

第五章 光的干涉

(Interference of light)

§ 5.7 分振幅薄膜干涉 (一)

——等倾干涉

前面讨论的是:点缝光源利用分波面法使一束光分为两列相干光波,从而在相遇区域产生一定可见度的干涉条纹,但这种方法必须限制普通光源的宽度,因而条纹的亮度较暗。

下面将要讨论的是采用扩展面光源,利用透明介质薄膜上、下表面的反射,将入射光的振幅分解为两部分,两反射光叠加后在特定的区域里产生干涉条纹,这类光的干涉称分振幅法干涉。

聊城大学

物理科学与信息工程学院

分振幅法干涉是现代干涉仪和干涉计量技术的理论基础，在日常生活中，这类干涉也很常见。例如：

1. 水面上的油膜在阳光下呈现出彩色
2. 肥皂泡在阳光下也呈现出彩色；
3. 有的照相机镜头，摄像机镜头镀有增透膜，常呈现出深蓝色（反射光的颜色）。

一、单色点光源产生非定域干涉

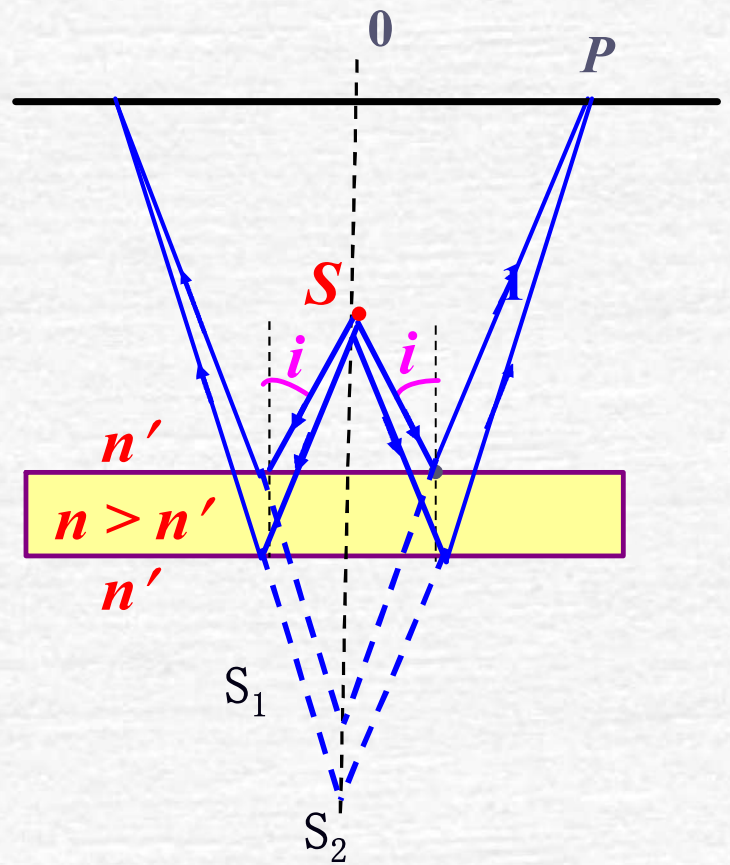
设单色点光源S发出的光照在厚度均匀的平行薄膜上，由于介质上下两表面的反射，在与S同侧的屏幕上，不论屏幕的位置如何都可观察到干涉条纹。

