文章编号: 1000-4750(2016)06-0061-07

实时混合模拟逆补偿参数 α 的研究

徐伟杰¹,郭 彤¹,陈 城²

(1. 东南大学混凝土与预应力混凝土结构教育部重点实验室,江苏,南京 210096; 2. 旧金山州立大学工程学院,加州,旧金山 94132)

摘 要:时滞补偿是保证实时混合模拟试验效果的重要环节之一,其中逆补偿方法尽管简单易行,但往往存在补 偿不足的问题。该文从频域角度对逆补偿的离散传递函数进行分析,证明逆补偿方法所能补偿的时滞与预测时滞 和信号的频率有关,信号频率越小,补偿的结果越接近预测时滞。基于频域评价指标,对位移追踪试验进行了数 值模拟和实验室测试,进一步证明逆补偿参数 α 与补偿的时滞存在 10%左右的误差。最后,基于已有的实时混合 模拟试验数据,建议当作动器时滞在 10 ms~30 ms、结构频率在 0.5 Hz~3 Hz 时逆补偿参数 α 取 1.1 倍预测时滞; 对于其他情况,应根据离散函数确定参数 α 的取值。

关键词:实时混合模拟;逆补偿方法;离散传递函数;频域评价指标;作动器控制 中图分类号:TU317 文献标志码:A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.12.1075

RESEARCH IN PARAMETER α OF INVERSE COMPENSATION FOR REAL-TIME HYBRID SIMULATION

XU Wei-jie¹, GUO Tong¹, CHEN Cheng²

(1. Key Laboratory of Concrete and Prestressed Concrete Structures, Ministry of Education Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China;
 2. San Francisco State University, San Francisco, 94132, USA)

Abstract: Delay compensation is one of the important components in ensuring the effectiveness of real-time hybrid simulation. Although the inverse compensation method is easy and effective, the delay may often be under-compensated. In this paper, the discrete transfer function of the inverse compensation method is analyzed in the frequency domain, and it is found that the delay compensated by the inverse compensation method has a close relationship with the predicted delay and the frequency of the signal. The compensated delay can be close to the predicted delay when the frequency of the signal is small. Based on the frequency-domain evaluation index, numerical simulation and predefined-displacement tests were conducted, which further prove that there is about 10% difference between α and compensated delay. According to existing real-time hybrid simulation data, it is recommended that the parameter α used in the inverse compensation method should be 1.1 times the predicted value, when the actuator delay is between 10 ms and 30 ms and the frequency is between 0.5 Hz and 3.0 Hz.

Key words: real-time hybrid simulation; inverse compensation method; discrete transfer function; frequency-domain evaluation index; actuator control

实时混合模拟试验是一种新型的动力试验方法^[1],该方法将试验结构分为试验子结构和数值子结构两部分,其中试验子结构在实验室进行实时测

试,而易于模拟的部分作为数值子结构在计算机进 行数值计算。在试验过程中,数值子结构将计算得 到的计算位移通过作动器发送给试验子结构,同时

收稿日期: 2014-12-24; 修改日期: 2015-04-20

基金项目:国家自然科学基金项目(51378107);江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(KYLX_0158);东南大学优秀博士学位论文培养基金项目(YBJJ_1442)

通讯作者: 郭 形(1977-), 男, 山东青岛人, 教授, 博士, 博导, 从事新型抗震结构体系、结构健康检测与评价方面研究(E-mail: guotong@seu.edu.cn). 作者简介: 徐伟杰(1990-), 男, 山东临沂人, 博士生, 从事抗震试验方法研究(E-mail: xwj19900429@gmail.com);

陈 城(1977一),男,上海人,助理教授,博士,从事抗震试验方法研究(E-mail: chcsfsu@sfsu.edu).

