

文章编号: 1000-4750(2016)04-0144-06

基于 RSAPS 平台的隔震单元模型

李忠献, 高 营, 李 宁

(天津大学滨海土木工程结构与安全教育部重点实验室, 天津 300072)

摘 要: 为实现对隔震支座力学特性的精细化模拟, 基于前期建立的结构精细化模拟分析平台 RSAPS, 结合可以考虑水平双向耦合作用的 Bouc-Wen 模型和考虑竖向刚度变化的双弹簧模型, 开发了隔震单元分析模块。该模块采用重叠面积法确定给定侧向位移下的临界荷载; 根据支座是否具有各项同性特性, 选取相应的加卸载判断条件。应用该模块分别模拟分析了铅芯橡胶支座双向位移控制试验、双向激励振动台试验和缩尺隔震桥梁振动台试验, 结果表明, 基于 RSAPS 平台所开发的隔震单元模块, 可以有效模拟隔震支座的静、动力特性, 且具有较高的计算效率, 可进一步应用于隔震桥梁的地震响应分析。

关键词: 隔震支座; Bouc-Wen 模型; 双弹簧模型; 水平双向耦合作用; 竖向刚度变化; 模拟平台

中图分类号: U442.5 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.09.0768

RSAPS-BASED ISOLATION ELEMENT MODEL

LI Zhong-xian, GAO Ying, LI Ning

(Key Laboratory of Coast Civil Structure Safety of Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: To simulate the mechanical properties of seismic isolation bearings precisely, an isolation element model is developed based on the previously-built RSAPS simulation platform. The model combines the Bouc-Wen model that considers bi-lateral coupling effect with the two-spring model that considers vertical stiffness variation. The critical load at a given lateral displacement is determined using the overlapping area method. The loading/unloading condition is chosen depending on the isotropic behavior of the isolation bearing. A bi-lateral displacement-controlled test, a shaking table test of lead-rubber bearings under bi-lateral seismic excitations and a shaking table test of a scaled isolated bridge are simulated using the proposed model on RSAPS. The results show that the static and dynamic behavior of seismic isolation bearings can be simulated with high computational efficiency by the proposed model on RSAPS. The model can be applied to analyses of the seismic response of isolated bridge structures.

Key words: seismic isolation bearing; Bouc-Wen model; two-spring model; bi-lateral coupling effect; vertical stiffness variation; simulation platform

在近 20 年来发生地大地震中, 桥梁结构的震害十分严重。通过对桥梁震害研究发现, 墩柱的损伤破坏是地震中桥梁震害的一种主要形式^[1]。然而, 只依靠桥墩的强度不足以保证桥梁的安全。隔震设施的出现为桥梁抗震设计提供了一种新的方法, 其有效性已得到国内外学者验证^[2-7]。作为一种常用

的隔震体系, 铅芯橡胶支座由于其良好的稳定性、耐久性, 受到了国内外学者的青睐。铅芯橡胶支座的精细化模拟分析模型主要有等效线性化模型^[8]、双线性模型^[8]、塑性模型^[9-10]和 Bouc-Wen 模型^[9-10]。其中, Bouc-Wen 模型能够准确模拟铅芯橡胶支座两个水平方向上恢复力的耦合效应, 较为

收稿日期: 2014-09-13; 修改日期: 2015-03-18

基金项目: 国家“973”计划课题项目(2011CB013603, 2011CB013606); 国家自然科学基金项目(91315301, 51427901, 51378341)

通讯作者: 李忠献(1961—), 男, 安徽省人, 长江学者特聘教授, 博士, 博导, 从事结构工程与防灾减灾研究(E-mail: zxli@tju.edu.cn).

作者简介: 高 营(1986—), 男, 天津市人, 博士生, 从事工程结构抗震研究(E-mail: tjugaoying@163.com);

李 宁(1981—), 男, 山西省人, 副教授, 博士, 从事工程结构抗震研究(E-mail: neallee@tju.edu.cn).