聊城大学

物理科学与信息工程学院

为使问题简单化，略去介质表面的折射，则介质上下两表面的反射光好像是从两个点光源 S_1 、 S_2 发出的一样。

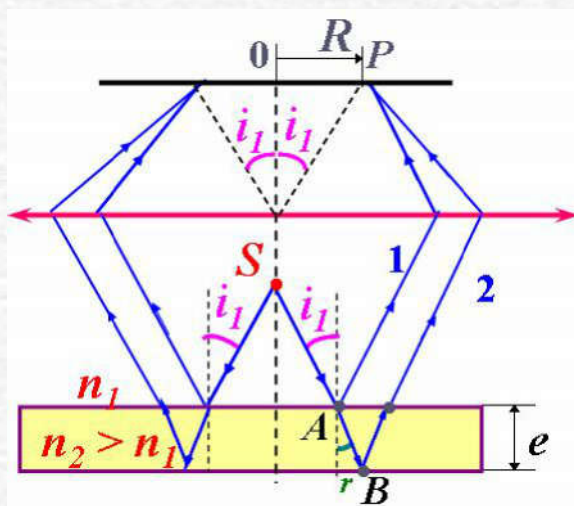
在空间相遇的各点都相干叠加。因此相遇空间处处可见干涉条纹，故称为非定域干涉。



对于S同侧的空间中任一点P是干涉相长还是干涉相消，决定于 S_1 和 S_2 到P点的有效光程差 δ 。

δ 包括由于几何路程不同而它产生的光程差 δ_1 和由于反射引起的附加光程差 δ_2 。

附加光程差若存在，则为 $\pm\lambda/2$ ，否则为0。

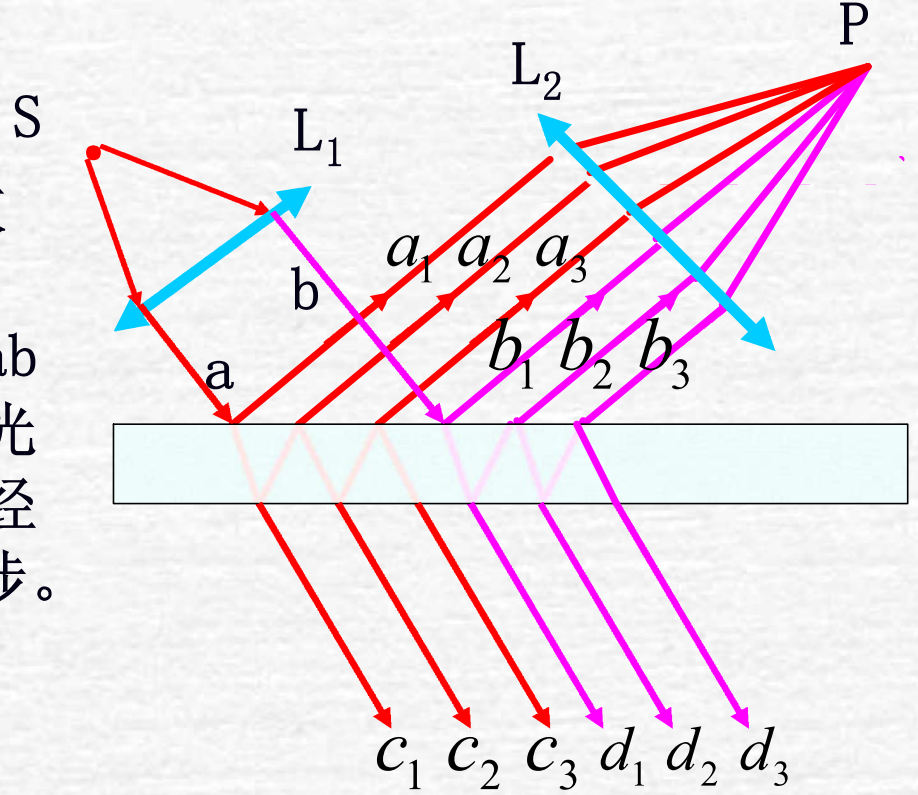


因为光程差相等点的空间轨迹构成同一级干涉条纹，所以，若光屏与S、 S_1 、 S_2 的直线垂直，则干涉条纹为同心圆环，称干涉圆环，圆心在S、 S_1 、 S_2 的直线与屏的交点0处。

聊城大学

物理科学与信息工程学院

若把单色点光源s放在会聚透镜的焦点处。如图，并使平行光束ab照射到薄膜表面上，光束被分为多束光，再经透镜L₂会聚后产生干涉。



多束反射相干光a₁, a₂, a₃, ...或b₁, b₂, b₃, ...可近似简化为等幅双光束a₁与a₂ 或b₁与b₂之间的干涉，同样对多束透射相干光c₁, c₂, c₃ , ...或d₁, d₂, d₃, ...可近似简化为不等幅双光束c₁, c₂或d₁, d₂之间的干涉。

