

# 卫星导航接收机鉴相器有限字长效应研究\*

刘小汇, 黄龙

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**卫星导航接收机跟踪信号的能力取决于锁相环的跟踪精度, 相位鉴别器在锁相环设计中具有重要地位。针对点积鉴相器和二象限反正切鉴相器在输入信号有限字长效应下, 对鉴相器性能的影响问题, 建立了鉴相器有限字长误差模型。通过理论推导输入信号的统计特性, 计算得到鉴相器输入信号均值和方差表达式, 并分析了有限字长对鉴相器的均值和方差、收敛区间和鉴别增益的影响情况。由理论和仿真验证, 得出了鉴相器在输入信号有效位数3比特以上时, 对环路跟踪精度没有影响的结论。

**关键词:**锁相环; 相位鉴别器; 点积鉴相器; 反正切鉴相器; 有限字长

**中图分类号:** TN967.1    **文献标志码:** A    **文章编号:** 1001-2486(2013)02-0087-06

## Performance analysis of finite word-length effect on phase discriminator in satellite navigation receiver

LIU Xiaohui, HUANG Long

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The ability of navigation receiver to track signals is affected by phase locked loop tracking accuracy. Phase discriminator plays an important role in the design of phase locked loop. Base on the influence on the finite word-length effect to the dot product and the arctangent discriminator's performance, a word length error model was proposed. The theoretical analysis of the finite word-length affected to the discriminator's converge range and gain was presented by deducing the input signal's statistical characteristic. Analysis and simulation show that the deviation of input signals of the phase discriminator with up to 3 bits has no influence on the carrier tracking accuracy.

**Key words:** PLL (Phase Lock Loop); costas loop; phase discriminator; arctangent discriminator; dot product discriminator; finite word-length

卫星导航接收机在信号捕获后, 为了获得对导航电文和观测量的精确估计, 需要稳定精确跟踪信号的载波相位和频率的变化。由于实现方式简单, 目前接收机通常采用锁频环 (FLL) 和锁相环 (PLL) 来实现载波频率、相位的跟踪<sup>[1]</sup>。锁相环具有获取相干载波用于解调导航电文、获取载波相位用于计算运动速度和高精度定位、获得多普勒频偏用于辅助码环等功能, 因此锁相环的性能将直接影响接收机的性能。为了适应导航数据相位跳变所造成的输入信号翻转, 锁相环通常采用 COSTAS 环来实现。鉴相器是环路设计中的重要部分, 主要用来计算本地复制载波与输入信号载波的相位误差, 常用的鉴相器有四种<sup>[2]</sup>, 由于点积鉴相器的运算量小、在低载噪比下性能最优, 二象限反正切鉴相器 (以下简称反正切鉴相器) 在高载噪比下性能最好<sup>[3]</sup>, 使得这两种鉴相器在接收机设计中使用较频繁。在实际应用中影响相位鉴别器的指标有线性鉴别范围 (收敛区间)、鉴

别误差和运算量大小。由于硬件资源的限制, 鉴相器实现时需要考虑实时性和资源占用率的问题, 其中字长的控制是关键。一般而言, 字长越短, 处理器的资源占用量越小, 实时性越强, 但同时由于有效位数的减小, 会影响鉴相的性能。目前对鉴相器的性能研究中, 均是全精度下对鉴相器相位噪声、鉴相范围等的分析比较<sup>[4-6]</sup>, 对于字长的影响, 文献[7]提出了一种单比特量化下的鉴相算法并分析了性能, 文献[8]针对此算法进行了改进并分析了性能, 然而对于更一般字长效应的影响, 还没有针对性的研究。

本文在已有研究的基础上, 对鉴相器的有限字长效应进行了研究。

### 1 鉴相器的误差建模与统计特性分析

#### 1.1 鉴相器的字长误差模型

如图1为鉴相器的字长噪声模型, 由于硬件实现的局限性, 通常对输入鉴相器的相关累加和

\* 收稿日期: 2012-06-28

基金项目: 航天支撑基金资助项目 (2011-HTGFKD)

