

采用弱攻角补偿与脱敏设计的火星进入段制导

龙 也^{1,2}, 刘一武^{1,2}

(1. 北京控制工程研究所, 北京 100190; 2. 空间智能控制技术重点实验室, 北京 100190)

摘 要: 为提升火星进入段存在多种扰动时的制导末端精度,在现有三自由度脱敏设计的基础上,提出针对大气密度及升阻力系数波动的弱攻角补偿方法。通过攻角调整,协调升、阻力加速度测量值相对理论计算值的偏离程度,使加权形式的偏离程度指标趋近于1,从而降低气动参数波动对制导精度的影响。相平面分析和反证法证明了攻角调整过程的稳定性。蒙特卡洛仿真结果表明,该方法可达到较高的纵向末端状态精度。

关键词: 火星进入段精确制导; 轨迹脱敏优化; 弱攻角补偿; 脱敏最优制导

中图分类号: V448.2 文献标识码: A 文章编号: 1000-1328(2016)03-0282-09

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2016.03.006

Mars Entry Guidance with Weak Attack Angle Compensation and Desensitization Design

LONG Ye^{1,2}, LIU Yi-wu^{1,2}

(1. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China;

2. Science and Technology on Space Intelligent Control Laboratory, Beijing 100190, China)

Abstract: To improve the terminal guidance accuracy of Mars entry in the presence of multiple disturbances, based on the existing desensitization design of three freedom degree, an attack angle compensation method is proposed to handle “atmospheric density fluctuation” and “lift/drag coefficient fluctuation”. The deviation degree of the actual lift and drag acceleration with respect to their theoretical values is coordinated properly through attack angle adjustment, with the aim of the weighted deviation degree indicator be approaching to 1. Thus the influence of aerodynamic parameter fluctuations on guidance accuracy is minimized. Phase plane analysis and proof by contradiction demonstrate the stability of the attack angle adjustment process. Monte-Carlo simulation results show that by using the proposed method a relatively high longitudinal terminal state accuracy is achieved.

Key words: Mars entry precise guidance; Trajectory desensitization optimization; Weak attack angle compensation; Desensitized optimal guidance

0 引 言

如何达到 0.1 km 定点着陆精度,是目前火星进入、下降和着陆(Entry, descent and landing, EDL)过程制导、导航与控制技术研究的热点^[1-2]。在 EDL 过程中,进入段是气动环境最恶劣、高度跨度最大,参数变化及不确定性最多的阶段^[1],其末端状态精度对实现精确着陆非常关键,研究影响该

阶段制导精度的具体因素及高精度鲁棒制导的实现途径具有重要意义^[2]。

引起进入段末端偏差的扰动来源主要包括进入状态偏差、大气密度波动及升阻力系数波动^[3]。针对进入状态偏差问题,文献[4]在分析反转逻辑对纵向脱敏方法^[5]制导精度影响的基础上提出三自由度脱敏设计,对进入状态偏差有较好的鲁棒性能,但尚未考虑大气密度及升阻力系数波动的影响,需

进一步改进。

首先,脱敏类制导方法^[5-8]的轨迹优化过程以状态敏感度传播方程为基础,很难进一步考虑系统对参数波动的敏感度,因此,“在目标函数中增加参数敏感度罚项,以获得对气动参数波动鲁棒的脱敏轨迹”较为困难。其次,脱敏方法存在“轨迹求解完成时控制律形式及增益即已确定”的特点,难以再采用反馈线性化+PID^[9]、非线性预测^[10]等阻力加速度剖面跟踪控制律抑制气动参数波动的影响。再次,“将气动参数波动带来的阻力加速度变化视为扰动,采用高增益^[11]、滑模^[12]等类型观测器进行扰动观测消除”的思路也存在一定问题,进入初期估计出的扰动量通常会远远超过控制输入权重,引起较长时间的持续控制饱和,使得脱敏设计对进入状态偏差的鲁棒性能明显降低。可见,由于脱敏方法的部分特殊性质,在不引入新的控制途径条件下,针对气动参数波动的改进较难实现。

本文在探测器具有一定攻角调整能力^[13-14]的前提下,针对大气密度及升阻力系数波动进行制导律改进研究。

1 预备知识

1.1 动力学模型

考虑自转影响和气动参数波动的三自由度火星进入段动力学方程如下:

$$\dot{r} = v \sin \gamma \quad (1)$$

$$\dot{v} = -D - g \sin \gamma \quad (2)$$

$$\dot{\gamma} = \left(\frac{v}{r} - \frac{g}{v} \right) \cos \gamma + \frac{L}{v} \cos \sigma + 2\omega_{\text{mrs}} \cos \lambda \sin \psi \quad (3)$$

$$\dot{s} = v \cos \gamma \quad (4)$$

$$\dot{\theta} = \frac{v \cos \gamma \sin \psi}{r \cos \lambda} \quad (5)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{v}{r} \cos \gamma \cos \psi \quad (6)$$

$$\dot{\psi} = \frac{v}{r} \sin \psi \cos \gamma \tan \lambda + \frac{L \sin \sigma}{v \cos \gamma} +$$

$$2\omega_{\text{mrs}} (-\cos \lambda \tan \gamma \cos \psi + \sin \lambda) \quad (7)$$

式中: r 为探测器到火星中心距离, v 为速度, γ 为航迹倾角, s 为航程, θ 为经度, λ 为纬度, ψ 为航迹方位角, ω_{mrs} 为火星自转角速度, $g = \frac{\mu}{r^2}$ 为探测器所

处位置的重力加速度, μ 为火星引力常数, σ 为倾侧角, L 和 D 分别为进入过程中的升力和阻力加速度:

$$L = \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{C_L S_{\text{ref}}}{m} \quad (8)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{C_D S_{\text{ref}}}{m} \quad (9)$$