真实地反映水平双向荷载作用下铅芯橡胶支座的恢复力特性；且易于在商业有限元软件中实现，从而得到广泛应用。

现阶段，采用 Bouc-Wen 模型对铅芯橡胶支座进行数值模拟，主要应用 SAP2000、MAC 等软件。对于双向 Bouc-Wen 模型一般采用 Park 等的改进形式，然而，该模型违背了圆形支座的各项同性假定，而 Casciati 提出的改进模型则可以很好的模拟这一特性；另外，现有有限元软件中虽然可以模拟支座水平方向的特性，但对于竖向特性则通常采用刚度不变的线性弹簧模拟，不能考虑竖向刚度随侧向位移增大而减小的特性^[11]；最后，现有软件中往往不能考虑临界荷载的变化效应。铅芯橡胶隔震支座的临界荷载并不是固定的，而是随着支座侧向位移的增大而减小^[12]。如果不考虑临界荷载的这种变化，在一定程度上将会高估隔震支座的承载能力，这对于桥梁设计是非常危险的。

本文基于课题组前期开发的结构精细化模拟分析平台 RSAPS(原名 FENAP^[13])，将两种水平双向耦合的 Bouc-Wen 模型与考虑竖向刚度变化的双弹簧模型相结合，并考虑临界荷载的变化效应，开发了隔震单元分析模块。同时，应用 RSAPS 平台分别模拟了铅芯橡胶支座双向位移加载试验、双向激励下的振动台试验和缩尺隔震桥梁振动台试验，并将计算结果与试验结果进行对比分析，以验证所开发 RSAPS 平台隔震单元分析模块进行静、动力分析的有效性。

1 LRB(铅芯橡胶支座)隔震单元模型

LRB 隔震单元(如图 1 所示)在水平方向采用双向耦合的 Bouc-Wen 模型。1986 年 Park 提出双向 Bouc-Wen 模型^[14]，1989 年 Casciati 提出了另一种改进形式^[15]。为了考虑支座的粘滞阻尼的特性，在恢复中加入阻尼项，双向 Bouc-Wen 模型在中 x 方向和 y 方向的恢复力符合如下关系^[16]：

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \alpha k_b \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} + (1-\alpha)F_y \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} + c_b \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中： F_1 和 F_2 分别为铅芯橡胶支座 x 方向和 y 方向的恢复力； Z_1 和 Z_2 分别是 x 方向和 y 方向的滞回位移； U_1 和 U_2 分别表示铅芯橡胶支座在 x 方向和 y 方向的相对位移； α 为屈服后刚度与屈服前刚度的比值，即硬化比； k_b 和 c_b 分别为铅芯橡胶支座的初始刚度和粘滞阻尼。

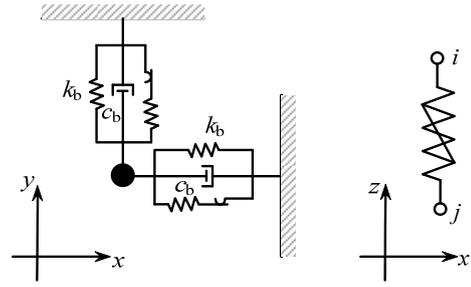


图 1 LRB 隔震单元模型

Fig.1 LRB isolation element model

对于 Park 模型和 Casciati 模型，铅芯橡胶支座滞回位移分量 Z_1 和 Z_2 分别满足式(2)、式(3)中耦合的非线性一阶微分方程：

$$U_y \begin{bmatrix} \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} \quad (2a)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} A - \beta \operatorname{sgn}(\dot{U}_1 Z_1) Z_1^2 - \gamma Z_1^2 \\ -\beta \operatorname{sgn}(\dot{U}_1 Z_1) Z_1 Z_2 - \gamma Z_1 Z_2 \\ -\beta \operatorname{sgn}(\dot{U}_2 Z_2) Z_1 Z_2 - \gamma Z_1 Z_2 \\ A - \beta \operatorname{sgn}(\dot{U}_2 Z_2) Z_2^2 - \gamma Z_2^2 \end{bmatrix} \quad (2b)$$

$$U_y \begin{bmatrix} \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} \quad (3a)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} A - \beta \operatorname{sgn}(\dot{U}_1 Z_1 + \dot{U}_2 Z_2) Z_1^2 - \gamma Z_1^2 \\ -\beta \operatorname{sgn}(\dot{U}_1 Z_1 + \dot{U}_2 Z_2) Z_1 Z_2 - \gamma Z_1 Z_2 \\ -\beta \operatorname{sgn}(\dot{U}_1 Z_1 + \dot{U}_2 Z_2) Z_1 Z_2 - \gamma Z_1 Z_2 \\ A - \beta \operatorname{sgn}(\dot{U}_1 Z_1 + \dot{U}_2 Z_2) Z_2^2 - \gamma Z_2^2 \end{bmatrix} \quad (3b)$$