作者简介: 刘小汇 (1976—), 女, 湖南永州人, 副研究员, 博士研究生, E-mail: lululiu\_nudt@sina.com

信号与输出鉴相器的相位值进行舍入,鉴相器噪声由鉴相输出的噪声  $n_{PD}$  和舍位量化噪声组成。量化噪声可以分为输入信号的量化噪声  $n_{e1}$  和输出相位的量化噪声  $n_{e2}$ 。对于输出相位的量化噪声,由于量化误差是平稳随机序列并且与输出相位不相关,因此对总噪声的影响可以采取直接累加的方法;对于输入信号的舍入量化噪声  $n_{e1}$ ,因为鉴相操作是一个非线性的过程,其对鉴相器噪声的影响不能简单地累加。假设输入信号的字长为  $b1$ ,则鉴相器输出方差  $\hat{\sigma}_{PD}^2$  是  $b1$  的非线性函数,同理假设输出相位的字长为  $b2$ ,则鉴相器在舍入量化效应下总的输出噪声为:

$$\sigma_{\Delta\theta}^2 = \hat{\sigma}_{PD}^2(b1) + \sigma_{n_{e2}}^2(b2) \quad (1)$$

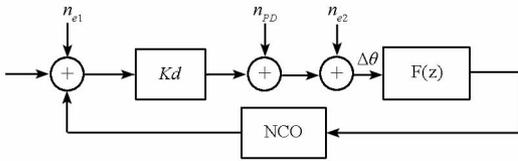


图 1 鉴相器的字长误差模型

Fig. 1 Error model of word-length effect for phase discriminator

即为输入信号舍入量化下的鉴相器输出噪声  $\hat{\sigma}_{PD}^2(b1)$  与输出相位量化噪声  $\sigma_{n_{e2}}^2(b2)$  之和。其中由量化理论可知输出相位归一化后的量化噪声为<sup>[9]</sup>

$$\sigma_{n_{e2}}^2(b2) = 2^{-2b2}/12 \quad (2)$$

### 1.2 输入信号的有限字长效应分析

由于文献[10]已经分析了输出相位量化效应的影响,因此本文主要分析输入信号在舍入量化效应下对鉴相器性能的影响。为了计算输入信号在  $b1$  位字长下鉴相器输出噪声  $\hat{\sigma}_{PD}^2(b1)$ ,首先分析输入信号量化后的统计特性。不考虑伪码相位跟踪误差,在中频信号经过解调、积分清零器后的相关累加值  $I$ 、 $Q$  信号可以分别写成如下的形式:

$$\begin{aligned} I_k &= A \cdot d_k \cdot \cos(\theta_k) + n_{i,k} \\ Q_k &= A \cdot d_k \cdot \sin(\theta_k) + n_{q,k} \end{aligned} \quad (3)$$

其中:  $A$  为信号幅度;  $d_k$  为调制的导航电文;  $\theta_k$  为残留的载波相位误差;  $n_{i,k}$  和  $n_{q,k}$  相互独立,方差均为  $\sigma^2$ 。且相关累加值  $I$ 、 $Q$  的联合概率密度函数为<sup>[6]</sup>:

$$\begin{aligned} f(I_k, Q_k | \theta_k) &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}[I_k \right. \\ &\quad \left. - A \cdot d_k \cdot \cos(\theta_k)]^2 - \frac{1}{2\sigma^2}[Q_k - A \cdot d_k \cdot \sin(\theta_k)]^2\right\} \end{aligned} \quad (4)$$

假设处理器的位长为  $M$ ,将  $M$  位的  $I$ 、 $Q$  累加值采用  $Q(M-1)$  定点表示法(最高位为符号位,其余位为小数位)。  $M$  比特的定点数  $x_M$ ,用舍入的方式截取成  $b1$  比特( $M \geq b1$ ) 的定点数  $x_{b1}$  时,舍入误差为  $e_r$ 。为了分析方便,假设  $x_M$  为正数,不考虑符号位,用数学式表示为  $x_M = \sum_{i=1}^M \alpha_i 2^{-i}$ ,  $x_{b1} = \sum_{i=1}^{b1} \alpha_i 2^{-i} + \alpha_{b1+1} 2^{-b1}$ , ( $\alpha_i = 0, 1$ )。舍入误差为  $e_r = x_M - x_{b1} = \alpha_{b1+1} 2^{-(b1+1)} - \sum_{i=b1+2}^M \alpha_i 2^{-i}$ , 误差的最大值  $e_{r\_max} = 2^{-(b1+1)}$ , 最小值  $e_{r\_min} = -\sum_{i=b1+2}^M 2^{-i} = -(2^{-(b1+1)} - 2^{-M})$ 。假设舍入误差  $e_r$  在取值区间  $[e_{r\_min}, e_{r\_max}]$  上是均匀分布的随机变量,共有  $L = 2^{M-b1}$  个取值,则  $e_r$  的概率密度函数为:

$$p(e_r) = \frac{1}{2^{M-b1}} \quad (5)$$

$e_r$  的均值:

$$\mu_{er} = \sum_{i=1}^L e_{ri} p(e_{ri}) = \frac{1}{2^{M-b1}} \sum_{i=1}^L e_{ri} = \frac{2^{-b1-1}}{2^{M-b1}} = \frac{1}{2^{M+1}} \quad (6)$$

$e_r$  的方差

$$\begin{aligned} \sigma_{er}^2 &= \sum_{i=1}^L (e_{ri} - \mu_{er})^2 p(e_{ri}) \\ &= \frac{1}{2^{M-b1}} \sum_{i=1}^L (e_{ri} - \frac{1}{2^{M+1}})^2 \\ &= \frac{(2^{-2b1} - 2^{-2M}) - 3 \times 2^{-3M+b1}}{12} \end{aligned} \quad (7)$$

当  $M \rightarrow \infty$  时,即  $x_M$  为无限精度的小数时,  $b1$  比特舍入后均值  $\mu_{er} = 0$ , 方差  $\sigma_{er}^2 = 2^{-2b1}/12$ 。

实际上  $M \gg b1$  时,其方差均可约等于  $\sigma_{er}^2 = 2^{-2b1}/12$ 。

对  $I$ 、 $Q$  信号进行  $b1$  比特舍入,等效于引入了一个均匀等概率分布的白噪声,分别记为  $e_I$  和  $e_Q$ 。则输入信号舍入量化后的表达式为:

$$\begin{aligned} \hat{I}_k &= I_k + e_I \\ \hat{Q}_k &= Q_k + e_Q \end{aligned} \quad (8)$$

根据以上分析可知量化噪声  $e_I$  和  $e_Q$  的概率密度、均值和方差分别为  $f(e_I) = f(e_Q) = 1/q$ ,  $m_{eI} = m_{eQ} = 0$ ,  $\sigma_{eI}^2 = \sigma_{eQ}^2 = q^2/12$  ( $I$ 、 $Q$  有效位远大于舍入位数时)。量化间隔为  $q = 2^{-b1}$ 。

由  $I$ 、 $Q$  的联合概率密度表达式(4)可知  $I$ 、 $Q$  的概率密度分别为:

$$f(I_k | \theta_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(I_k, Q_k | \theta_k) dQ_k$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(I_k - Ad_k \cos\theta_k)^2\right] \quad (9)$$

同理:

$$f(Q_k | \theta_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(Q_k - Ad_k \sin\theta_k)^2\right] \quad (10)$$

显然  $I, Q$  为相互独立的随机变量。假设舍入误差  $e_I$  与信号  $I_k$  不相关, 则其联合概率密度为:

$$f(I_k, e_I | \theta_k) = \frac{1}{q \sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(I_k - Ad_k \cos\theta_k)^2\right] \quad (11)$$

同理,  $e_Q$  与  $Q_k$  的联合概率密度为:

$$f(Q_k, e_Q | \theta_k) = \frac{1}{q \sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(Q_k - Ad_k \sin\theta_k)^2\right] \quad (12)$$

舍入量化后的信号是  $\hat{I}_k = I_k + e_I$ , 则  $\hat{I}_k$  的概率密度为:

$$f(\hat{I}_k | \theta_k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(I_k | \theta_k) f_{e_I}(\hat{I}_k - I_k) dI_k$$

$$= \int_{\hat{I}_k - q/2}^{\hat{I}_k + q/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(I_k - Ad_k \cos\theta_k)^2\right] \frac{1}{q} dI_k$$

因为  $Q(x) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) = \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ , 则

量化信号  $\hat{I}_k$  的概率密度可以表示为:

$$f(\hat{I}_k | \theta_k) = \frac{1}{q} \left[ Q\left(\frac{\hat{I}_k - q/2 - Ad_k \cos\theta_k}{\sigma}\right) - Q\left(\frac{\hat{I}_k + q/2 - Ad_k \cos\theta_k}{\sigma}\right) \right] \quad (13)$$

