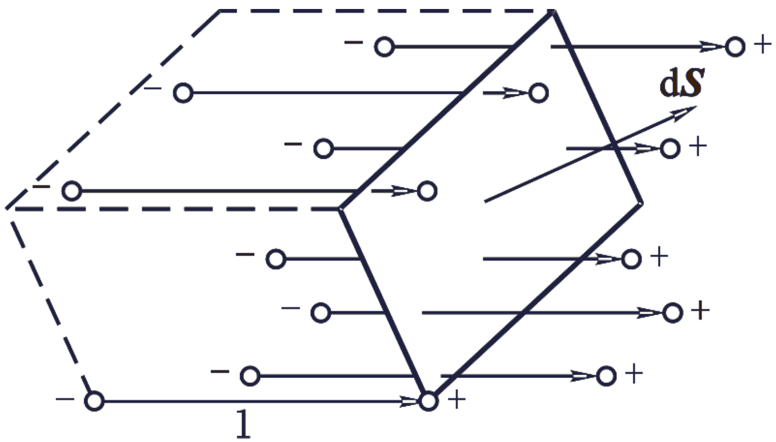
- 介质的极化

- 介质的极化

①电极化强度矢量P：在外场作用下，电介质内部出现宏观电偶极矩分布，用电极化强度矢量P描述。

$$\mathbf{P} = \frac{\sum \mathbf{p}_i}{\Delta V} \tag{1}$$

②束缚电荷密度ρ_P和电极化强度P之间的关系。

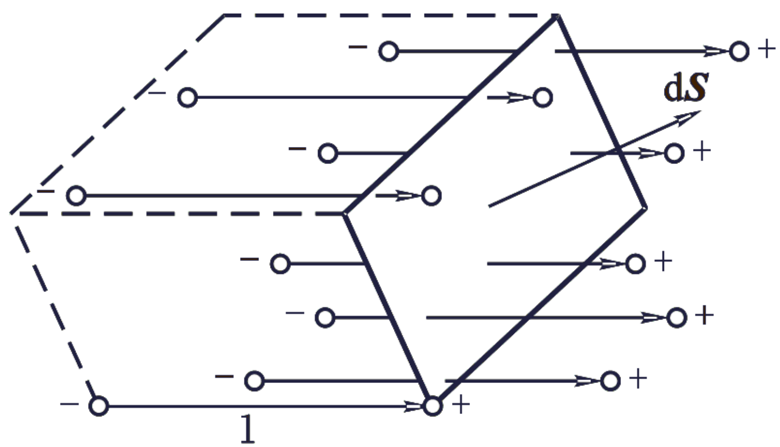


- 介质的极化

①电极化强度矢量P：在外场作用下，电介质内部出现宏观电偶极矩分布，用电极化强度矢量P描述。

$$\mathbf{P} = \frac{\sum \mathbf{p}_i}{\Delta V} \tag{1}$$

②束缚电荷密度ρ_P和电极化强度P之间的关系。



2.介质的极化

由图可知，当偶极子的负电荷处于体积$l \cdot dS$内时，同一偶极子的正电荷就穿出界面dS外边。

设单位体积内分子数为n，则穿出dS外面的正电荷为：$nq\mathbf{l} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = n\mathbf{p} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = \mathbf{P} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$

对包围区域V的闭合界面S积分，则由V 内通过界面S穿出去的正电荷为：$\oint_S \mathbf{P} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$

由于介质是电中性的，它也等于V 内净余的负电荷。即有$\int_V \rho_\mathrm{P} \mathrm{d}V = -\oint_S \mathbf{P} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$