设入射光的入射角 i_1 很小, $n_1=1.0$ $n_2=1.5$, 则光能流的反射比

$$\rho|_{i_1=0} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 = 0.04$$

光能流的透射比为: $T|_{i_1=0} = \frac{4n_1n_2}{(n_1 + n_2)^2} = 0.96$

聊城大学

物理科学与信息工程学院

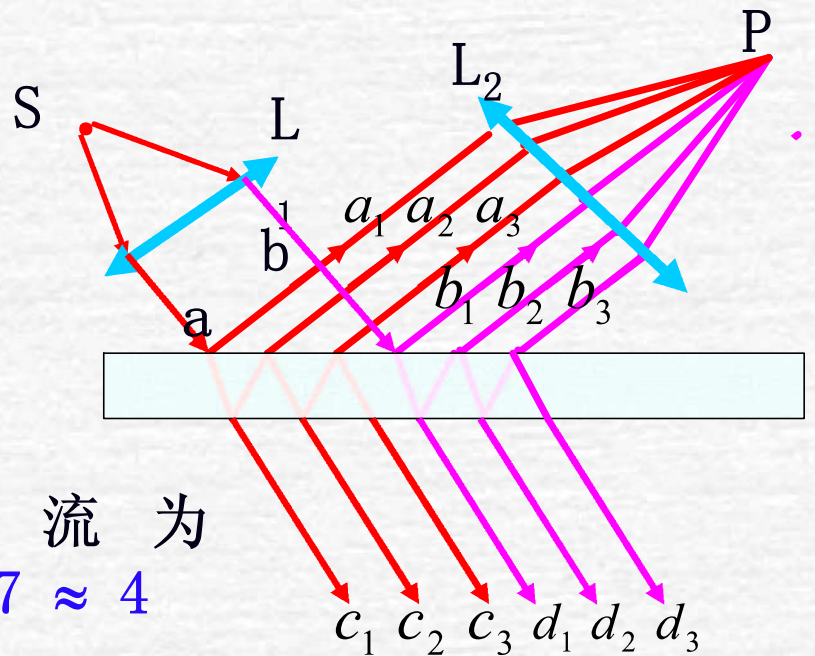
设入射光能流为
100，则各反射相干
光的光能流为：

a_1 (或 b_1) 的光能流为
 $4\% \times 100 = 4$

a_2 (或 b_2) 的光能流为
 $100 \times 96\% \times 4\% \times 96\% = 3.7 \approx 4$

a_3 (或 b_3) 的光能流为：
 $100 \times 96\% \times 4\% \times 4\% \times 96\% = 5.9 \times 10^{-3} \ll 4$

可见，多束反射相干光可近似简化为**等幅双光束**
 a_1, a_2 (或 b_1, b_2) 之间的干涉。



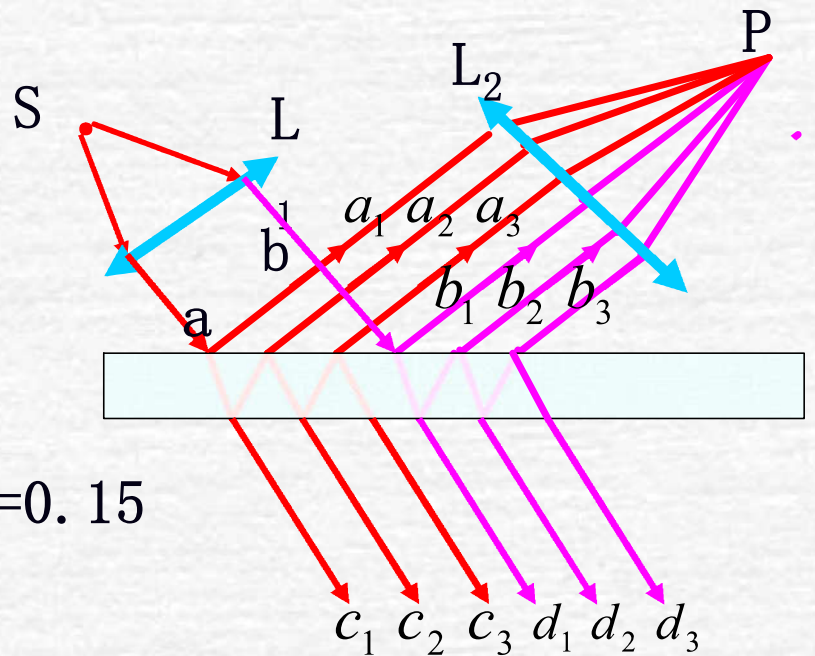
对于透射光:

c_1 (或 d_1) 的光能流为:
 $100 \times 96\% \times 96\% = 92$

c_2 (或 d_2) 的光能流为
 $100 \times 96\% \times 4\% \times 4\% \times 96\% = 0.15$

c_3 (或 d_3) 的光能流为
 $100 \times 96\% \times 4\% \times 4\% \times 4\% \times 4\% \times 96\% = 2.4 \times 10^{-4} \ll 0.15$

同理, 多束透射相干光可简化为不等幅双光束
 c_1, c_2 (或 d_1, d_2) 之间的干涉。



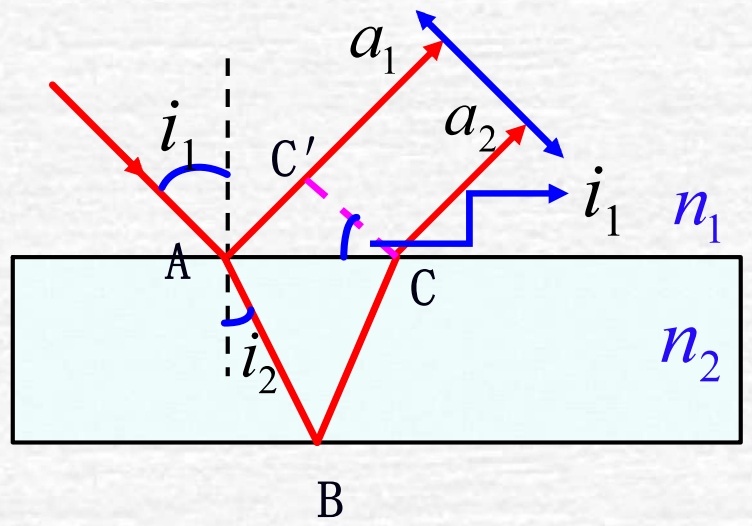
二、光程差的计算

反射相干光 a_1, a_2 和 b_1, b_2 经透镜会聚后在交点处相遇，该点（p点）是亮点还是暗点，由两相干光的光程差来决定。光程差一部分是由几何路程引起的，另一部分是由于光在介质界面上的反射而引入的附加光程差。