试验子结构将测量得到的恢复力反馈到数值子结构。与传统试验方法相比,该方法可以在足尺的条件下对结构进行实时加载,能够全面反映结构的动力特性,从而得到广泛关注和快速的发展^[2-5]。

由于伺服系统的动力特性,作动器总是不能绝 对实时地达到预定的位移,而是存在一个"时滞", 如果不能进行合理的补偿,将会导致试验失败。因 此,近年来先后提出了多种补偿方法^[6-7]。其中, 逆补偿方法假定作动器在一个积分步长内做线性 运动,建立描述作动器运动的一阶模型。在此基础 上对模型进行逆变换,从而达到补偿作动器时滞的 目的^[7]。由于该补偿方法仅需要一阶模型,因此计 算方便、简单易行。

此后提出的自适应补偿方法在时滞补偿中得 到了应用,但是该类型的补偿方法存在计算复杂、 无法确定补偿初值等问题^[8]。如果能准确预测作动 器时滞,逆补偿方法同样可以取得非常好的补偿效 果。然而,研究表明逆补偿方法所能补偿的时滞要 小于预测时滞^[9]。离散传递函数^[9]和频域评价方 法^[10-11]是研究实时混合模拟补偿方法的重要手段。 为改善逆补偿方法在时滞补偿中的应用效果,本文 首先采用离散传递函数理论对逆补偿进行分析,然 后通过笔者此前提出的频域评价方法,通过数值模 拟和实验室试验对逆补偿方法进行了研究和改进。

1 逆补偿方法

将作动器从第 *i* 步到第(*i*+1)步运动等分为 $n(n=\Delta t/\delta t)$ 个子步,假定作动器的指令位移在同一个 积分步内线性变化,则有^[7]:

$$d_{i+1}^{p(j)} = \frac{j}{n} \cdot (x_{i+1}^{p} - x_{i}^{p}) + x_{i}^{p}$$
(1)

其中: *j* 是子步下标,取值范围是 1~*n*; $d_{i+1}^{p(j)}$ 指作 动器在第(*i*+1步长内第*j* 子步的指令位移, x_{i+1}^{p} 和 x_{i}^{p} 分别代表第(*i*+1)步和第 *i* 步的指令位移; Δt 代表算 法的步长; δt 代表作动器接受的相邻两个指令的时 间间隔。

另一方面,假定作动器的下一子步的测量位移 是在上一步测量位移与下一步指令位移之间线性 内插,则有:

$$d_{i+1}^{\mathbf{m}(j)} = d_{i+1}^{\mathbf{m}(j-1)} + \frac{1}{\alpha} \cdot (d_{i+1}^{\mathbf{p}(j)} - d_{i+1}^{\mathbf{m}(j-1)})$$
(2)

$$\alpha = t_{\rm d} / \delta t \tag{3}$$

其中,td表示从(j-1)子步结束时刻到 j 子步作动器

测量位移达到计算位移时的持时,即时滞。对式(2) 进行 z 变换,如下:

$$G_{\rm d}(z) = \frac{X^{\rm m}(z)}{X^{\rm p}(z)} = \frac{z}{\alpha \cdot z - (\alpha - 1)} \tag{4}$$

时滞补偿目的是计算预测位移使计算位移 x^c 与测量位移 x^b相等,从而可以消除时滞,即存在补偿系统 G_c(z),有 G_c(z)·G_d(z)=1,如图 1 所示。



图1 逆补偿法示意图

Fig.1 Illustration of the inverse compensation method

将式(4)中的测量位移采用计算位移代替,则逆 补偿方法可以写为下式:

$$G_{\rm c}(z) = \frac{X^{\rm p}(z)}{X^{\rm m}(z)} = \frac{\alpha \cdot z - (\alpha - 1)}{z}$$
(5)