把面积分化为体积分，可得上式的微分形式$\rho_\mathrm{P} = -\nabla \cdot \mathbf{P}$

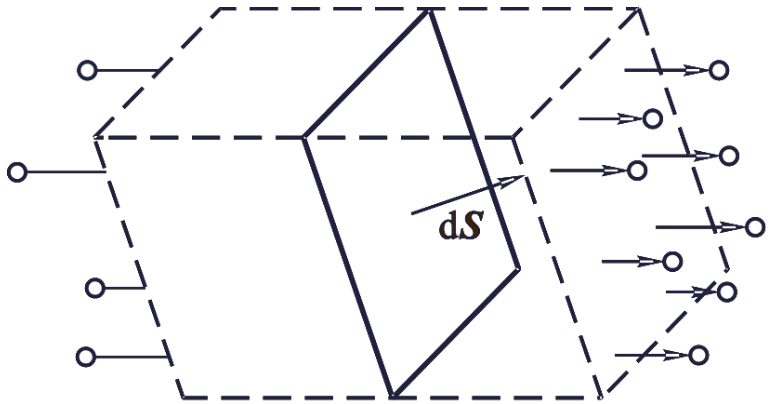
2.介质的极化

2.介质的极化

- 介质的极化

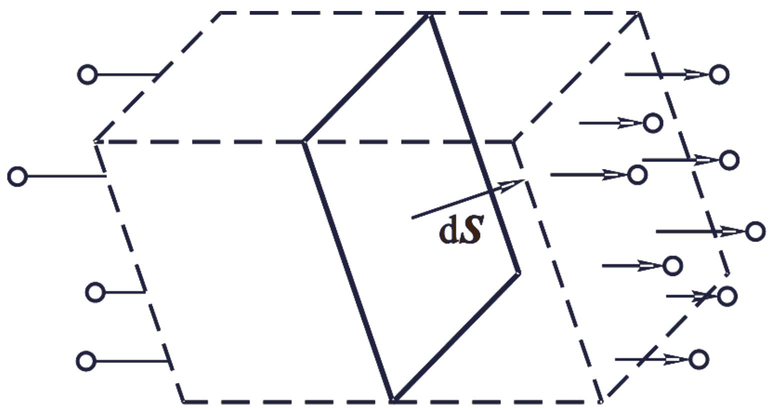
- 介质的极化

③两介质分界面上的束缚电荷的概念。



- 介质的极化

③两介质分界面上的束缚电荷的概念。



如图：由公式$nq\mathbf{l} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = n\mathbf{p} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = \mathbf{P} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$可知，通过薄层右侧面进入介质2的正电荷为$P_2 \cdot dS$，由介质1通过薄层左侧进入薄层的正电荷为$P_1 \cdot dS$，因此，薄层内出现的净余电荷为$(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2) \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$，

2.介质的极化

- 介质的极化

- 介质的极化

③两介质分界面上的束缚电荷的概念。
以σ_P表示束缚电荷面密度，有

$$\sigma_{\mathrm{P}} \mathrm{d}S = (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2) \cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2) \cdot \mathbf{n} \mathrm{d}S \quad (2)$$

$$\sigma_{\mathrm{P}} = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2) \quad (3)$$

n为分界面上由介质1指向介质2的法线。

2.介质的极化

2.介质的极化

- 介质与场的相互作用

- 介质与场的相互作用

①介质与场的作用是相互的.介质对宏观场的作用就是通过束缚电荷激发电场.因此,在麦氏方程中的电 荷密度包括 由电荷密度和束缚电荷密度,故有

$$\varepsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho_f + \rho_P \tag{4}$$

在实际问题中,束缚电荷不易受实验条件限制,我们可以将其消去,得:

$$\nabla \cdot (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) = \rho_f \tag{5}$$

引入电位移矢量D，定义为$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$ 可以得

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f$$

2.介质的极化

2.介质的极化

- 介质与场的相互作用

2.介质的极化

- 介质与场的相互作用

②D和E之间的实验关系

对于一般各向同性线性介质，极化强度和电场之间有简单的线性关系

$$\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E} \tag{6}$$

χ_e称为介质的极化率。

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E} \tag{7}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 \tag{8}$$