因为光是在均匀介质中传播的，所以计算光程差时，只需考虑表示每束平行光束传播方向的一条光线。

$$\delta_1 = n_2(AB + BC) - n_1 AC'$$

$$AB = BC = \frac{d_0}{\cos i_2}$$



$$n_1 AC' = n_1 AC \sin i_1$$

$$= 2d_0 \operatorname{tgi}_2 \cdot n_1 \sin i_1 = 2d_0 \operatorname{tgi}_2 \cdot n_2 \sin i_2 = 2n_2 d_0 \frac{\sin^2 i_2}{\cos i_2}$$

$$= 2n_2 d_0 \frac{(1 - \cos^2 i_2)}{\cos i_2} = \frac{2n_2 d_0}{\cos i_2} - 2n_2 d_0 \cos i_2$$

聊城大学

物理科学与信息工程学院

$$\therefore \delta_1 = 2n_2 d_0 / \cos i_2 - n_1 AC'$$

$$= 2n_2 d_0 \cos i_2$$

$$= 2d_0 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_2} = 2d_0 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1}$$

由于反射而引入的附加光程差 δ_2 存在与否，可根据以下条件断。

在不超过临界角的条件下，无论入射角的大小如何，光在第一表面上反射和第二表面上反射并射出时。

若在薄膜上、下两个表面的两反射的物理性质不同，则两反射相干光 a_1, a_2 (或 b_1, b_2) 之间将有 $\lambda/2$ 的附加光程差。而两透射光 c_1, c_2 (或 d_1, d_2) 之间没有。