式中: $\rho = \lambda_1 \rho_0$ 为火星大气密度, λ_1 为存在不确定性的 大气密度波动尺度因子, ρ 的标称值 $\rho_0 = \rho_s \exp[-(h/h_s)]$, $h = r - r_M$ 为所处位置高度, r_M 为火星半径, ρ_s 为火星表面大气密度, h_s 为火星大气尺度高度, S_{ref} 为探测器参考面积, m 为探测器质量, C_L 和 C_D 分别为气动升力和阻力系数:

$$C_L = \lambda_2 C_{L0}(\alpha) \quad (10)$$

$$C_D = \lambda_3 C_{D0}(\alpha) \quad (11)$$

式中: λ_2, λ_3 分别为存在不确定性的升力和阻力系数波动尺度因子, $\lambda_i > 0, i = 1, 2, 3$, $C_{L0}(\alpha), C_{D0}(\alpha)$ 分别为 C_L 和 C_D 的标称值。由文献[15]中针对火星探测器的气动特性分析结果可知, $C_{L0}(\alpha), C_{D0}(\alpha)$ 可采用如下简化模型近似描述:

$$C_{L0}(\alpha) = -\eta_1 \alpha \quad (12)$$

$$C_{D0}(\alpha) = \eta_2 \alpha + \varphi_2 \quad (13)$$

式中: α 为攻角, $\eta_1 > 0, \eta_2 > 0, \varphi_2 > 0$ 。

将 $\rho = \lambda_1 \rho_0$ 及式(10)、式(11)代入式(8)、式(9)有:

$$L = \frac{1}{2} \rho_0 v^2 \frac{\lambda_1 \lambda_2 C_{L0}(\alpha) S_{\text{ref}}}{m} = \lambda_1 \lambda_2 L_0(\alpha) \quad (14)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho_0 v^2 \frac{\lambda_1 \lambda_3 C_{D0}(\alpha) S_{\text{ref}}}{m} = \lambda_1 \lambda_3 D_0(\alpha) \quad (15)$$

式中: $L_0(\alpha), D_0(\alpha)$ 分别为采用标称气动参数计算得到的升力和阻力加速度理论值。因此,气动参数波动可采用等效的升阻力系数波动简化表示,相应尺度因子记为 $\lambda_2^* = \lambda_1 \lambda_2 > 0, \lambda_3^* = \lambda_1 \lambda_3 > 0$ 。

1.2 三自由度脱敏设计

三自由度脱敏设计中采用了三自由度动力学方程,但其目标函数中的敏感度罚项仍由纵向敏感度传播方程得出^[4],目标函数为:

$$J = J_1 + c_0 J_2 \quad (16)$$

式中: $J_1 = -h(t_f)$ 为开伞高度罚项, t_f 为末端时间, $c_0 \geq 0$ 为敏感度惩罚因子, J_2 为进入状态偏差敏感度罚项:

$$J_2 = \sum_{i=1}^4 \left(c_i \sqrt{\sum_{j=1}^4 S_{i,j}^2(t_f | t_0)} \right) \quad (17)$$

式中: $S_{i,j}(t_f | t_0)$ 为敏感度矩阵 $\mathbf{S}(t_f | t_0)$ 的第 i 行第 j 列个元素, $\mathbf{S}(t_f | t_0) = \frac{\partial \mathbf{x}(t_f)}{\partial \mathbf{x}(t_0)}$ 表示系统状态向量 $\mathbf{x} = [r, v, \gamma, s]^T$ 在 t_f 时刻值对初始值 $\mathbf{x}(t_0)$ 的敏感程度, $c_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4$ 为权重因子, 表示对各状态脱敏特性的注重程度。轨迹优化求解过程中 $\lambda_i = 1, i = 1, 2, 3, \alpha$ 为固定的标称配平攻角 $\alpha_0 < 0$ 。

2 针对气动参数波动的弱攻角补偿

2.1 弱攻角补偿策略

脱敏设计中标称轨迹是在标称气动参数和配平攻角 α_0 的条件下求解得到的。实际进入过程中气动参数相对标称值的偏离会对探测器的升阻力特性造成影响, 引起末端状态偏差。现有方法^[9] 通常通过跟踪固定的标称阻力加速度剖面来降低末端偏差, 而忽略升力特性偏离可能带来的影响。

由式(14)、式(15)可知, $\lambda_2^* = \frac{L}{L_0(\alpha)}, \lambda_3^* = \frac{D}{D_0(\alpha)}$ 。理想情况下, 为直接抑制气动参数波动的影响, 攻角调整应同时考虑升阻力特性偏离问题, 降低相对于标称轨迹的偏离程度, 使调整后的 L 、 D 与 $L_0(\alpha_0)$ 、 $D_0(\alpha_0)$ 一致。而实际过程中, 受探测器气动特性^[15] 限制, 攻角调整通常难以同时保证 L 、 D 与 $L_0(\alpha_0)$ 、 $D_0(\alpha_0)$ 接近。如 $\lambda_1 < 1, \lambda_2 = \lambda_3 = 1$ 时, $\lambda_2^*、\lambda_3^*$ 均小于 1, 调整前的 L 、 D 相对于 $L_0(\alpha_0)$ 、 $D_0(\alpha_0)$ 均偏小, 而由文献[15]可知, 攻角调整只能使 L 、 D 一项增大另一项减小, 无法使 L 、 D 与 $L_0(\alpha_0)$ 、 $D_0(\alpha_0)$ 同时接近。

基于以上认识, 本文综合考虑升阻力特性偏离的抑制问题, 定义加权形式的偏离程度指标:

$$A_{\text{dev}} = \frac{\lambda_{DL} D_0(\alpha_0)}{D} + \frac{(1 - \lambda_{DL}) L}{L_0(\alpha_0)} \quad (18)$$