其中, α 是无量纲参数,通过式(3)可知, α 在数值 上等于以 ms 为单位的预测时滞。

2 逆补偿方法的频域分析

离散传递函数通常用来描述线性时不变系统 的输入和输出关系,故补偿方法的效果可通过离散 传递函数的相应频域特性加以描述^[9]。

当 α 分别为 15、30 和 45 时, 逆补偿方法的 bode 图如图 2 所示。通过图 2(a)可以发现, 逆补偿 方法会使计算位移信号增大。α 越大, 信号的频率 越高, 逆补偿方法对计算位移的幅值影响越大。通 过图 2(b)可以发现, 逆补偿方法所补偿的相位同样 与 α 的取值和信号的频率有关。α 越大, 信号的频 率越高, 逆补偿方法所能补偿的相位越大。同时, 对于同一个 α, 补偿的相位几乎与频率成正比。







通过相位与时滞的关系,可将逆补偿方法能够 补偿的相位转换为时滞补偿 *t*_c,如图 3 所示。通过 图 3 可以发现,α 取值和信号的频率对补偿的时滞 有较大的影响。当 α=15 时,逆补偿方法能补偿的 时滞大约在 12.8 ms(信号频率为 5 Hz)~13.7 ms(信 号频率为 0.25 Hz),即补偿的时滞大约是预测时滞 的 85%~91%。当 α=30 时,所能补偿的时滞为 23 ms(信号频率为 5 Hz)~28 ms(信号频率为 0.25 Hz),即补偿的时滞大约是预测时滞的 77%~93%。当 α=45 时,所能补偿的时滞 29 ms(信 号频率为 5 Hz)~43 ms(信号频率为 0.25 Hz),即补 偿的时滞大约是预测时滞的 64%~96%。通过上述 研究表明,对于相同的 α,信号频率越高,所能补 偿的时滞越小。



图 3 逆补偿方法中补偿时滞与频率的关系

Fig.3 Relationship between compensated delay and frequency for the inverse compensation method

为进一步研究 a 对时滞的影响,将 a 从 2 增加 到 50,分别计算信号为 0.5 Hz、1 Hz 和 2 Hz 时逆 补偿方法所能补偿的时滞,如图 4 所示。通过图 4 可以发现,对于不同频率的信号,逆补偿所能补偿 的时滞几乎随 a 线性增加。其中,信号频率越小, a 与补偿时滞的斜率越接近 1;信号频率越大, a 与 补偿时滞的斜率越接近 0。对于 0.5 Hz、1.0 Hz 和 1.5 Hz 的信号,补偿的时滞 t_c在预测时滞 a=50 时, 分别比预测时滞 a 小 5%、7%和 13%。





上述研究表明, 逆补偿方法在补偿时滞时存在 补偿不足的情况。补偿不足的程度与信号的频率有 关, 信号频率越大, 补偿不足的现象越严重。然而, 对于非线性结构, 信号的频率往往是发生变化的。 因此,本文考虑在一定的时滞和频率的范围内,确 定参数 $a \ \pi t_c$ 的关系。通过图 3 可以发现,当 a=15时补偿方法所能补偿的时滞与频率关系不大;当 a=30时,补偿方法所能补偿的时滞在 3 Hz 之前与 频率关系不大。考虑到作动器的时滞一般在 10 ms~30 ms^[9],本文考虑作动器时滞在 10 ms~ 30 ms,结构频率在 0.25 Hz~3 Hz 的情况。通过图 3 和图 4 可以发现,对于相同的 a,频率越高补偿的 时滞越小;对于相同的频率, a 越小补偿的时滞相 对较小。因此,只要考虑 0.25 Hz 和 3 Hz 的信号在 a取 10 和 30 时所能补偿的时滞,即可得到参数 a和 t_c 的关系,如表 1 所示。

表 1 α 和 t_c 的关系(α/t_c) Table 1 Relationship between α and t_c (α/t_c)

频率/Hz	<i>α</i> =10	a=30
0.25	1.14	1.06
3.0	1.15	1.16

从表 1 可以发现,当作动器时滞在 10 ms~ 30 ms,结构频率在 0.5 Hz~3 Hz 时, α/t_c 介于 1.06~1.16,因此可以认为逆补偿能补偿的时滞比预 测时滞约小 10%,即参数α应取 1.1 倍的预测时滞。 当作动器时滞或者信号频率不在此范围之内时,需 要根据离散函数确定参数的取值。