例如：如图

若 $n_1 < n_2 > n_3$

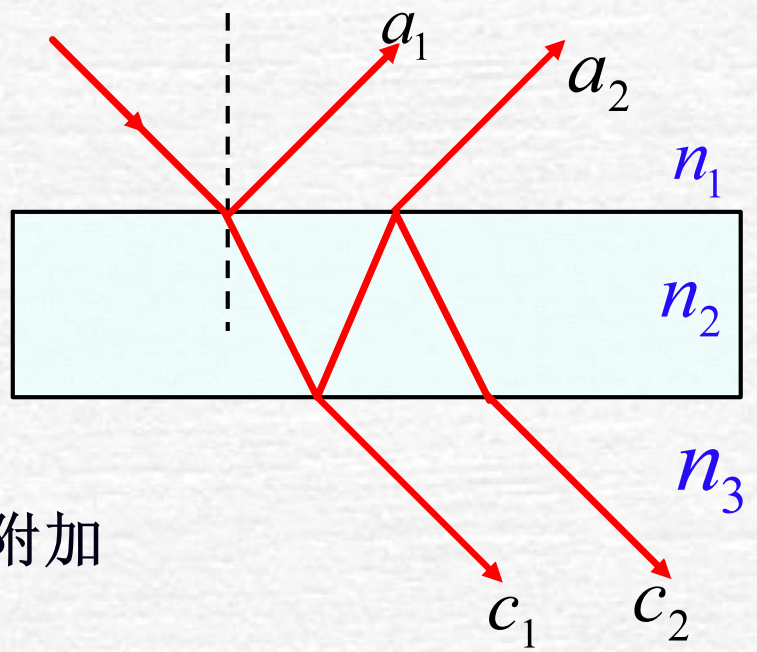
则两反射光 a_1 、 a_2 之间**有**附加光程差。

而两透射光 C_1 、 C_2 之间**无**附加光程差。

若 $n_1 < n_2 < n_3$

则两反射光 a_1 、 a_2 之间**无**附加光程差。

而两透射光 C_1 、 C_2 之间**有**附加光程差。



若有附加光程差，则

$$\delta_2 = \pm \frac{\lambda}{2}$$

若负号，则总的光程差为：

$$\delta = 2n_2d_0 \cos i_2 - \frac{\lambda}{2}$$

（有附加光程差时）

$$\delta = 2n_2d_0 \cos i_2$$

（无附加光程差）

当 $\delta = k\lambda$ 时，P点为**亮点**，即干涉相长。

当 $\delta = (2k+1)\lambda/2$ 时，P为**暗点**，即干涉相消。

聊城大学

物理科学与信息工程学院

三、单色面光源产生的等倾干涉条纹

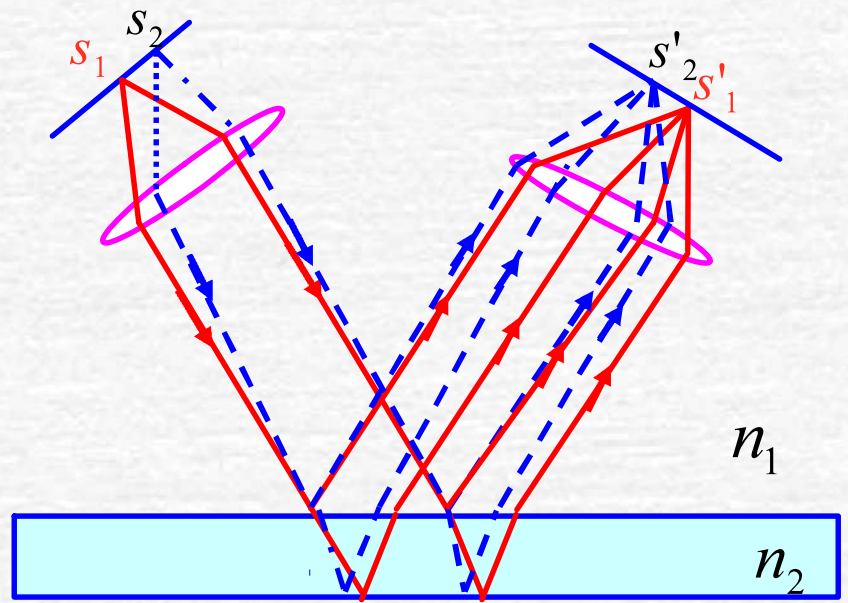
普通单色扩展面光源是不相干的点光源的集合, 当面光源直接照射平行介质膜时, 每一点光源发出的光经膜上、下表面反射, 在光源同侧形成自己的一组干涉条纹(圆形)。

由于各点光源的位置不同, 所以各组干涉条纹彼此错开, 形成非相干叠加, 若面光源是足够大, 则合成后的干涉条纹可见度可降为零, 条纹完全消失。可见, 采用普通面光源照射平行介质膜时, 得不到非定域的干涉条纹。只能在某特定的区域内出现清晰的干涉条纹。这种现象称为定域干涉。

聊城大学

物理科学与信息工程学院

若光源置于透镜 L_1 的焦平面上，如图由面上任一发光点（ $S_1, S_2, S_3 \dots$ ）发出的光经平行介质膜反射后会聚于透镜 L_2 的焦平面上不同的点。



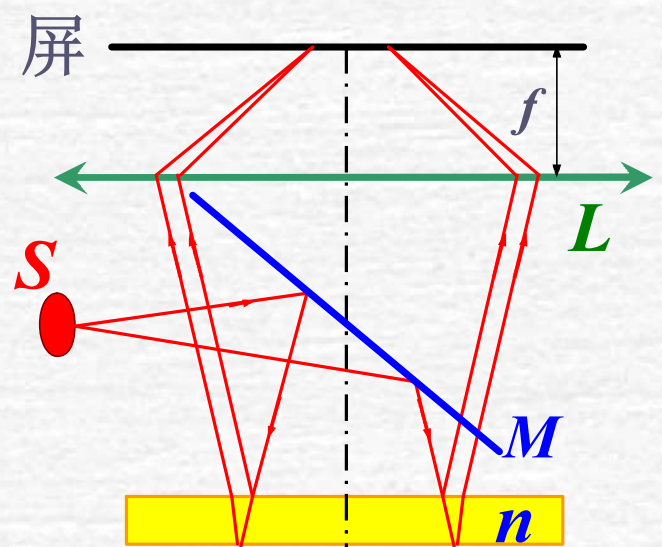
薄膜各处的厚度虽然相同，从不同的发光点发出的光来对薄膜表面却有不同倾角，因此每一发光点发出的光束经薄膜上、下表面反射后的光程差有所不同，光强的最大值与最小值由光程差决定。因此焦平面上将形成强度不同的明暗相间的干涉条纹。