同理可以求出  $\hat{Q}_k$  的概率密度为

$$f(\hat{Q}_k | \theta_k) = \frac{1}{q} \left[ Q\left(\frac{\hat{Q}_k - q/2 - Ad_k \sin\theta_k}{\sigma}\right) - Q\left(\frac{\hat{Q}_k + q/2 - Ad_k \sin\theta_k}{\sigma}\right) \right] \quad (14)$$

由以上对输入信号有限字长下概率密度函数的计算, 下节将推导两种鉴相器输出均值和方差的表达式, 从而得到字长对鉴相性能的影响。

### 1.3 点积鉴相器的统计特性

由于点积鉴相器的鉴相特性会随着输入信号的幅度变化, 为了消除这一影响, 通常将鉴相器输出用信号总功率进行归一化。归一化的点积鉴相器表达式为  $D_{mp}(I_k, Q_k) = I_k \times Q_k / (I_k^2 + Q_k^2)$ , 由  $I, Q$  联合概率密度的表达式(4)可以得到全精度下点

积鉴相器的均值:

$$m_{PD_{mp}} = E[I_k \times Q_k / P_{S+N}] \quad (15)$$

其中信号总功率归一化因子  $P_{S+N} = A^2 + 2\sigma^2$ 。

$$E[I_k \times Q_k] = \frac{1}{2\pi\sigma^2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} I_k \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(I_k - Ad_k \cos\theta_k)^2\right] dI_k$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} Q_k \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(Q_k - Ad_k \sin\theta_k)^2\right] dQ_k$$

$$= \frac{A^2 \sin 2\theta_k}{2}$$

于是有

$$m_{PD_{mp}} = \frac{1}{2(1 + \frac{2\sigma^2}{A^2})} \sin 2\theta_k \quad (16)$$

同理方差可以计算得:

$$\sigma_{PD_{mp}}^2 = D[I_k \times Q_k / P_{S+N}]$$

$$= \frac{\sigma^4 + A^2 \sigma^2}{(A^2 + 2\sigma^2)^2} \quad (17)$$

当将输入信号  $I_k, Q_k$  进行  $b1$  比特字长舍入后, 点积鉴相器的均值能够推导得:

$$\hat{m}_{PD_{mp}}(b1) = E[\hat{I}_k \times \hat{Q}_k / \hat{P}_{S+N}]$$

$$= E[\hat{I}_k] E[\hat{Q}_k] / \hat{P}_{S+N}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{I}_k f(\hat{I}_k | \theta_k) d\hat{I}_k$$

$$\cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{Q}_k f(\hat{Q}_k | \theta_k) d\hat{Q}_k / \hat{P}_{S+N}$$

$$= \frac{1}{2(1 + \frac{2\sigma^2 + q^2/6}{A^2})} \sin 2\theta_k \quad (18)$$

同理方差也能推导得:

$$\hat{\sigma}_{PD_{mp}}^2(b1) = D[\hat{I}_k \times \hat{Q}_k / \hat{P}_{S+N}]$$

$$= \frac{\sigma^4 + A^2 \sigma^2 + \sigma^2 \frac{2^{-2b1}}{6} + A^2 \frac{2^{-2b1}}{12} + (\frac{2^{-2b1}}{12})^2}{(A^2 + 2\sigma^2 + q^2/6)^2} \quad (19)$$

### 1.4 反正切鉴相器的统计特性

反正切鉴别器的表达式为  $D2(I_k, Q_k) = \arctan(Q_k/I_k)$ , 首先计算全精度的反正切相位鉴别器的均值和方差。设随机变量  $Z = Q_k/I_k$ , 则  $Z$  概率密度函数为:

$$f_Z(Z | \theta_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} |I_k| f(I_k, I_k Z) dI_k$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} |I_k| \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(I_k - Ad_k \cos\theta_k)^2\right] \cdot$$

$$\begin{aligned} & \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(I_k Z - Ad_k \sin\theta_k)^2\right] dI_k \\ &= \frac{\exp(-\eta)}{2\pi(1+Z^2)} + \sqrt{\frac{\eta}{\pi}} \frac{(\cos\theta_k + Z\sin\theta_k)}{(1+Z^2)^{3/2}} \\ & \exp\left\{-\eta\left[1 - \frac{(\cos\theta_k + Z\sin\theta_k)^2}{1+Z^2}\right]\right\} \\ & Q\left[-\frac{\sqrt{2\eta}(\cos\theta_k + Z\sin\theta_k)}{\sqrt{1+Z^2}}\right] \end{aligned} \quad (20)$$