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e \tag{9}$$

3.介质的磁化

3.介质的磁化

- 磁化电流密度与磁化强度的引入

3.介质的磁化

- 磁化电流密度与磁化强度的引入

①宏观磁化电流密度$\mathbf{J}_M$

在没有外场时，介质不出现宏观电流分布，在外场作用下，分子电流出现有规则分布，形成了宏观电流密度$\mathbf{J}_M$

②磁化强度$\mathbf{M}$

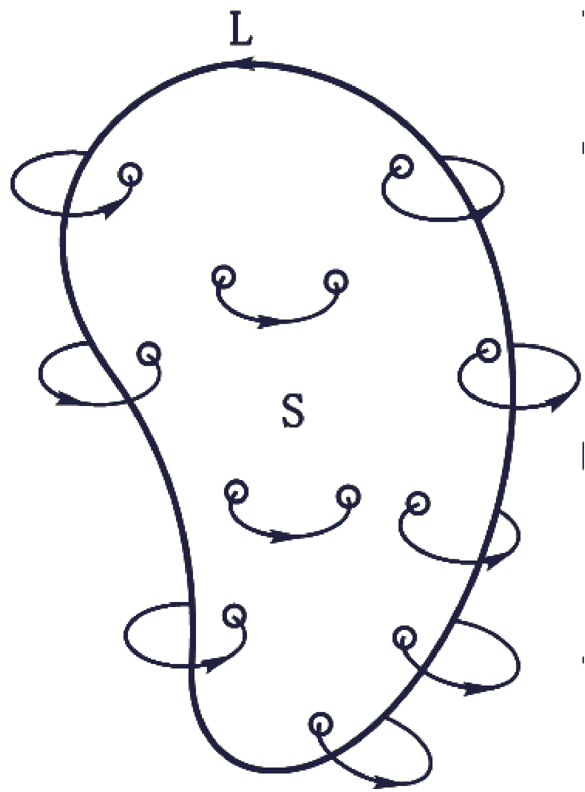
分子电流可以用磁偶极矩描述，把分子电流看作载有电流i的小线圈， 线圈面积为$\mathbf{a}$，则与分子电流相 的磁矩为$\mathbf{m} = i\mathbf{a}$， 介质磁化后， 出现宏观磁偶极矩分布， 用磁化强度$\mathbf{M}$，其定义为：$\mathbf{M} = \frac{\sum \mathbf{m}_i}{\Delta V}$

3.介质的磁化

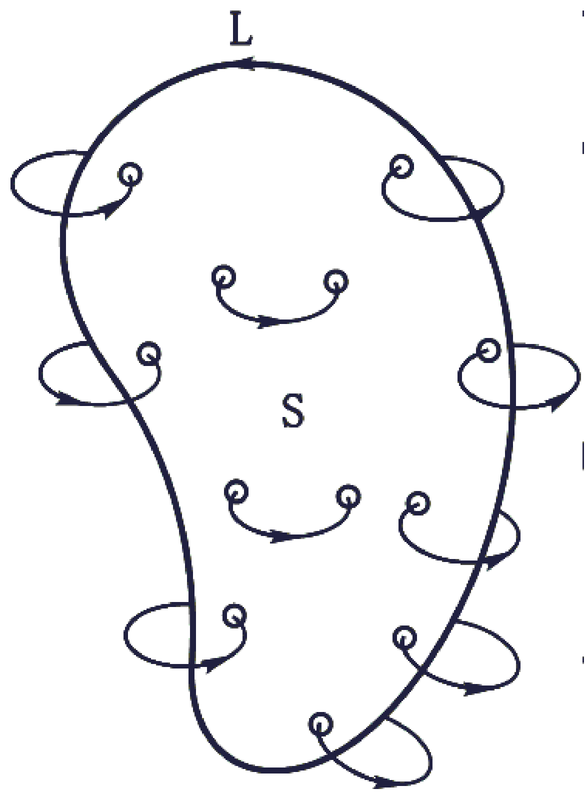
3.介质的磁化

- 磁化电流密度与磁化强度的关系

- 磁化电流密度与磁化强度的关系



- 磁化电流密度与磁化强度的关系



由图可见，若分子电流被边界线L链环着,这分子电流就对S的电流有贡献。在其他情形下,或者分子电流根本不通过S,或者从S背面流出来后再从前面流进,所以对I_M没贡献。