式中： U_y 为铅芯橡胶支座的屈服位移； A 、 γ 和 β 是控制铅芯橡胶支座恢复力-位移滞回环形状和大小的参数，一般分别取为 1、0.5、0.5； sgn 为符号函数。

非对角矩阵 \mathbf{G} 体现了铅芯橡胶支座在两个正交方向恢复力的耦合作用，如果在两个正交方向分别用二维模型进行分析，这种耦合作用将会被忽略。

Park 模型比较易于编程实现，被广泛应用于商业软件中，如 SAP2000。Park 模型和 Casciati 模型的区别在于加卸载条件的判断不同，Park 模型采用符号函数 $\operatorname{sgn}(\dot{U}_i Z_i)$ ， $i=1, 2$ 。这使得双向的加卸载条件并不耦合，违反了圆形支座的各向同性假定；而 Casciati 模型采用符号函数 $\operatorname{sgn}(\dot{U}_1 Z_1 + \dot{U}_2 Z_2)$ 进行加卸载判断，可以满足各向同性假定。对于单向加载情况，二者完全一致。本文分别在 RSAPS 平台中开发了 Park 模型单元和 Casciati 模型单元，对

于圆形支座采用 Casciati 模型模拟, 而方形支座则采用 Park 模型模拟。

在竖直方向上, 为了考虑铅芯橡胶支座竖向刚度随着侧向位移的增大而减小的特性, 采用 Koh 和 Kelly 提出的双弹簧模型^[11,17], 其关系如下:

$$\frac{K_v}{K_{v0}} = \frac{1}{1 + \frac{3A\Delta^2}{I\pi^2}} \quad (4)$$

式中: K_v 为铅芯橡胶支座的竖向刚度; K_{v0} 为铅芯橡胶支座的初始竖向刚度(没有侧向位移时); A 为除去铅芯部分的支座面积; I 为除去铅芯部分的绕弱轴的惯性矩; Δ 为侧向位移值。

支座竖向力与位移的关系表示为:

$$F_v = K_v \cdot U_v \quad (5)$$

在竖直方向上采用可以考虑刚度变化的双弹簧模型, 考虑水平方向与竖直方向的耦合作用, 使得对于支座竖向位移的模拟更加准确。

支座在使用过程中可能发生失稳破坏。当支座所受竖向荷载超过其临界荷载时, 认为支座已发生破坏。铅芯橡胶隔震支座的临界荷载并不是固定的, 而是随着支座侧向位移的增大而减小。侧向位移作用下圆形支座的重叠面积如图 2 所示。在给定的侧向位移下采用重叠面积法^[18]确定临界荷载为:

$$P'_{cr} = \frac{A_t}{A_b} P_{cr} \quad (6)$$

式中: P'_{cr} 为铅芯橡胶支座考虑侧向位移影响的临界荷载; A_t 为支座上下截面重叠部分面积; A_b 为铅芯橡胶支座的截面面积; P_{cr} 为铅芯橡胶支座没有侧向位移时的临界荷载。

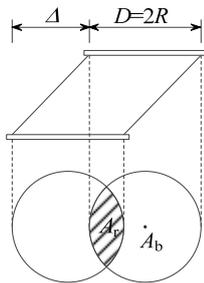


图 2 圆形支座重叠面积图

Fig.2 Illustration of overlapping area of circular bearings

2 单元内部实现

对于微分方程式(2)和式(4)采用 4 阶 Runge-Kutta 格式进行求解。在每个增量步中都需求出相应的 Z_1 和 Z_2 进而得到每步的恢复力。将第 i 与第