由平行介质膜干涉的光程差公式可知：

$$\delta = 2n_2d_0 \cos i_2 - \frac{\lambda}{2} \text{ (or } 0)$$

只要入射角相同，其光程差就相等，因而相同的入射角形成的是同一级干涉条纹。因而称为**等倾干涉**。

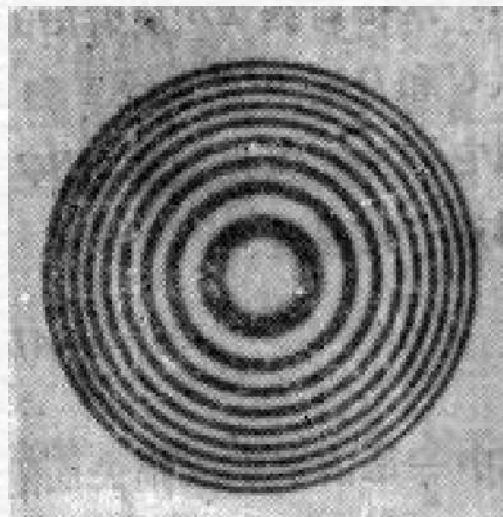
如图实验装置观察介质膜干涉较为方便。



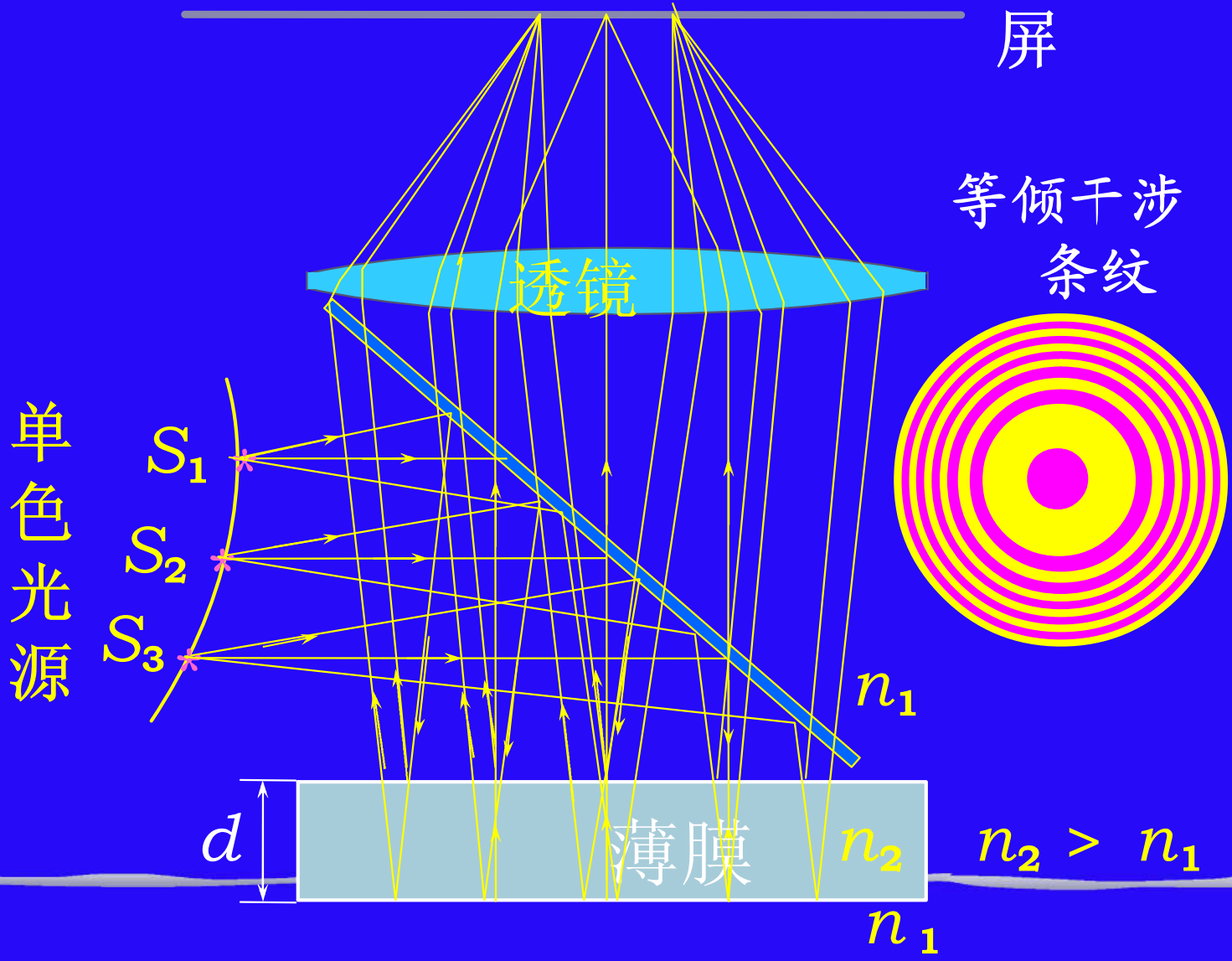
观察装置示意图

由于面光源上每一点发出的光都可以不同的入射角照射到介质膜上，入射角相同的光线，光程差相等，将形成同一级干涉条纹。

因此在透镜的焦平面上，将可以看到明暗相间的同心圆环，这些干涉圆环称为**等倾干涉条纹（或圆环）**。等倾条纹只有在透镜焦平面上出现，若不用透镜时，产生的干涉条纹应在无限远处，或透镜的焦平面上。