式中: $0 \leq \lambda_{DL} \leq 1$ 为阻力加速度偏离调整权重。并提出如下弱攻角补偿策略:

$$C_D^{\text{cmd}}(t) = A_{\text{dev}} C_{D0}(\alpha(t)) \quad (19)$$

$$\alpha_c(t) = \text{sat}[C_{D0}^{-1}(C_D^{\text{cmd}}(t)); \alpha_{\min} + \varepsilon_1; \alpha_{\max} - \varepsilon_1] \quad (20)$$

$$\ddot{\alpha}_e(t) = -n_1 \ddot{\alpha}_{\max} \text{sgn}(\alpha_e(t) - \alpha_c(t) + \frac{\dot{\alpha}_e(t) | \dot{\alpha}_c(t) |}{(2q_1 \ddot{\alpha}_{\max})}) \quad (21)$$

式中: C_D^{cmd} 为阻力系数调整指令, $C_{D0}^{-1}(\cdot)$ 为 $C_{D0}(\cdot)$ 的反函数, α_c 为攻角调整目标指令, α_e 为交由姿态回路执行的实时攻角指令, $\alpha_e(0) = \alpha(0) = \alpha_0, \dot{\alpha}_e(0) = \dot{\alpha}(0) = 0, \varepsilon_1 > 0$ 为常值小量, $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数, $\alpha_{\max}、\alpha_{\min}、\ddot{\alpha}_{\max}$ 分别为 α 的最大最小限制值及最大加速度值, 考虑到攻角调整困难, 实际中 $\ddot{\alpha}_{\max}$ 取较小值, $n_1、q_1$ 为 $(0, 1]$ 范围可调参数, 用于保证 $\ddot{\alpha}_e$ 满足攻角调整能力约束, $q_1 = n_1 = 1$ 时式(21)即为 α_e 对 α_c 进行时间最优跟踪^[16] 的动态方程, $\text{sat}[\tau; \tau_{\min}; \tau_{\max}]$ 为饱和函数, 定义为:

$$\text{sat}[\tau; \tau_{\min}; \tau_{\max}] = \begin{cases} \tau_{\min}, & \tau \leq \tau_{\min} \\ \tau, & \tau_{\min} < \tau < \tau_{\max} \\ \tau_{\max}, & \tau \geq \tau_{\max} \end{cases} \quad (22)$$

上述方法的思路在于: 根据偏离程度指标 A_{dev} 调整目标攻角, 并结合实际调整能力给出实时攻角指令, 通过姿态回路的调整过程协调升阻力特性的偏离程度, 使偏离程度指标 A_{dev} 趋近于 1。以下进一步对攻角调整过程的稳定性进行分析。

2.2 稳定性分析

考虑到 $\alpha_e(0) = \alpha(0), \dot{\alpha}_e(0) = \dot{\alpha}(0)$ 且 $\ddot{\alpha}_e$ 满足调整能力约束, 为方便后文讨论, 提出如下假设:

假设 1. 进入过程中气动参数偏离程度不变, 即 λ_2^*, λ_3^* 为常值。

假设 2. 探测器姿态控制回路能使攻角 α 精确跟踪实时攻角指令 α_e , 即 $\alpha = \alpha_e$ 。

引理 1. 对于攻角调整范围和性能受束的探测器, 按式(19)~式(21)方法进行攻角调整时, 如果假设 1~2 成立且 $\alpha_{\min} < \alpha_0 < \alpha_{\max}, q_1 \leq n_1 \leq 1$, 则有 $\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$ 恒成立, 即 α 总满足调整范围约束。

证. 由假设 2 有 $\alpha = \alpha_e$, 攻角调整动态可写为如下形式:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = -n_1 r_\alpha \text{sgn}(s_k) \quad (23)$$

式中: $x_1 = \alpha, x_2 = \dot{\alpha}, r_\alpha = \ddot{\alpha}_{\max}, s_k = x_1 - \alpha_c + \frac{x_2 |x_2|}{2q_1 r_\alpha}$ 。假设 x_1 可以超过 α_{\max} , 则 $x_1 = \alpha_{\max}$ 时:

1) 若 $s_k < 0$, 由 $\alpha_{\max} - \alpha_c \geq \varepsilon_1$ 可知 $x_2 < 0$, 此时 x_1 不能超过 α_{\max} 。

2) 若 $s_k \geq 0, x_2 \leq 0, x_1$ 同样不能超过 α_{\max} 。

3) 若 $s_k \geq 0, x_2 > 0$, 此时 x_1 才能超过 α_{\max} 。

因此, $x_1 = \alpha_{\max}$ 时须有 $s_k \geq 0, x_2 > 0$, 才能使 x_1 超过 α_{\max} , 考虑到 $\alpha_{\max} - \alpha_c \geq \varepsilon_1$, 条件变为 $s_k \geq \varepsilon_1, x_2 > 0$ 。

记 $s_l = x_1 - \alpha_{\max} + \frac{x_2 |x_2|}{2q_1 r_\alpha}$, 则 $x_1 = \alpha_{\max}$ 时有 $s_l > 0$ 。而 $t = 0$ 时, 由 $x_1(0) < \alpha_{\max}, x_2(0) = 0$ 可知 $s_l(0) < 0$ 。可知 $s_l = 0$ 时需有 $\dot{s}_l > 0$ 才能使 $x_1 = \alpha_{\max}$ 时 $s_l > 0$ 成立, 由 s_l 定义有:

$$\dot{s}_l = x_2 - \frac{n_1}{q_1} \text{sgn}(s_k) |x_2| \quad (24)$$

又 $s_l = 0$ 时, $s_k = \alpha_{\max} - \alpha_c \geq \varepsilon_1$, 故

$$\dot{s}_l = x_2 - \frac{n_1}{q_1} |x_2| = |x_2| \left(\text{sgn}(x_2) - \frac{n_1}{q_1} \right) \leq 0 \quad (25)$$