其中  $\eta = \frac{A^2}{2\sigma^2}$  为输入信号的信噪比, 于是反正切鉴相器的均值和方差为:

$$\begin{aligned} m_{PD\_a \tan} &= E[\arctan(Z)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \arctan(Z) f_Z(Z | \theta_k) dZ \\ \sigma_{PD\_a \tan}^2 &= D[\arctan(Z)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \arctan(Z)^2 f_Z(Z | \theta_k) dZ - E[\arctan(Z)]^2 \end{aligned} \quad (21)$$

$$(22)$$

当将输入信号  $I_k, Q_k$  进行  $b1$  比特字长舍入后, 同理可以得到  $\hat{Z} = \hat{Q}_k / \hat{I}_k$  的概率密度函数:

$$\begin{aligned} f_Z(\hat{Z} | \theta_k) &= \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{I}_k| f(\hat{I}_k, \hat{I}_k \hat{Z}) d\hat{I}_k \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{I}_k| f(\hat{I}_k | \theta_k) f(\hat{I}_k \hat{Z} | \theta_k) d\hat{I}_k \end{aligned} \quad (23)$$

于是输入信号  $b1$  比特反正切相位鉴别器的均值和方差为:

$$\begin{aligned} \hat{m}_{PD\_a \tan}(b1) &= E[\arctan(\hat{Z})] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \arctan(\hat{Z}) f_Z(\hat{Z} | \theta_k) d\hat{Z} \\ \sigma_{PD\_a \tan}^2(b1) &= D[\arctan(Z)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \arctan(Z)^2 f_Z(Z | \theta_k) dZ - E[\arctan(Z)]^2 \end{aligned} \quad (24)$$

$$(25)$$

## 2 鉴相器性能分析

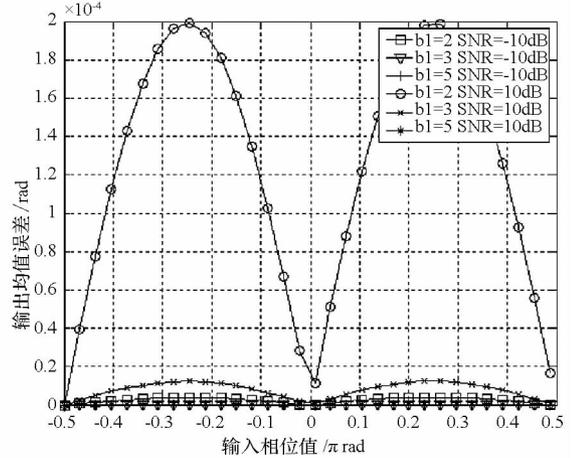
### 2.1 字长效应对鉴相器均值和方差的影响

定义均值误差为

$$m_{error} = |\hat{m}_{PD} - m_{PD}| \quad (26)$$

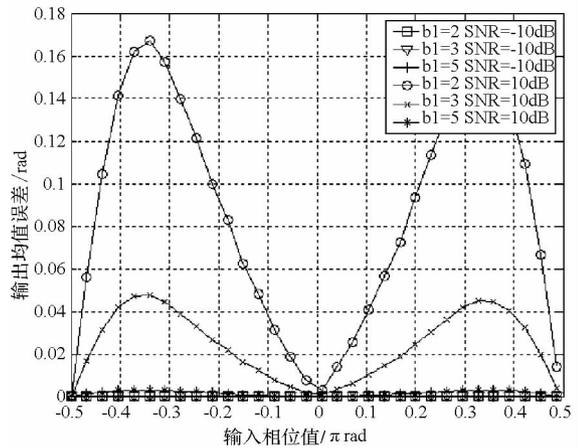
即字长舍入量化后的均值与全精度的均值差值的绝对值。如图所示为在高(10dB)、低信噪比(-10dB)时输入信号 2、3、5 比特字长下的均值误差, 两种鉴相器在高信噪比时由字长导致的误