$i+1$ 增量步之间分成 n 等份, 已知 $Z(i)$ 通过迭代得到 $Z(i+1)$, 其中 $Z(0)=0$ 。迭代过程如下:

$$Z_1(n+1) = Z_1(n) + \frac{h}{6}(K_1 + K_2 + K_3 + K_4) \quad (7a)$$

$$Z_2(n+1) = Z_2(n) + \frac{h}{6}(L_1 + L_2 + L_3 + L_4) \quad (7b)$$

式中: $Z(n)$ 和 $Z(n+1)$ 分别为第 n 和第 $n+1$ 迭代步对应的 Z 值; $h = \Delta t/n$ 为每个迭代步的时间间隔; K_i 、 L_i , $i=1\sim 4$, 为 Runge-Kutta 格式中的变量。

微分方程式(2)和式(4)中包含速度项, 求解过程中需要考虑每个迭代步中速度变化的影响, 从而得到更为准确的结果。采用 Newmark- β 法, 取 $\beta=1/6$ 求解各迭代步的速度。表示如下:

$$\dot{U}(t) = \dot{U}_i + \ddot{U}_i(t-t_i) + \frac{\ddot{U}_{i+1} - \ddot{U}_i}{2\Delta t}(t-t_i)^2 \quad (8)$$

式中: $\dot{U}(t)$ 表示 t 时刻的速度; \dot{U}_i 为第 i 增量步的速度; \ddot{U}_i 和 \ddot{U}_{i+1} 分别为第 i 和第 $i+1$ 增量步的加速度; t_i 为第 i 增量步的起始时刻; Δt 为增量步的时间间隔。

在计算过程中的每个增量步都对当前时刻、竖向荷载值和临界荷载值进行输出, 用于判断支座在整个分析过程中是否失效, 以及相应的失效时刻。

3 模拟分析

对相关文献中的静、动力试验应用基于 ABAQUS 所开发的 RSAPS 平台隔震单元模块进行模拟分析, 以验证所开发隔震单元模块进行静、动力分析的有效性。

3.1 位移控制静力试验模拟

为了验证所开发单元对双向耦合作用模拟的准确性, 以及研究 Casciati 模型和 Park 模型的区别, 对文献[10]中铅芯橡胶支座双向位移控制力学性能试验进行模拟分析。位移控制曲线为 ∞ 形曲线。图 3 和图 4 分别为试验结果和采用 Casciati 模型、Park 模型和未考虑双向耦合作用模型的模拟结果。对比发现, 在 x 方向上, 采用 Casciati 模型和 Park 模型的模拟结果与试验结果基本一致, 而未考虑耦合作用的模拟结果与试验结果相差较大。位移曲线在 x 方向完成一次循环, 而在 y 方向上则完成两次循环。由于 Park 模型并未满足各向同性假定, y 方向上两次达到最大位移时, x 方向上位移方向相反, 使得两次循环结果并未完全重合; 而 Casciati 模型两次循环结果完全重合。通过图 4(c)中不同模型的模拟

结果与图 3(c)试验结果对比可更为直观地发现考虑双向耦合作用的必要性以及 Park 模型和 Casciati 模型的区别。综合分析得出结论: Casciati 模型和 Park 模型均可以很好地考虑支座水平双向耦合作用, 其中 Casciati 模型可以满足各项同性假定更为适合对圆形支座力学特性的模拟; 本文开发的隔震单元模块在静力分析中可以满足模拟精度要求并且具有较高的计算效率。

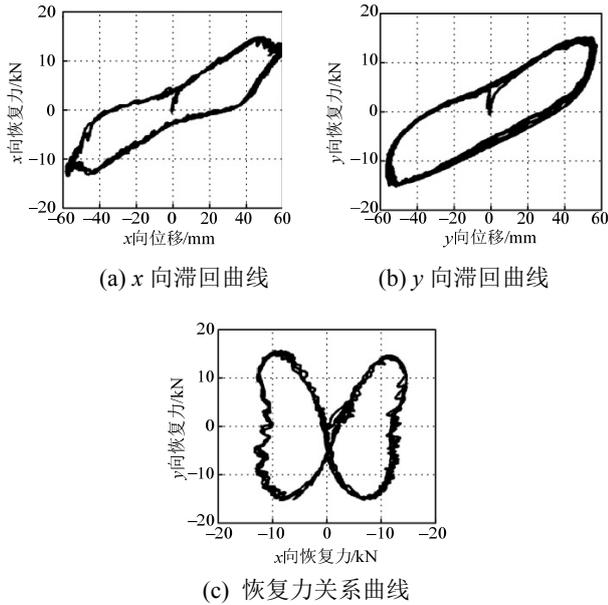


图 3 双向位移控制试验结果^[10]