与 $\dot{s}_l > 0$ 条件矛盾。

综上所述, x_1 不可能超过 α_{\max} , 同理可证 x_1 不可能小于 α_{\min} , 因此 $\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$ 恒成立。

定理 1. 对于进入过程中实际升阻力系数特性为式(10)、式(11), 且攻角调整范围和性能受束的探测器, 如果假设 1~2 成立, 且 $\alpha_{\min} < \alpha_0 < \alpha_{\max}, \alpha_{\min} > -\frac{\varphi_2}{2\eta_2}, \alpha_{\max} \leq 0$, 则针对气动参数波动采用式(19)~式(21)方法进行补偿时, 参数 q_1, n_1, λ_{DL} 按如下原则选取可保证攻角调整过程收敛, 即 α 收敛到某一常值:

$$1) \lambda_{DL} = 1 \text{ 时} \quad q_1 \leq n_1 \leq 1 \quad (26)$$

$$2) 0 \leq \lambda_{DL} < 1 \text{ 时}$$

$$\left[1 + \varepsilon_2 + (1 - \lambda_{DL}) \frac{\varphi_2 \Psi(\lambda_2^*)}{-\alpha_0 \eta_2} \right] q_1 < n_1 \leq 1 \quad (27)$$

式中: $\varepsilon_2 > 0$ 为常量, $\Psi(\lambda_2^*)$ 为 λ_2^* 的已知上界。

证. 首先, 讨论 $\lambda_{DL} = 1$ 时的情况。由式(11)、式(13)、式(15)及式(19)可得:

$$\begin{aligned} C_D^{\text{cmd}}(t) &= \frac{D_0(\alpha_0)}{D} C_{D0}(\alpha) = \\ &= \frac{C_{D0}(\alpha_0)}{\lambda_1 \lambda_3 C_{D0}(\alpha)} C_{D0}(\alpha) = \\ &= \frac{1}{\lambda_3^*} (\eta_2 \alpha_0 + \varphi_2) \end{aligned} \quad (28)$$

代入式(20)有:

$$\begin{aligned} \alpha_c(t) &= \text{sat} \left[C_{D0}^{-1} \left(\frac{1}{\lambda_3^*} (\eta_2 \alpha_0 + \varphi_2) \right); \alpha_{\min}; \alpha_{\max} \right] = \\ &= \text{sat} \left[\frac{\eta_2 \alpha_0 + \varphi_2}{\lambda_3^* \eta_2} - \frac{\varphi_2}{\eta_2}; \alpha_{\min}; \alpha_{\max} \right] \end{aligned} \quad (29)$$

可见 α_c 不变, 此时攻角动态为跟踪固定值的过程。由于 $q_1 \leq n_1 \leq 1$ 成立, 由相平面分析易知 α 收敛到 α_c 。以 $q_1 = n_1 = 1$ 为例, 记 α_c 为 p_1 , 假设 $p_1 > \alpha_0$, 则以 p_1 为参考点, α 的相轨迹如图 1 所示。

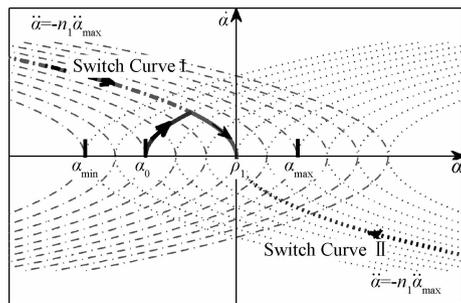


图 1 $\lambda_{DL} = 1$ 时 α 的相轨迹图

Fig. 1 Phase trajectory of α when $\lambda_{DL} = 1$

显然充分时间后 α 将收敛到 p_1 , 即收敛于常值。当 α_c 不饱和时, 将式(29)代入式(15)可知 D 将收敛于 $D_0(\alpha_0)$ 。

其次, 讨论 $0 \leq \lambda_{DL} < 1$ 时的情况。将式(10)~式(15)代入式(19)得:

$$\begin{aligned} C_D^{\text{cmd}}(t) &= \left[\frac{\lambda_{DL} D_0(\alpha_0)}{D} + \frac{(1 - \lambda_{DL}) L}{L_0(\alpha_0)} \right] C_{D0}(\alpha) = \\ &= \left[\frac{\lambda_{DL} C_{D0}(\alpha_0)}{\lambda_1 \lambda_3 C_{D0}(\alpha)} + \frac{(1 - \lambda_{DL}) \lambda_1 \lambda_2 C_{L0}(\alpha)}{C_{L0}(\alpha_0)} \right] \cdot \\ C_{D0}(\alpha) &= \frac{\lambda_{DL} (\eta_2 \alpha_0 + \varphi_2)}{\lambda_3^*} + \\ &= \frac{(1 - \lambda_{DL}) \lambda_2^*}{\alpha_0} (\eta_2 \alpha^2 + \varphi_2 \alpha) \end{aligned} \quad (30)$$

可见, 此时攻角调整目标值 α_c 与 α 相关, 攻角调整过程中 α_c 会持续变化。以下按照 α_c 可能的不同情况, 分三部分证明攻角调整过程收敛: 1) α_c 持续处于饱和状态; 2) α_c 持续处于不饱和状态; 3) α_c 可能在饱和与不饱和状态之间切换。

1) α_c 持续饱和时, 攻角动态与 $\lambda_{DL} = 1$ 时类似, 同样为跟踪固定值的过程, α 收敛到 α_c 。

2) α_c 持续不饱和时, 将式(30)代入式(20)有:

$$\alpha_c(t) = \frac{\lambda_{DL} (\eta_2 \alpha_0 + \varphi_2)}{\eta_2 \lambda_3^*} - \frac{\varphi_2}{\eta_2} +$$

$$\frac{(1 - \lambda_{DL})\lambda_2^*}{\alpha_0\eta_2}(\eta_2\alpha^2 + \varphi_2\alpha) \quad (31)$$