差大于低信噪比的量化误差, 这是因为低信噪比下热噪声占主导地位, 由字长导致的误差差异被强噪声所覆盖, 而高信噪比时舍入量化噪声占主导地位。同时可以看出, 字长为 3 比特以上时, 无论高低信噪比, 其均值误差均达到较小的弧度量级, 基本可以忽略。



(a) 点积鉴相器字长均值误差

(a) Mean error of dot product discriminator



(b) 反正切鉴相器字长均值误差

(b) Mean error of arctangent discriminator

图 2 两种鉴别器字长均值误差比较

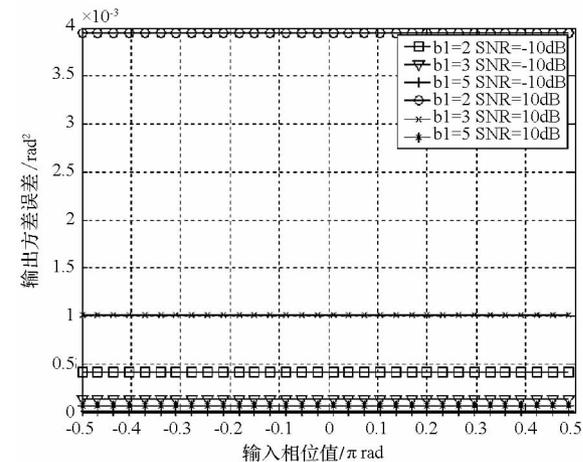
Fig. 2 Comparison of two PD's mean error under different word-length

与均值误差类似, 鉴相器的输出方差误差定义为

$$\sigma_{error}^2 = |\sigma_{PD}^2 - \hat{\sigma}_{PD}^2| \quad (27)$$

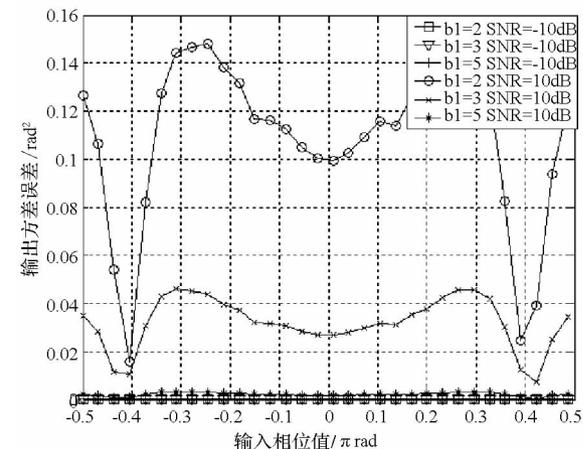
即舍入量化前后方差的差值绝对值, 如图 3 所示为点积鉴相器和反正切鉴别器分别在高(10dB)、低信噪比(-10dB)时输入信号 2、3、5 比特下的方差误差, 由图可见, 在固定有效字长时, 点积鉴相器的方差误差随输入相位的改变而改变, 是一个恒定值, 而反正切鉴相器的方差误差会有所起伏, 这是由反正切本身的方差随相位改变的性质决定的。两种鉴相器在高低信噪比下的方