Fig.3 Results of experimental tests controlled by bi-directional displacement^[10]

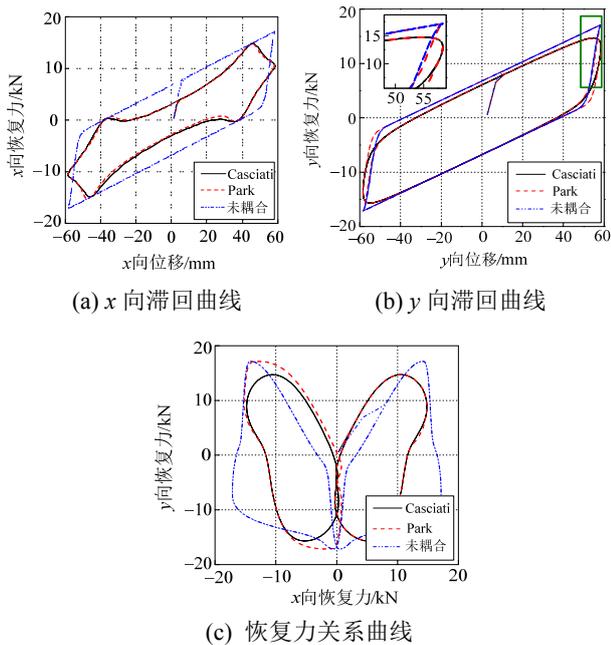


图 4 不同模型模拟结果

Fig.4 Simulation results by different models

3.2 振动台试验模拟

对文献[10]中振动台双向激励试验进行模拟。该试验为一质量为 29483.50 kg 的刚性体由 4 个铅芯橡胶隔震支座支撑, 如图 5 所示。支座直径为 177.8 mm, 铅芯直径为 29.97 mm, 橡胶层总厚度为 86.87 mm, 钢板层总厚度为 34.29 mm; 支座屈服前刚度为 1.53 kN/mm, 屈服位移为 2.54 mm, 屈服后刚度为 0.17 kN/mm。由于试验主要对隔震支座力学性能进行研究, 所以对于上部结构的变形并未考虑。本文中采用刚性梁单元对上部结构进行模拟, 4 个圆形支座采用 RSAPS 平台的隔震单元(Casciati 模型)进行模拟。加载时, 选用 Sylmar 台站记录的 Northridge 地震记录, 时间相似比为 $1/\sqrt{5}$, x 方向和 y 方向地震波峰值分别为 0.183 g 和 0.165 g。

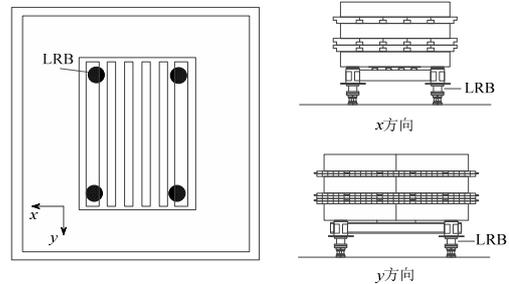


图 5 振动台试验示意图

Fig.5 Schematic diagram of shaking table test

图 6 给出了文献中的试验结果和本文中采用 Casciati 模型的模拟结果。对比发现, 当支座位移较小时, 试验结果中铅芯橡胶支座表现出了耗能特性, 而模拟结果表明支座处于弹性状态; 而当支座位移较大时, 模拟结果与试验结果较为一致, 滞回曲线较为饱满。对比 x 方向滞回曲线, 可以看出, 本文所采用模型模拟的滞回曲线与试验结果较为接近; 在 y 方向上, 由于产生支座的位移相对较小, 支座基本处于弹性状态, 模拟结果与试验结果基本吻合。无论在 x 方向还是 y 方向上, 模拟得到的支座位移与恢复力与试验结果基本一致, 表明本文开发的隔震单元可以较好地模拟试验结果, 验证了 RSAPS 平台隔震单元模块进行动力分析的有效性。