代入式(23)得:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -n_1 r_\alpha \operatorname{sgn}\left(x_1 - A + B(\eta_2 x_1^2 + \varphi_2 x_1) + \frac{x_2 |x_2|}{2q_1 r_\alpha}\right) \end{cases} \quad (32)$$

式中:

$$A = \frac{\lambda_{DL}(\eta_2\alpha_0 + \varphi_2)}{\eta_2\lambda_3^*} - \frac{\varphi_2}{\eta_2}, B = \frac{(1 - \lambda_{DL})\lambda_2^*}{-\alpha_0\eta_2} > 0。$$

定义

$$V_1 = \frac{1}{2}s_m^2 \quad (33)$$

式中: $s_m = x_1 - A + B(\eta_2 x_1^2 + \varphi_2 x_1) + \frac{x_2 |x_2|}{2q_1 r_\alpha}$, 则

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= s_m \dot{s}_m = s_m \left[x_2 + B(2\eta_2 x_1 + \varphi_2)x_2 + \frac{|x_2| \dot{x}_2}{q_1 r_\alpha} \right] = \\ &= s_m \left[x_2 + B(2\eta_2 x_1 + \varphi_2)x_2 - \frac{|x_2| |n_1 r_\alpha \operatorname{sgn}(s_m)|}{q_1 r_\alpha} \right] = \\ &= s_m \left\{ [1 + B(2\eta_2 x_1 + \varphi_2)]x_2 - \frac{n_1}{q_1} |x_2| \operatorname{sgn}(s_m) \right\} = \\ &= |s_m| |x_2| \left\{ [1 + B(2\eta_2 x_1 + \varphi_2)] \cdot \right. \\ &\quad \left. \operatorname{sgn}(x_2) \operatorname{sgn}(s_m) - \frac{n_1}{q_1} \right\} \end{aligned} \quad (34)$$

由 $\alpha_{\min} > -\frac{\varphi_2}{2\eta_2}$, $\alpha_{\max} \leq 0$ 及引理1可知:

$$2\eta_2 x_1 + \varphi_2 > 0, x_1 \leq 0 \quad (35)$$

又 $B > 0$, 因此

$$1 + B(2\eta_2 x_1 + \varphi_2) > 1 \quad (36)$$

由式(27)可得:

$$(1 - \lambda_{DL}) \frac{\varphi_2 \Psi(\lambda_2^*)}{-\alpha_0 \eta_2} < \frac{n_1}{q_1} - (1 + \varepsilon_2) \quad (37)$$

又 $x_1 \leq 0$, 故:

$$(1 - \lambda_{DL}) \frac{(2\eta_2 x_1 + \varphi_2)\lambda_2^*}{-\alpha_0 \eta_2} < \frac{n_1}{q_1} - (1 + \varepsilon_2) \quad (38)$$

即:

$$1 + B(2\eta_2 x_1 + \varphi_2) < \frac{n_1}{q_1} - \varepsilon_2 \quad (39)$$

结合式(36)、式(39)可知:

$$|1 + B(2\eta_2 x_1 + \varphi_2)| < \frac{n_1}{q_1} - \varepsilon_2 \quad (40)$$

代入式(34), 可知:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq |s_m| |x_2| \left[|1 + B(2\eta_2 x_1 + \varphi_2)| - \frac{n_1}{q_1} \right] \leq \\ &= -\varepsilon_2 |x_2| |s_m| \end{aligned} \quad (41)$$

由式(41)可知 s_m 具有如下两个特性:

(1) s_m 不会异号;

(2) 一旦任意时刻 $s_m = 0$ 则之后 s_m 恒为 0, 即 s_m 收敛于 0。

为方便讨论, 假定 $s_m(0) < 0$, 并假设 t_1 时刻仍有 $s_m(t_1) < 0$, 则 t_1 时刻之前 $s_m < 0$ 必然一直成立。由 $x_2(0) = 0$ 及式(32)可知 $x_2(t_1) = n_1 r_\alpha t_1$ 。假设 s_m 不收敛于 0, 即 $s_m < 0$ 恒成立, 则由式(32)可知, $t \geq t_1$ 时恒有 $x_2(t) \geq n_1 r_\alpha t_1$ 成立, 代入式(41)可得:

$$\dot{V}_1 \leq -\varepsilon_2 n_1 r_\alpha t_1 |s_m|, \forall t \geq t_1 \quad (42)$$

可见 s_m 有限时间收敛于 0, 与假设矛盾。因此 s_m 收敛于 0, 且必为有限时间收敛。此时, 由 s_m 定义可知:

$$x_1 - A + B(\eta_2 x_1^2 + \varphi_2 x_1) + \frac{x_2 |x_2|}{2q_1 r_\alpha} = 0 \quad (43)$$

记 $s_q = -x_1 + A - B(\eta_2 x_1^2 + \varphi_2 x_1)$, 则由式(43)可知 $x_2^2 \operatorname{sgn}(x_2) = 2q_1 r_\alpha s_q$ 。由于 $x_2^2 \geq 0$, $2q_1 r_\alpha > 0$, $\operatorname{sgn}(x_2)$ 必与 $\operatorname{sgn}(s_q)$ 一致, 前式可改写为:

$$x_2^2 = 2q_1 r_\alpha s_q \operatorname{sgn}(s_q) = 2q_1 r_\alpha |s_q| \quad (44)$$