等倾条纹照片



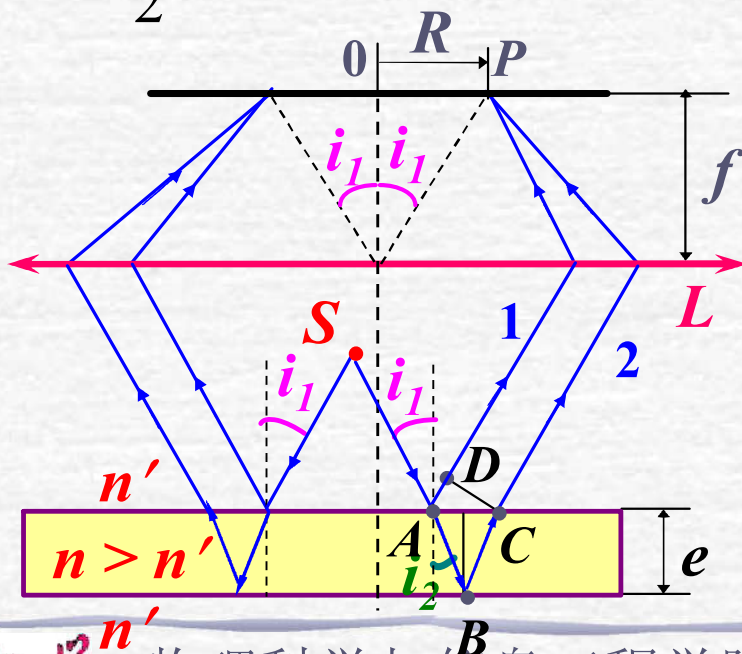
四、等倾干涉圆环的特点

(1) 等倾条纹的位置与形成条纹光束的入射角有关与光源的位置无关。

$$\delta = 2d_0 \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2} = \delta(i_1)$$

由图看出，不管从光源哪点发的光，只要入射角 i_1 相同，都将会聚在同一个半径为 R 的圆环上（非相干叠加）。

$$R = f \times \operatorname{tgi}_1$$



(2) 条纹的级次‘内高外低’

因为
$$\delta = 2d_0\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2} = \delta(i_1)$$

$$R = f \times \operatorname{tgi}_1$$

$$R^\downarrow \rightarrow i_1^\downarrow \rightarrow \delta^\uparrow \rightarrow k^\uparrow$$

即半径越小，干涉条纹的级次越高。

设中央为亮斑 ($i_1 = 0$)，级次为 k_c

则有
$$\delta_c = 2d_0n - \frac{\lambda}{2} = k_c\lambda$$

从里到外级次为 k_c, k_c-1, k_c-2, \dots

聊城大学

物理科学与信息工程学院

(3) 条纹的分布为‘内疏外密’

由
$$\delta(i_2) = 2nd_0 \cos i_2 - \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$\cos i_2 = \frac{1}{2n_2d_0} \left(k\lambda + \frac{\lambda}{2} \right)$$

对入射角很小时,
$$\cos i \approx 1 - \frac{i^2}{2!} + \frac{i^4}{4!} + \dots$$

所以省略 i^4 以上各项, 则
$$\cos i = 1 - \frac{i^2}{2!}$$

则相邻两明环或暗环间距为:
$$(i_2^2) - (i_2'^2) = \frac{\lambda}{n_2d_0}$$

聊城大学

物理科学与信息工程学院

$$i_2 - i'_2 = \frac{\lambda}{(i_2 + i'_2)n_2d_0}$$

由上式可见 d_0 越大， $i_2^2 - i'^2_2$ 就越小，相邻条纹间距就越小，条纹越密； $i_2 + i'_2$ 越大，即入射角越大， $i_2 - i'_2$ 则就越小，说明条纹越往外越密，即内疏外密，条纹是不等间距的。