支座在零侧向位移时的竖向刚度为 91.4 kN/mm, 在整个加载过程中支座竖向刚度的最小值为 33.4 kN/mm, 对应的竖向位移为 2.18 mm, 如果不考虑刚度变化则竖向位移保持为 0.79 mm。可以看出支座竖向刚度随侧向位移变化显著, 如果不考虑竖向刚度变化效应, 将大大高估竖向刚度, 难以得到准确的竖向位移。临界荷载与竖向荷载时程曲线

如图 7 所示, 支座在零侧向位移时的临界荷载为 305.77 kN, 在整个加载过程中, 由于侧向位移的增大, 临界荷载值最小减小到 85.08 kN, 比支座在同一时刻承受的竖向荷载 72.87 kN 略大(由于未考虑竖向地震动作用, 支座承受竖向荷载波动很小), 支座未发生破坏。可以看出, 在加载过程中临界荷载会大大减小, 如果不考虑其变化将在很大程度上高估支座的承载能力, 导致对支座破坏与否产生错误的判断, 可能导致严重后果。

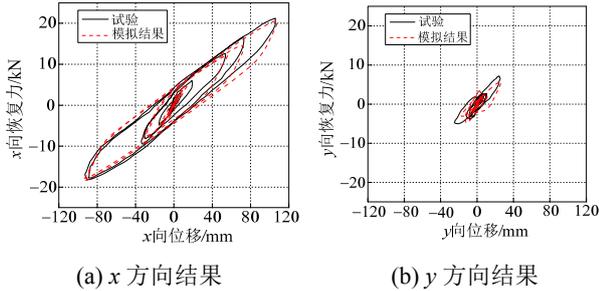


图 6 支座力-位移关系曲线: 试验结果与模拟结果
Fig.6 Load-displacement relationship for bearings: Experimental and simulation results

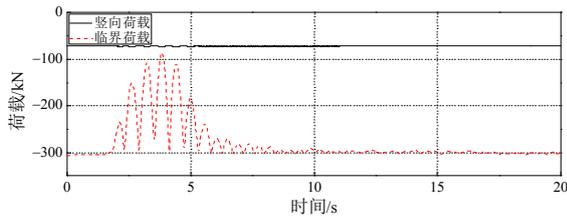


图 7 临界荷载与竖向荷载时程曲线
Fig.7 Time history of vertical load and critical load

3.3 隔震桥梁振动台试验模拟

对文献[19]中一座两跨隔震连续梁桥模型振动台试验进行模拟分析。模型桥梁墩高为 1 m, 桥面为 2.4 m 长的刚性梁。桥墩和上部结构采用型钢制作而成, 上部结构另设计附加质量块, 使得上部结构总质量为 9 t。共设置 6 个方形铅芯橡胶支座 (LRB), 支座边长为 90 mm, 中心孔径(铅芯)为 16 mm, 橡胶层总厚度为 27 mm, 钢板层总厚度为 12 mm; 支座屈服前刚度为 1.52 kN/mm, 屈服位移为 0.98 mm, 屈服后刚度为 0.21 kN/mm。图 8 为振动台试验示意图。对上部结构采用刚性梁单元模拟, 桥台则认为完全刚性, 桥墩采用梁单元模拟。地震记录采用文献中 Chi-Chi3 地震波, 观测地点为 CHY015, 时间相似比为 $1/\sqrt{10}$, x、y、z 方向地震波峰值分别调整为 0.40 g、0.32 g 和 0.24 g。

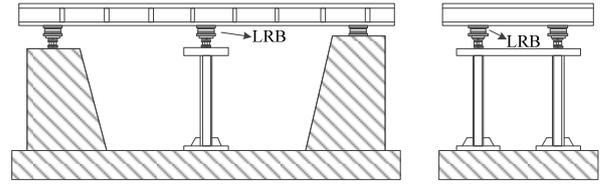


图 8 隔震桥梁振动台试验示意图
Fig.8 Schematic diagram of shaking table experiment for isolated bridge