故 $|x_2| = \sqrt{2q_1 r_\alpha |s_q|}$ 。再次利用 $\operatorname{sgn}(x_2) = \operatorname{sgn}(s_q)$ 可得: $x_2 = \operatorname{sgn}(s_q) \sqrt{2q_1 r_\alpha |s_q|}$, 代入式(32)有:

$$\dot{x}_1 = \operatorname{sgn}(s_q) \sqrt{2q_1 r_\alpha |s_q|} \quad (45)$$

定义

$$V_2 = \frac{1}{2}s_q^2 \quad (46)$$

则 $\dot{V}_2 = s_q \dot{s}_q = s_q [-\dot{x}_1 - B(2\eta_2 x_1 \dot{x}_1 + \varphi_2 \dot{x}_1)]$, 将式(45)代入可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -s_q [1 + B(2\eta_2 x_1 + \varphi_2)] \operatorname{sgn}(s_q) \cdot \\ &= -|s_q| \sqrt{2q_1 r_\alpha |s_q|} [1 + B(2\eta_2 x_1 + \varphi_2)] \cdot \\ &= -\sqrt{2q_1 r_\alpha} |s_q|^{\frac{3}{2}} \leq -\sqrt{2q_1 r_\alpha} |s_q|^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \quad (47)$$

故 s_q 有限时间内收敛于 0, 结合式(32)、式(43)可

知 x_1, x_2 均有限时间收敛, x_2 收敛于 0, x_1 收敛于常值 C_x , 且有:

$$C_x - A + B(\eta_2 C_x^2 + \varphi_2 C_x) = 0 \quad (48)$$

可知:

$$C_x = \frac{-(B\varphi_2 + 1) + \sqrt{(B\varphi_2 + 1)^2 + 4B\eta_2 A}}{2B\eta_2} \quad (49)$$

式(48)的另一解不满足式(35), 因此忽略。

类似的, $s_m(0) \geq 0$ 时相应结论同样成立。故 α_c 不饱和时, x_1, x_2 均有限时间收敛, 且 x_2 收敛于 0, x_1 收敛于 C_x 。

3) 对于 α_c 可能在饱和与不饱和状态之间切换的情况讨论如下: α_c 不饱和时, 由前文可知 s_m 有限时间收敛于 0, 且收敛过程不异号。为方便讨论假定 $s_m(0) < 0$, 则由式(32)及 $x_2(0) = 0$ 可知, s_m 收敛到 0 之前有 $x_2 > 0, s_q > 0, \forall t > 0$ 成立。而 s_m 收敛到 0 后, 由式(47)可知 s_q 有限时间收敛到 0, 且收敛过程不异号, 故有 $s_q \geq 0, x_2 \geq 0$ 成立。因此, $s_m(0) < 0$ 时 $x_2 \geq 0$ 恒成立, x_1 不减, α_c 不增。类似的, $s_m(0) > 0$ 时 x_1 不减, α_c 不减, $s_m(0) = 0$ 时 x_1 不增不减, α_c 不增不减。可见, α_c 一旦进入不饱和状态就不会再回到饱和, 最多出现一次由饱和至不饱和状态的切换, 可排除 α_c 在两种状态之间来回变化导致调整过程不收敛的可能性。

综上所述, 任意情况下攻角调整过程都将最终收敛。

3 仿真分析

本文中脱敏轨迹的设计采用文献[4]方法, 求解过程考虑了相关过程和末端状态约束以及倾侧角动态。此外, 弱攻角补偿策略中使用的标称气动模型由文献[15]中气动数据拟合得到, 仿真中进一步考虑了攻角调整速率约束并限制在较小范围内。

3.1 仿真参数

表1~表3给出部分关键参数, 其它详见文献[4]和文献[15]。

3.2 对照测试与蒙特卡洛仿真

为校验弱攻角补偿策略的有效性, 本文对不采用和采用补偿 ($\lambda_{DL} = 0.9523$) 的情况进行对照测试, 并分析 λ_{DL} 的不同取值对补偿效果的影响。

表1 控制及过程参数

Table 1 Control and process parameters

参数	数值
最大倾侧角, σ_{\max}	180°
最大倾侧角速度, $\dot{\sigma}_{\max}$	20(°)/s
最大倾侧角加速度, $\ddot{\sigma}_{\max}$	5(°)/s ²
标称配平攻角, α_0	-16.1°
最小攻角, α_{\min}	-25°
最大攻角, α_{\max}	0°
最大攻角速度, $\dot{\alpha}_{\max}$	0.08726(°)/s
最大攻角加速度, $\ddot{\alpha}_{\max}$	0.035(°)/s ²
气动模型参数, η_2	0.018
气动模型参数, φ_2	1.7
最大过载, n_{\max}	105 m/s ²
最大动压, q_{\max}	15 kPa
最大热流率, \dot{Q}_{\max}	680 kW/m ²
最大开伞点动压, $q_{f\max}$	750 Pa

表2 单次对照测试参数

Table 2 Simulation parameters corresponding to single comparative test

参数	数值
$r(t_0)$	+0.13 km
$v(t_0)$	-60 m/s
$s(t_0)$	-0.15 km
λ_1	+10%
λ_2	+5%
λ_3	+5%

表3 蒙特卡洛仿真参数

Table 3 Monte-Carlo simulation parameters

参数	不确定性分布	
	范围(3 σ)	类型
$r(t_0)$	±0.5 km	正态分布
$v(t_0)$	±100 m/s	正态分布
$s(t_0)$	±0.5 km	正态分布
λ_1	±10%	正态分布
λ_2	±5%	正态分布
λ_3	±5%	正态分布

1) 在特定进入状态偏差及气动参数偏离条件下进行单次对照测试。图2为采用补偿时的攻角变化曲线, 图3为升阻力特性偏离程度指标 A_{dev} 的变化曲线, 图4为倾侧角余弦剖面的对照情况, 表4为

末端状态偏差的对照情况。图2表明采用补偿时 α 与 α_c 会持续相向运动,直至相等并收敛于相同值。图3表明攻角调整过程时长接近100 s,较为缓慢,但调整过程能使 A_{dev} 持续下降并最终收敛到1。图4表明无攻角补偿情况下倾侧角余弦剖面与标称剖面较为接近,但表4说明,采用弱攻角补偿时末端高度、航程及纵向偏差会显著降低。