3 数值模拟

3.1 频域评价指标

与离散传递函数的频域分析不同,频域评价方 法评价补偿的效果是通过计算计算位移与指令位 移的幅值和时滞得到的,其计算方法如下^[10-11]:

ſ

$$FEI = \sum_{j=1}^{p/2} \left\{ \frac{\mathcal{F}[I(t)]_{j}}{\mathcal{F}[O(t)]_{j}} \cdot \frac{\left\|\mathcal{F}[I(t)]_{j}\right\|^{2}}{\sum_{i=1}^{p/2} \left\|\mathcal{F}[I(t)]_{i}\right\|^{2}} \right\}$$
(6a)

$$A = \|FEI\| \tag{6b}$$

$$\phi = \arctan[\operatorname{Im}(FEI) / \operatorname{Re}(FEI)]$$
 (6c)

$$f^{\text{eq}} = \frac{\sum_{i=1}^{p/2} \left(\left\| \mathcal{F}[I(t)]_{j} \right\|^{2} \cdot f_{i} \right)}{\sum_{i=1}^{p/2} \left\| \mathcal{F}[I(t)]_{j} \right\|^{2}}$$
(6d)

$$d = -\phi / (2\pi \cdot f^{\text{eq}}) \tag{6e}$$

式中: *F* 表示傅里叶变换; *I*(*t*)为计算位移; *O*(*t*)为 指令位移; *p* 指不小于分析数据长度的最小的 2 的 整数次幂; *f*_i为信号傅里叶变换后第 *i* 个频率; *A* 和 *d* 分别代表补偿方法引入的幅值误差和时滞。尽管 幅值同样会影响补偿效果,但是逆补偿方法参数的 确定主要由预测时滞决定,故在频域评价方法中仅 对参数*d*进行评价,计算得到的时滞越接近预测时 滞,计算越准确。

为减少频谱泄露对分析结果的影响,计算位移 和测量位移在进行傅里叶变换之前需要进行窗变 换,一般可以选择 Hanning 窗^[10]。

3.2 数值模拟

在位移追踪试验的数值模拟中,分别采用正弦 波和随机波对作为信号输入,逆补偿中α分别取15、 30 和 45。在模拟过程中,信号的采样频率为 1024 Hz,持续时间均为20 s。对于正弦波信号,其 幅值为5 mm,频率分别为0.5 Hz、1 Hz 和 2 Hz, 其模型如图5 所示。





正弦波信号及其补偿后的信号如图 6 所示。通 过图 6 可以发现,对于相同频率的信号,α越大, 补偿后引入的幅值误差越大;对于相同的 α,信号 频率越高,补偿后引入的幅值误差越大,该结论与 图 2(a)一致。从图 6(b)、图 6(d)、图 6(e)可以发现, α越大,所能补偿的时滞越大。采用频域评价方法, 不同频率的正弦波在不同预测时滞下逆补偿方法 所能补偿的时滞如表 2 所示。

通过表 2 可以发现,对于同一个频率的正弦波 信号,逆补偿方法所能补偿的时滞几乎与预测时滞 α 成正比,同时正弦波频率越大,补偿的时滞与预 测时滞的误差越大。当 α=15 和 30 时,不同频率信 号补偿的时滞相近,而当 α=45 时,不同频率信号 补偿的时滞相差较大,因此对预测时滞进行限制是 有必要。

随机波信号选择两条高斯白噪音 RD1 和 RD2^[7],其信号及其补偿后的信号如图 7 和图 8 所示。通过图 7 和图 8,可以发现 RD2 的信号频率比 RD1 高。采用频域评价方法,两条随机波在不同预测时滞情况下采用逆补偿方法补偿的时滞如表 3 所示。由于 RD1 的频率比 RD2 频率低,所以 RD1 补偿的时滞与预测时滞更为接近。通过表 3 可以发现,对于不同频率的随机波,逆补偿所补偿的时滞比预