图 9 给出了文献中隔震层力-位移关系的试验结果和本文中采用 Park 模型的模拟结果。对比发现, 模拟结果与试验结果基本一致, 滞回环较为饱满, 耗能能力强。本文开发的隔震单元可以用于隔震桥梁的动力响应分析。

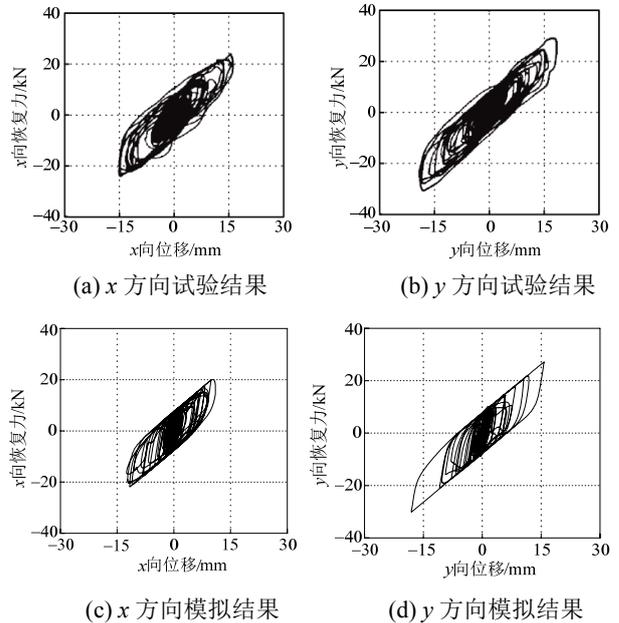


图 9 隔震层力-位移关系曲线: 试验结果^[19]与模拟结果
Fig.9 Load-displacement relationship of isolation layer: Experimental^[19] and simulation results

支座在零侧向位移时的竖向刚度为 114.50 kN/mm, 在整个加载过程中支座竖向刚度的最小值为 102.81 kN/mm, 对应的竖向位移为 0.24 mm, 如果不考虑刚度变化则竖向位移保持为 0.22 mm。由于支座竖向刚度较大, 而荷载相对较小, 考虑竖向刚度变化对竖向位移影响较小。

临界荷载与竖向荷载时程曲线如图 10 所示, 支座在零侧向位移时的临界荷载为 57.72 kN, 在整个加载过程中, 由于侧向位移的增大, 临界荷载最小值为 44.27 kN。由于竖向地震动作用, 支座承受竖向荷载出现较大波动, 但竖向荷载始终小于支座的临界荷载, 隔震支座未发生破坏。可以看出, 在

加载过程中临界荷载随侧向位移增大而减小, 如果不考虑其变化将高估支座的承载能力, 不利于结构安全。

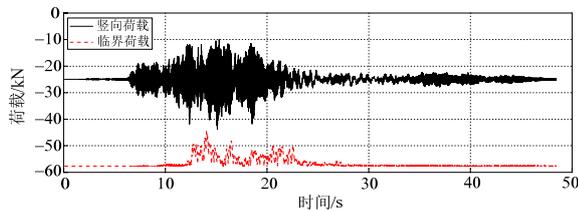


图 10 临界荷载与竖向荷载时程曲线

Fig.10 Time history of vertical load and critical load

4 结论

基于 RSAPS 平台开发的隔震单元静、动力分析模块, 充分发挥了 ABAQUS 求解器的强大非线性分析功能, 可以有效考虑支座的水平双向耦合作用; 可根据支座的几何形状选取相应的分析模型; 可以考虑支座竖向刚度和临界荷载随侧向位移增大而减小的特性。所开发的隔震单元模块具有较高的计算精度和求解效率, 从而为隔震桥梁的整体分析提供一种实用分析手段。

参考文献:

- [1] Han Q, Du X, Liu J, et al. Seismic damage of highway bridges during the 2008 Wenchuan earthquake [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2009, 8(2): 263–273.
- [2] Tao Wang, Yu Li, Jing Ning. Nonlinear seismic response analysis for Hong Kong-Zhuhai-Macau bridge [J]. *Sensors and Transducers*, 2014, 175(7): 102–110.
- [3] Bhuiyan A R, Alam M S. Seismic performance assessment of highway bridges equipped with superelastic shape memory alloy-based laminated rubber isolation bearing [J]. *Engineering Structures*, 2013, 49: 396–407.
- [4] Atmaca B, Yurdakul M, Ateş Ş. Nonlinear dynamic analysis of base isolated cable-stayed bridge under earthquake excitations [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2014, 66: 314–318.
- [5] Turkington D H, Carr A J, Cooke N, et al. Seismic design of bridges on lead-rubber bearings [J]. *Journal of Structural Engineering*, 1989, 115(12): 3000–3016.
- [6] Haque M N, Bhuiyan A R. Seismic response of multi-span highway bridge: Effectiveness of using isolation system [J]. *Asian Journal of Civil Engineering (BHRC)*, 2013, 14(5): 707–718.
- [7] 龚一琼, 胡勃, 袁万城, 等. 连续梁桥的减隔震设计[J]. *同济大学学报*, 2001, 29(1): 94–98.
- [8] Gong Yiqiong, Hu Bo, Yuan Wancheng, et al. Seismic isolation design of continuous girder bridges [J]. *Journal of Tongji University*, 2001, 29(1): 94–98. (in Chinese)
- [9] Skinner R I, Robinson W H, Mcverry G H. *An Introduction to Seismic Isolation* [M]. UK: John Wiley and Sons, 1993: 134–206.
- [10] Fenves G L, Huang Wei-Hsi, Whittaker A S, et al. Modeling and characterization of seismic isolation bearings [C]. New York City: U.S. Italy Workshop on Seismic Protective Systems for Bridges, 1998: 1–15.
- [11] Huang Wei-Hsi. Bi-directional testing modeling, and system response of seismically isolated bridges [D]. Taiwan: National Taiwan University, 2002.
- [12] Warn G P, Whittaker A S, Constantinou M C. Vertical stiffness of elastomeric and lead-rubber seismic isolation bearings [J]. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 2007, 133(9): 1227–1236.
- [13] Warn G P, Weisman J. Parametric finite element investigation of the critical load capacity of elastomeric strip bearings [J]. *Engineering Structures*, 2011, 33(12): 3509–3515.
- [14] 嵯一, 李忠献. 钢筋混凝土纤维梁柱单元实用模拟平台[J]. *工程力学*, 2011, 28(4): 102–108, 127. Zhuo Yi, Li Zhongxian. A practical simulation platform of reinforced concrete fiber beam-column element [J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(4): 102–108, 127. (in Chinese)
- [15] Park Y J, Wen Y K, Ang A H-S. Random vibration of hysteretic systems under bi-directional ground motions [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1986, 14(4): 543–557.
- [16] Cascati F. Stochastic dynamics of hysteretic media [J]. *Structural Safety*, 1989, 6(2/3/4): 259–269.
- [17] Jangid R S. Seismic response of isolated bridges [J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2004, 9(2): 156–166.
- [18] 闫维明, 张志谦, 陈适才, 等. 橡胶隔震支座拉伸刚度理论模型与分析[J]. *工程力学*, 2014, 31(2): 184–189. Yan Weiming, Zhang Zhiqian, Chen Shicai, et al. Modeling and analyzing of tensile stiffness for seismic isolated rubber bearings [J]. *Engineering Mechanics*, 2014, 31(2): 184–189. (in Chinese)
- [19] Weisman J, Warn G P. Stability of elastomeric and lead-rubber seismic isolation bearings [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2012, 138(2): 215–223.
- [20] 韩强, 杜修力, 刘晶波, 等. 多维地震作用下隔震桥梁地震反应(I)—模型结构振动台试验[J]. *震动与冲击*, 2008, 27(9): 59–65. Han Qiang, Du Xiuli, Liu Jingbo, et al. Seismic responses of isolated bridges under multi-dimensional earthquake (I)—Shaking table test for model structure [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2008, 27(9): 59–65. (in Chinese)