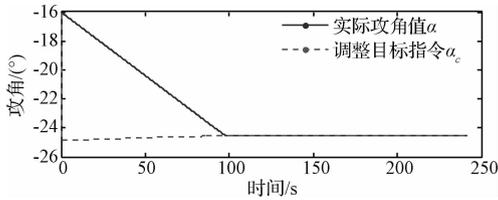


图2 采用弱攻角补偿时的攻角变化曲线

Fig. 2 Attack angle trajectory when using weak attack angle compensation

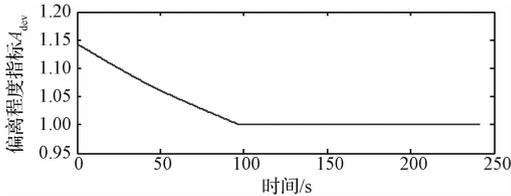


图3 采用弱攻角补偿时 A_{dev} 变化曲线

Fig. 3 A_{dev} trajectory when using weak attack angle compensation

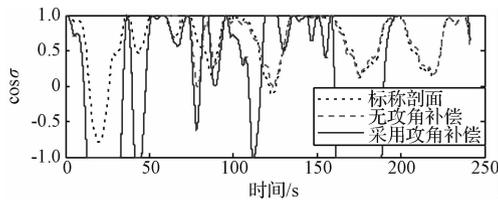


图4 不同情况下倾侧角余弦剖面对照

Fig. 4 Bank angle cosine value profile comparison corresponding to different situations

表4 不同情况下末端状态偏差对照

Table 4 Terminal state error comparison corresponding to different situations

参数名称	无攻角补偿	采用攻角补偿
高度偏差/km	1.424	-0.192
速度偏差/($m \cdot s^{-1}$)	-6.298	7.165
航程偏差/km	-14.039	-0.073
纵向偏差/km	-13.920	0.007
横向偏差/km	3.077	-1.315

棒性进行测试。图5为不采用攻角补偿时末端状态偏差的分布情况,图6为采用弱攻角补偿时的分布情况。表5中给出不同情况下各状态偏差均值与均方差的数值对照。

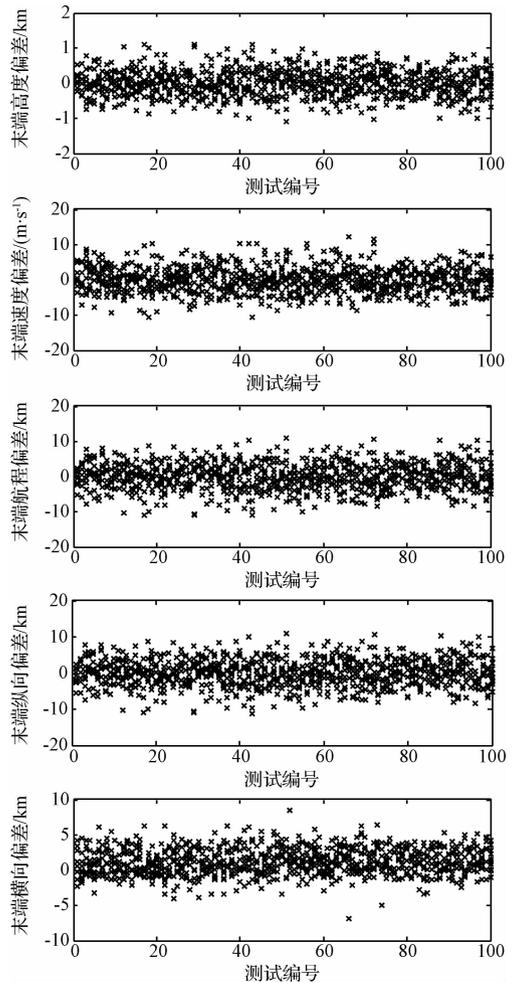


图5 无攻角补偿时的蒙特卡洛测试结果

Fig. 5 Monte-Carlo test results when attack angle compensation is forbidden

表5 不同情况下末端状态偏差统计数据

Table 5 Terminal state error statistics corresponding to different situations

参数名称	无攻角补偿		采用攻角补偿	
	均值	均方差	均值	均方差
高度偏差/km	-0.001	0.366	0.009	0.054
速度偏差/($m \cdot s^{-1}$)	-0.015	3.573	-0.517	3.206
航程偏差/km	0.021	3.701	0.029	0.209
纵向偏差/km	0.019	3.694	0.013	0.309
横向偏差/km	1.213	1.851	0.631	3.727

2) 采用蒙特卡洛仿真对不同情况下的制导鲁

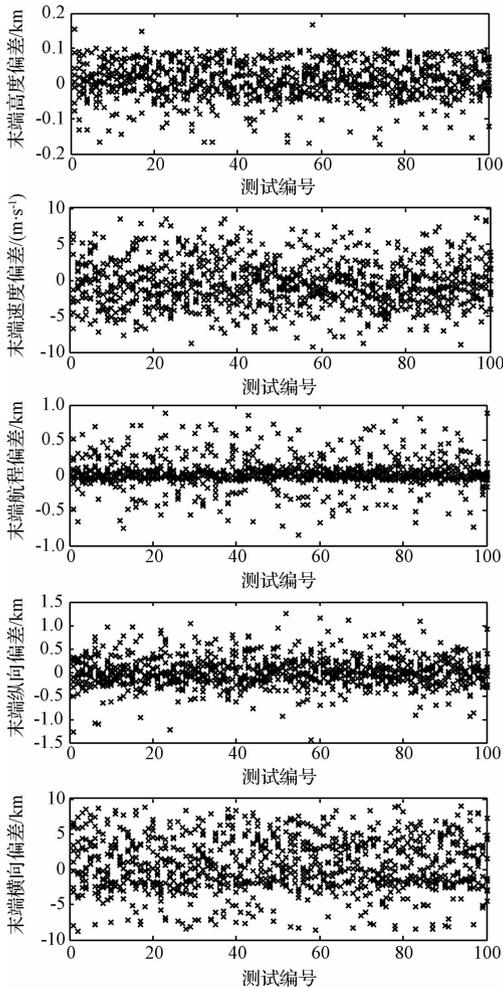


图6 采用弱攻角补偿时的蒙特卡洛测试结果
Fig.6 Monte-Carlo test results when using weak attack angle compensation