测时滞小 5%~17%。仅考虑 10 ms~30 ms 的情况,可以认为逆补偿能补偿的时滞比预测时滞小 10%。











表 3 随机波补偿时滞 /ms Table 3 Compensated delays for random signals

输入信号	预测时滞			
	a=15	<i>α</i> =30	<i>α</i> =45	
RD1	13.6	28.1	42.3	
RD2	13.4	26.3	37.1	

4 位移追踪试验

4.1 试验装置

为验证本文所得到的结论,采用钢反力架、阻 尼器和作动器构成一套混合模拟的试验装置,如图 9 所示。本试验在东南大学土木交通实验室进行,其 中阻尼器采用粘滞流体阻尼器,最大工作荷载 15 kN,最大位移±20 mm;动态作动器的型号为 MTS 244.21,其最大输出荷载 50 kN,最大位移±50 mm。



图 9 实验室试验装置图 Fig. 9 Experimental setup for experimental tests

4.2 试验方案

采用位移追踪试验对逆补偿方法进行验证,选 取数值模拟中的 1 Hz 正弦波以及两条随机波作为 输入信号。首先对作动器输入不进行补偿的正弦 波,采用频域评价方法计算试验系统的时滞。然后 根据作动器时滞,计算不同预测时滞下逆补偿的离 散传递函数。

4.3 预测时滞并确定补偿参数

对于不采用补偿的正弦波,其指令位移和测量 位移如图 10 所示。通过图 10(a)可以发现,作动器 在正弦波的第一个周期追踪效果较差,而在其他周 期追踪效果较好。而从图 10(b)可以发现,测量位移 与指令位移之间存在明显的时滞。采用频域评价方 法对指令位移和测量位移进行分析,得到作动器的





时滞为16.4 ms。若逆补偿方法预测时滞比补偿时滞 大10%,则逆补偿参数α的值应取为18,即:

$$G_{\rm c}(z) = \frac{18 \cdot z - 17}{z} \tag{7}$$

4.4 试验结果与分析

采用式(7)对作动器时滞进行补偿,其中的正弦 波和随机波及其指令位移和测量位移如图 11 所示。 通过图 11 可以发现,通过合理的选取参数,逆补 偿可以将时滞的影响降低到非常小的程度。采用频 域评价方法计算逆补偿方法补偿的时滞,如表 4 所示。

通过表 4 可以发现,当 α 的值取为 18 时,逆 补偿方法对正弦波、RD1 和 RD2 补偿的时滞分别 为 17.5 ms、16.5 ms 和 16.1 ms。其中,逆补偿对随 机波补偿的效果较好,而对正弦波补偿的较差。实 际上,可以对表 2 中的数据进行线性内插,得到当 预测时滞为 18 时,采用逆补偿对 1.0 Hz 正弦波所 能补偿的时滞为 16.7 ms,其本身便大于作动器时 滞。对于存在多个频率的随机波,将预测时滞 α 增 大 10%能够得到较好的补偿效果。



Table 4 Compensated delays for predefined-displacement tests

	正弦波	RD1	RD2
补偿时滞	17.5	16.5	16.1

5 实时混合模拟试验

5.1 试验概况

为进一步验证逆补偿补偿参数与补偿时滞的 关系,采用 Lehigh 大学完成的实时混合模拟试验数 据进行分析^[8]。数值子结构为一榀钢框架,其质量 为 503400 kg,结构自振频率为 0.77 Hz,阻尼比为 0.02。试验子结构采用采用洛德(LORD)公司生产的 磁流变(MR)阻尼器,如图 12 所示。