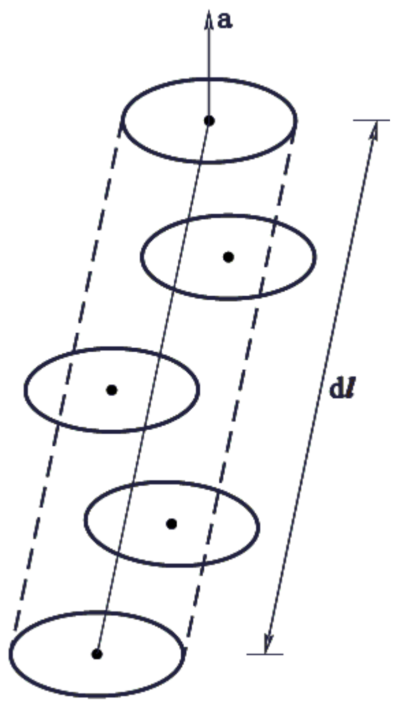
3.介质的磁化

3.介质的磁化

- 磁化电流密度与磁化强度的关系

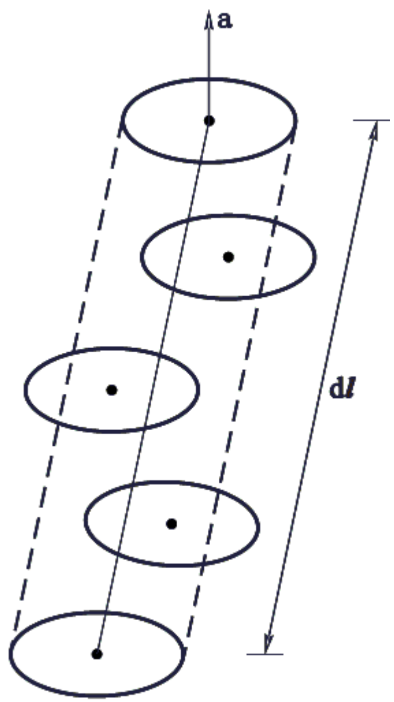
- 磁化电流密度与磁化强度的关系

因此,通过S的总磁化电流J_M等于边界线L所链环着的分子数目乘上每个分子的电流i。



- 磁化电流密度与磁化强度的关系

因此,通过S的总磁化电流J_M等于边界线L所链环着的分子数目乘上每个分子的电流i。



3.介质的磁化

3.介质的磁化

- 磁化电流密度与磁化强度的关系

- 磁化电流密度与磁化强度的关系

图示边界线L上的一个线元dl。设分子电流圈的面积为a.由图可见，若分子中心位于体积为$\mathbf{a}\cdot d\mathbf{l}$的柱体内，则该分子电流就被$dl$所穿过。因此，若单位体积分子数为$n$，则被边界线L链环着的分子电流数目为

$$\oint_L n\mathbf{a}\cdot \mathrm{d}\mathbf{l} \tag{10}$$

此数目乘上每个分子的电流i即得从S背面流向前面的总磁化电流

3.介质的磁化

3.介质的磁化

- 磁化电流密度与磁化强度的关系

- 磁化电流密度与磁化强度的关系

$$I_{\mathrm{M}} = \oint_L n i \mathbf{a} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = \oint_L n \mathbf{m} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = \oint_L \mathbf{M} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} \quad (11)$$