(4) 条纹随薄膜厚度的变化

当 d_0 连续增大时，中心级次逐渐增高，可以看见条纹从中心向外冒出，并逐渐向外移动。

当 d_0 连续减小时，条纹向中心移动，可以看到条纹一个一个的由中心陷入。

聊城大学

物理科学与信息工程学院

对于中心处 $i_1=i_2=0$ ，光程差每改变一个波长就有一个条纹从中心冒出或陷入。

光程差的改变量与条纹陷入或冒出的个数的关系为：

$$2n_2\Delta d_0 = N\lambda$$

(5) 白光的等倾圆环

若入射光为白光，当薄膜很薄时能看到彩色等倾条纹。同一级条纹，波长较短的对应的入射倾角较大，则条纹的半径较大。因此同一级条纹按**内红外紫**的顺序排列。

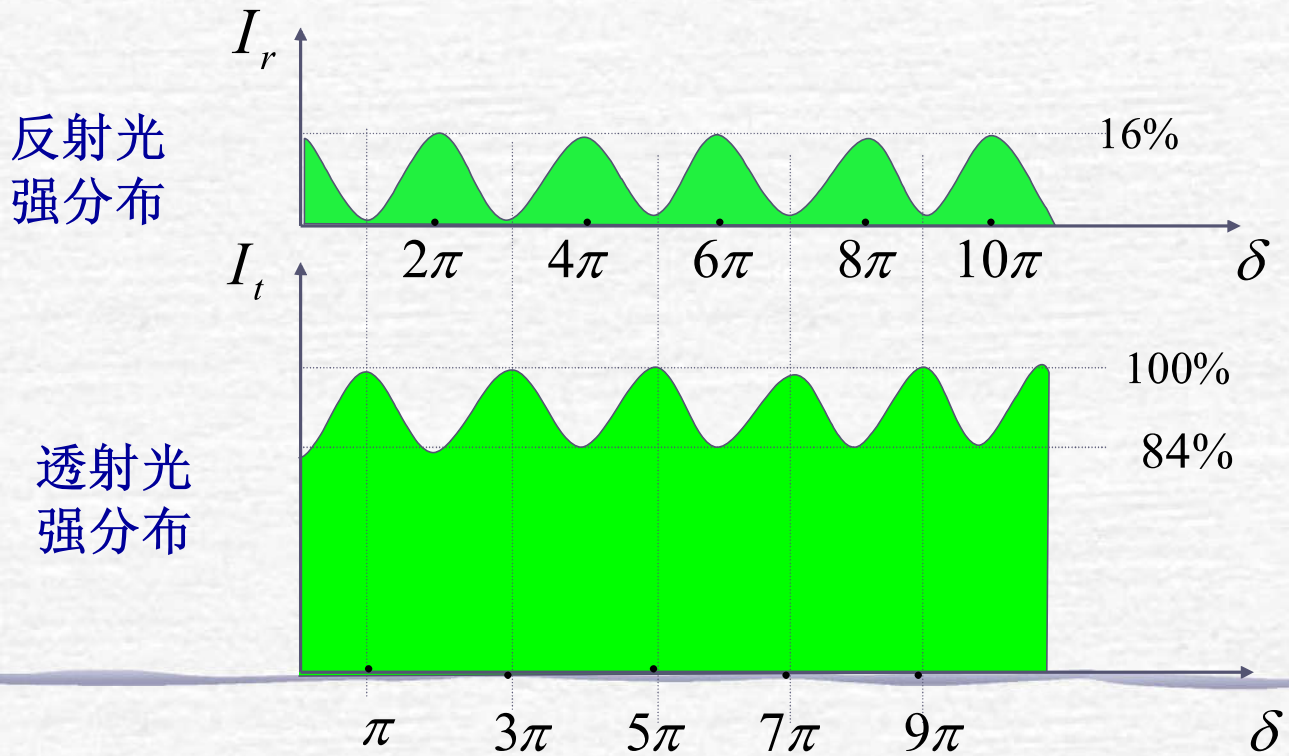


聊城大学

物理科学与信息工程学院
物理科学与信息工程学院

(6) 透射光的等倾圆环

透射光的等倾圆环和反射光的等倾圆环是互补的，且透射光的等倾圆环的可见度较小。如图



例题：在空气中，垂直入射的白光从肥皂膜上反射，在可见光谱中630nm处有一个干涉极大。而在525nm处有一个干涉极小，并且在这极大与极小之间没有别的极值情况。已知肥皂膜的厚度是均匀的，求其厚度。（设肥皂膜的折射率为1.33）

解：设薄膜的厚度为 d_0 则两反射相干光之间的光程差为：

$$\delta = 2n_2d_0 - \frac{\lambda}{2}$$

对于 $\lambda_1 = 630\text{nm}$ 的光产生的是极大值，设级次为 k 。则

$$\delta = 2n_2d_0 - \frac{\lambda_1}{2} = k\lambda_1 \quad (1)$$

聊城大学

物理科学与信息工程学院

设另一波长 λ_2 也产生极大值，其级次为 $k+1$ ，
则应有

$$\delta = 2n_2d_0 - \frac{\lambda_2}{2} = (k+1)\lambda_2 \quad (2)$$

由（1）、（2）两式可得：

$$\begin{cases} k + \frac{1}{2} = \frac{2n_2d_0}{\lambda_1} \\ k + \frac{3}{2} = \frac{2n_2d_0}{\lambda_2} \end{cases}$$

因为 λ_1 和 λ_2 产生的是相邻的两个极大值（ k 和 $k+1$ ）
则这两极大值之间必有一个极小值，且只有一个小值。

设对应的波长为 λ_3 ，应满足：

$$\delta = 2n_2d_0 - \frac{\lambda_3}{2} = (2k'+1)\frac{\lambda_3}{2} \quad (3)$$

由 (3) 式得 $(k'+1) = \frac{2n_2d_0}{\lambda_3}$

因为 $\lambda_1 > \lambda_3 > \lambda_2$

所以 $k + \frac{1}{2} < k' + 1 < k + \frac{3}{2}$

即 $k - \frac{1}{2} < k' < k + \frac{1}{2}$

聊城大学

物理科学与信息工程学院

因 k' 和 k 都是整数，因此 $k' = k$

由题意可知： $\lambda_1 = 630\text{nm}$ ， $\lambda_3 = 525\text{nm}$

则
$$\frac{2n_2d_0}{\lambda_1} - \frac{1}{2} = \frac{2n_2d_0}{\lambda_3} - 1$$

因此
$$d_0 = \frac{\lambda_1\lambda_3}{4n_2(\lambda_1 - \lambda_3)} \approx 592\text{nm}$$

即肥皂膜的厚度为592nm

本节结束

聊城大学

物理科学与信息工程学院