实时混合模拟中的积分算法采用无条件稳定 的 CR 算法^[9]。在实时混合模拟的过程中, α 的值分 别取 15 和 29,表示预测的时滞分别为 15 ms 和 29 ms。数值子结构的计算采用 Simulink 和 Mathworks xPC Target 进行^[8]。



图 12 Lehigh 大学实验室试验装置图^[8] Fig.12 Experimental setup for experimental tests at Lehigh University

5.2 试验结果与分析

对于不同的 *α*,实时混合模拟的计算位移、指 令位移和测量位移整体和放大图如图 13 所示。当 *α* 的值取 15 时,计算位移滞后指令位移 10 ms 左右, 测量位移滞后计算位移 10 ms 左右。当 *α* 的值取 29 时,计算位移滞和测量位移十分接近,而计算位移 略微滞后测量位移,均滞后指令位移约 25 ms。当 *α* 的值取 45 时,测量位移滞后指令位移约 30 ms,计 算位移滞后测量位移约 10 ms。显然,当 *α* 的值取 29 时得到的补偿效果最好。

采用频域评价方法计算逆补偿方法补偿的时 滞,如表5所示。通过表5可以发现,无论α的值 取多少,逆补偿所能补偿的时滞要小于α。当α分 别取15、29和45时,补偿的时滞分别是预测时滞 的85%、91%和93%。因此,当取1.1倍预测时滞 作为逆补偿参数时,可以得到较好的补偿效果。



α	15	29	45
补偿时滞	12.7	26.3	41.7

6 结论

实时混合模拟的时滞补偿方法对保证试验的 准确性起到至关重要的作用。与自适应方法相比, 逆补偿方法具有简单易行的优点。如果能够准确预 测时滞的大小,逆补偿同样可以达到非常好的补偿 效果。本文从频域角度对逆补偿的离散传递函数的 进行分析,研究表明逆补偿方法所能补偿的时滞与 预测时滞和信号的频率有关,信号频率越小,补偿 的结果越接近预测时滞。

通过数值模拟和实验室试验同样可以证明,预测时滞与作动器时滞相差过大时,逆补偿方法并不能对时滞进行有效的补偿。当作动器时滞在10 ms~30 ms,结构频率在0.5 Hz~3 Hz时,逆补偿补偿的时滞比预测时滞小10%左右。采用频域评价方法对位移追踪试验的数值模拟和实验室表明,当取1.1 倍预测时滞作为逆补偿参数时,可以得到较好的补偿效果。

参考文献:

- Nakashima M, Kato H, Takaoka E. Development of real-time pseudodynamic testing [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1992, 21(1): 79– 92
- [2] 王向英, 吴斌, 王倩颖. 实时子结构实验的滑动模态控制[J]. 工程力学, 2007, 24(6): 174-179.
 Wang Xiangying, Wu Bin, Wang Qianying. Sliding mode control of real-time substructure testing [J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(6): 174-179. (in Chinese)
- [3] Wu B, Bao H, Ou J, Tian S. Stability and accuracy analysis of central difference method for real-time substructure testing [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2005, 34(7): 705-718.
- [4] 许国山, 吴斌. 采用比例-积分控制的实时子结构试验 等效力控制方法[J]. 工程力学, 2009, 26(9): 251-256.
 Xu Guoshan, Wu Bin. Equivalent force control method with proportional integral controller for real-time substructure testing [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(9): 251-256. (in Chinese)
- [5] Chen C, Ricles J M. Real-time hybrid testing using an unconditionally stable explicit integration algorithm [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2009, 38(1): 23-44.
- [6] Carrion J E, Spencer Jr B F, Phillips B M. Real-time

hybrid simulation for structural control performance assessment [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2009, 8(4): 481–492.