以$\mathbf{J}_M$表示磁化电流密度，有

$$\int_S \mathbf{J}_{\mathrm{M}} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = \oint_L \mathbf{M} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} \quad (12)$$

把线积分变为$\nabla \times \mathbf{M}$的面积分，由S的任意性可得微分形式

$$\mathbf{J}_{\mathrm{M}} = \nabla \times \mathbf{M} \quad (13)$$

3.介质的磁化

3.介质的磁化

- 极化电流$\mathbf{J}_P$

- 极化电流$\mathbf{J}_P$

①定义：当电场变化时，介质的极化强度P发生变化，这种变化产生另一种电流,称为极化电流。

②由$\mathbf{P}=\frac{\sum e_i\mathbf{x}_i}{\Delta V}$可得极化电流密度的表示式

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\sum e_i\mathbf{x}_i}{\Delta V}\right)=\frac{\sum e_i\mathbf{v}_i}{\Delta V}=\mathbf{J}_\mathrm{P} \tag{14}$$

式中x_i是V内每个带电粒子的位置，其电荷为e_i。

3.介质的磁化

3.介质的磁化

- 介质和磁场的相互作用

- 介质和磁场的相互作用

①介质与磁场是相互作用、相互制约的。介质对磁场的作用是通过诱导电流$\mathbf{J}_P + \mathbf{J}_M$激发磁场。因此，麦氏方程中的$\mathbf{J}$包括自由电流密度$\mathbf{J}_P$和介质内的诱导电流密度$\mathbf{J}_P + \mathbf{J}_M$在内，则在介质中的麦氏方程为

$$\frac{1}{\mu_0}\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{J}_\mathrm{f} + \mathbf{J}_\mathrm{M} + \mathbf{J}_\mathrm{P} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \qquad (15)$$

利用$\mathbf{J}_\mathrm{M} = \nabla \times \mathbf{M}, \mathbf{J}_\mathrm{P} = \partial \mathbf{P}/\partial t, \mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$得

$$\nabla \times \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}\right) = \mathbf{J}_\mathrm{f} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad (16)$$

3.介质的磁化

3.介质的磁化

- 介质和磁场的相互作用

- 介质和磁场的相互作用

引入磁场强度**H**，定义为$\mathbf{H}=\frac{\mathbf{B}}{\mu_0}-\mathbf{M}$

改写上式为

$$\nabla\times\mathbf{H}=\mathbf{J}_{\mathrm{f}}+\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \tag{17}$$

②**B**和**H**之间的实验关系

实验指出，对于各向同性非铁磁物质，磁化强度**M**和**H**之间有简单的线性关系$\mathbf{M}=\chi_{\mathrm{M}}\mathbf{H}$

χ_M称为磁化率。由此可得:

$$\mathbf{B}=\mu_0\mathbf{H}+\mu_0\mathbf{M}=\mu_0 1+\chi_{\mathrm{M}})\mathbf{H}=\mu_0\mu_r\mathbf{H}=\mu\mathbf{H} \tag{18}$$

Δ称为磁导率，μ_r为相对磁导率。

4.介质中的麦克斯韦方程组

4.介质中的麦克斯韦方程组

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\mathrm{f}} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{\mathrm{f}} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases} \tag{19}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0, \varepsilon_r = 1 + \chi_{\mathrm{e}} \tag{20}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \mu = \mu_r \mu_0, \mu_r = 1 + \chi_{\mathrm{M}} \tag{21}$$

对于导电介质$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$

4.介质中的麦克斯韦方程组

4.介质中的麦克斯韦方程组

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\mathrm{f}} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{\mathrm{f}} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases} \tag{22}$$

$$\sigma_{\mathrm{P}} = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2) \tag{23}$$

$$\rho_{\mathrm{P}} = -\nabla \cdot \mathbf{P} \quad \mathbf{J}_{\mathrm{M}} = \nabla \times \mathbf{M} \tag{24}$$