图5表明不采用攻角补偿时末端高度偏差 ± 1.2 km,速度偏差 ± 15 m/s,航程偏差 ± 12 km,纵向偏差 ± 12 km,横向偏差 ± 8.5 km。图6表明采用弱攻角补偿时末端高度偏差 ± 0.2 km,速度偏差 ± 10 m/s,航程偏差 ± 1 km,纵向偏差 ± 1.5 km,横向偏差 ± 10 km。表5表明两种情况下末端速度偏差的均方差相近,采用攻角补偿时高度、航程及纵向偏差的均方差比不采用补偿时明显减小。

3)采用蒙特卡洛仿真对采用弱攻角补偿时不同 λ_{DL} 下的制导鲁棒性进行测试。表6中给出不同 λ_{DL} 取值下末端航程偏差的均方差。

表6表明 λ_{DL} 的取值对最终的补偿效果影响明显, $\lambda_{DL} = 0.9523$ 时制导鲁棒性相对较好,说明阻力特性偏离的抑制较为重要,但一定程度上综合考虑升力特性偏离的抑制可取得更好效果。

表6 不同 λ_{DL} 取值时的末端航程偏差均方差
Table 6 Terminal range error mean square deviation corresponding to different λ_{DL} values

λ_{DL}	均方差/km
0.9	0.724
0.95	0.291
0.9523	0.209
1.0	0.659

4 结论

三自由度脱敏设计对进入状态偏差鲁棒,但对气动参数波动较为敏感。本文在探测器具有一定攻角调整能力的前提下对现有设计进行改进,提出弱攻角补偿策略。仿真结果表明该方法可有效抑制气动参数波动的影响,实现较高的纵向末端状态精度,但横向偏差抑制能力较弱,有待进一步研究。

参 考 文 献

[1] Braun R D, Manning R M. Mars exploration entry, descent and landing challenges [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2007, 44 (2) : 310 - 323.

[2] 崔平远, 胡海静, 朱圣英. 火星精确着陆制导问题分析与展望[J]. 宇航学报, 2014, 35 (3) : 245 - 253. [Cui Ping-yuan, Hu Hai-jing, Zhu Sheng-ying. Analysis and prospect of guidance aspects for Mars precision landing [J]. Journal of Astronautics, 2014, 35 (3) : 245 - 253.]

[3] 李爽, 彭玉明, 陆宇平. 火星 EDL 导航、制导与控制技术综述与展望[J]. 宇航学报, 2010, 31 (3) : 621 - 627. [Li Shuang, Peng Yu-ming, Lu Yu-ping. Review and prospect of Mars EDL navigation guidance and control technologies [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31 (3) : 621 - 627.]

[4] 龙也, 刘一武. 火星进入段纵向脱敏局限性分析与三自由度脱敏设计[J]. 宇航学报, 2015, 36 (8) : 861 - 868. [Long Ye, Liu Yi-wu. Limitation analysis of longitudinal desensitize method for Mars entry phase and three degree of freedom desensitize design [J]. Journal of Astronautics, 2015, 36 (8) : 861 - 868.]

[5] Li S, Peng Y M. Mars entry trajectory optimization using DOC and DCNLP [J]. Advances in Space Research, 2011, 47 (3) : 440 - 452.

[6] Shen H J, Hans S, Richard W P. Desensitizing the pin-point landing trajectory on Mars [C]. AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit, Honolulu, Hawaii, August 18 - 21, 2008.

[7] Seywald H, Kumar R R. Desensitized optimal trajectories [J]. Advances in the Astronautical Sciences, 1996, 93 (1) : 103 - 115.

- [8] Seywald H. Desensitized optimal trajectories with control constraints [J]. *Advances in the Astronautical Sciences*, 2003, 114 737 – 743.
- [9] Tu K Y, Munir M S, Mease K D, et al. Drag-based predictive tracking guidance for Mars precision landing [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, 23(4) : 620 – 628.
- [10] Guo M W, Wang D Y. Guidance law for low-lift skip reentry subject to control saturation based on nonlinear predictive control [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2014, 37: 48 – 54.
- [11] Yan H, He Y Z. Drag-tracking guidance for entry vehicles without drag rate measurement [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2015, 43: 372 – 380.
- [12] Talole S E, Benito J, Mease K D. Sliding mode observer for drag tracking in entry guidance [C]. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, Hilton Head, USA, March 2001.
- [13] Laffleur J M, Cerimele C J. Angle of attack modulation for Mars entry terminal state optimization [C]. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, Chicago, USA, 2009.
- [14] Atkins B M, Queen E M. Internal moving Mass actuator control for Mars entry guidance [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2015, 52(5) : 1294 – 1310.
- [15] 吕俊明, 程晓丽, 王强. 火星科学实验室气动特性数值分析 [J]. *力学与实践*, 2013, 35(1) : 31 – 35. [Lv Jun-ming, Cheng Xiao-li, Wang Qiang. Numerical aerodynamic analysis of Mars science laboratory [J]. *Mechanics in Engineering*, 2013, 35(1) : 31 – 35.]
- [16] 董景新. 现代控制理论与方法概论 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2007: 209 – 215.

作者简介:

龙也(1990-),男,博士生,主要研究方向为航天器制导、导航与控制。

通信地址:北京市海淀区中关村南三街16号(100190)

电话:(010)68778543

E-mail: 513106661@qq.com

(编辑:曹亚君)