- [7] Chen C, Ricles J M. Stability analysis of SDOF real-time hybrid testing systems with explicit integration algorithms and actuator delay [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2008, 37(4): 597– 613.
- [8] Chen C, Ricles J M. Tracking error-based servo-hydraulic actuator adaptive compensation for real-time hybrid simulation [J]. Journal of Structural Engineering, 2010, 136(4): 432-440.
- [9] Chen C, Ricles J M. Analysis of actuator delay compensation methods for real-time testing [J]. Engineering Structures, 2009, 31(11): 2643-2655.
- [10] 郭彤, 徐伟杰, 陈城. 实时混合模拟试验作动器位移追踪的频域评价方法[J] 工程力学, 2014, 31(4): 171-177. Guo Tong, Xu Weijie, Chen Cheng. Frequency-domain tracking assessment for servo-hydraulic actuator in real-time hybrid simulation [J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(4): 171-177. (in Chinese)
- [11] Guo T, Chen C, Xu W J, et al. A frequency response analysis approach for quantitative assessment of actuator tracking for real-time hybrid simulation [J]. Smart Materials and Structures, 2014, 23(4): 045042.

(上接第 60 页)

- [7] Eatherton M R, Hajjar J F. Residual drifts of self- centering systems including effects of ambient building resistance [J]. Earthquake Spectra, 2011, 27(3): 719-744.
- [8] Toranzo L A, Restrepo J I, Mander J B, Carr A J. Shake-Table tests of confined-masonry rocking walls with supplementary hysteretic damping [J]. Journal of Earthquke Engineering, 2009, 13(6): 882-898.
- [9] Deierlein G, Krawinkler H, Ma X, Eatherton M, Hajjar J, Takeuchi T, et al. Earthquake resilient steel braced frames with controlled rocking and energy dissipating fuses [J]. Steel Construction, 2011, 4(3): 171–175.
- [10] 曹海韵, 潘鹏, 叶列平, 等. 混凝土框架-摇摆墙结构 体系的抗震性能分析[J]. 建筑科学与工程学报, 2011, 28(1): 64-69.
 Cao Haiyun, Pan Peng, Ye Lieping, et al. Seismic performance analysis of RC frame rocking-wall structure system [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering,

2011, 28(1): 64-69. (in Chinese) [11] 曹海韵, 潘鹏, 叶列平. 基于推覆分析混凝土框架-摇

[11] 曹海韵, 潘鹏, 叶列平. 基于推復分析混凝工框架-摇 摆墙结构抗震性能研究[J]. 振动与冲击, 2011, 30(11): 240-244.

Cao Haiyun, Pan Peng, Ye Lieping. Pushover analysis of RC frame rocking wall structure [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(11): 240–244. (in Chinese)

[12] 曹海韵,潘鹏,吴守君,叶列平,曲哲.框架-摇摆墙结构体系中连接节点试验研究[J]. 建筑结构学报, 2012, 33(12): 38-46.

Cao Haiyun, Pan Peng, Wu Shoujun, Ye Lieping, Qu Zhe. Experimental study of connections of frame-rocking wall system [J]. Journal of Building Structures, 2012, 33(12): 38–46. (in Chinese)

- [13] 曲哲,和田章,叶列平. 摇摆墙在框架结构抗震加固中的应用[J]. 建筑结构学报, 2011, 32(9): 11-19.
 Qu Zhe, Wada Akira, Ye Lieping, Seismic retrofit of frame structures using rocking wall system [J]. Journal of Building Structures, 2011, 32(9): 11-19. (in Chinese)
- [14] 刘平,李琪. 基底隔震建筑的剪切梁动力模型[J]. 工程力学, 1998, 15(3): 90-97.
 Liu Ping, Li Qi. Shearing beam dynamic model for base-isolated buildings [J]. Engineering Mechanics, 1998, 15(3): 90-97. (in Chinese)
- [15] 杜永峰, 刘彦辉, 李慧. 带分布参数高压电气设备地震响应半解析法[J]. 工程力学, 2009, 26(3): 182-188.
 Du Yongfeng, Liu Yanhui, Li Hui. Seismic response of high-voltage equipments based on semi-analytical method [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(3): 182-188. (in Chinese)