误差性质与均值误差相类似,高信噪比下由字长带来的误差水平要高于低信噪比下的,且 3 比特以上舍入量化带来的误差可以忽略。



(a) 点积鉴相器字长方差误差

(a) Variance error of dot product discriminator



(b) 反正切鉴相器字长方差误差

(b) Variance error of arctangent discriminator

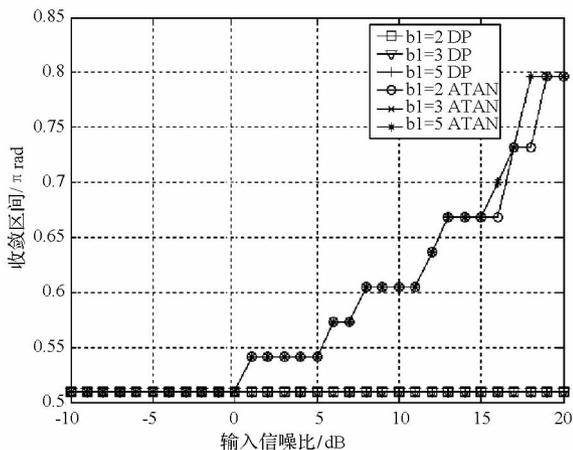
图 3 两种鉴别器字长方差误差比较

Fig.3 Comparison of two PD's variance error under different word-length

### 2.2 字长效应对鉴相器收敛区间和鉴别增益的影响

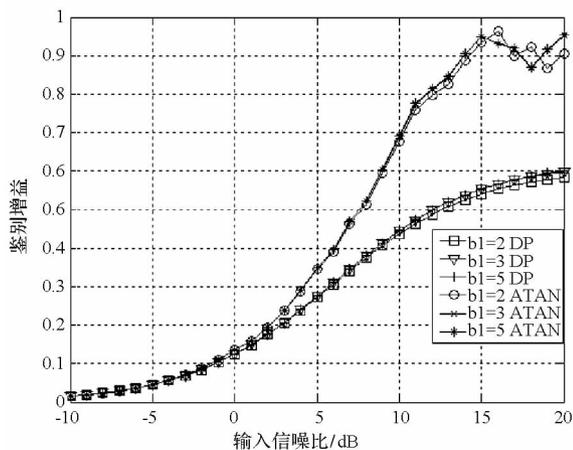
收敛区间是使环路能够收敛到正确相位的初始相位范围,当初始相位误差超过收敛区间范围时,环路可能会假锁,锁定到其他伪收敛点上。收敛区间  $L$  的定义是从鉴别曲线的最低点到鉴别曲线的最高点之间的相位差。鉴别增益  $K_d$  定义为收敛区间对应的斜率,它反映了鉴相器的鉴相能力,增益的减小导致无法准确得到相位输出值。由图 4 可见,点积鉴相器的收敛区间不随输入信号有效位数和输入信噪比的改变而改变,均保持在  $0.5\pi$ ;而反正切鉴相器在输入信号 0dB 以下时,收敛区间保持在  $0.5\pi$  左右,在输入信号大于 0dB

后,随着输入信号信噪比的增强,收敛区间会增大直至  $\pi$ 。另外当输入信噪比较小时(0dB 以下)点积鉴相器的鉴别增益与反正切的增益相当,随着信噪比的增大,反正切的增益要大于点积鉴别器的,即反正切鉴相器在高信噪比时的性能提升明显。同时也能看到无论何种鉴相器,输入信号的字长效应在高信噪比时比低信噪比明显。



(a) 不同字长鉴相器的收敛区间

(a) Lock in range of phase discriminator under different word-length



(b) 不同字长鉴相器的鉴别增益

(b) Gain of phase discriminator under different word-length

图 4 字长效应对两种鉴相器收敛区间和鉴别增益的影响  
Fig.4 Comparison of lock in range and PD gain of two PD's

### 3 环路性能分析及仿真验证

由于鉴相器的噪声是影响环路跟踪的主要因素,因此有必要分析字长效应对载波相位精度的影响。假设跟踪环路是误差最小的二阶环路,可知环路跟踪误差与鉴相器输出噪声方差之间的关系为<sup>[11]</sup>:

$$\sigma_{PLL}^2 = \sigma_{\Delta\theta}^2 B_n / (k_{if}^2 f_s) \quad (28)$$

其中  $B_n$  为理想环路带宽。定义载波相位精度损失为有限字长的环路跟踪误差与全精度下的跟

踪误差之比<sup>[12]</sup>：

$$Loss = \hat{\sigma}_{PLL}^2 / \sigma_{PLL}^2 = (\hat{\sigma}_{PD}^2(b1) + \sigma_{e2}^2(b2)) / \sigma_{PD}^2$$

表 1 为两种鉴相器的输入信号分别在有限字

长下的跟踪精度损失,由于输出相位的字长影响文献[10]已有分析,本文计算时设  $\sigma_{e2}^2(b2) = 0$ 。

表 1 两种相位鉴别器的跟踪精度损失

Tab.1 Phase accuracy loss of two phase discriminators

输入信号位长 (bit)	SNR(dB)	点积鉴相器 精度损失	反正切鉴相器 精度损失	SNR(dB)	点积鉴相器 精度损失	反正切鉴相器 精度损失
2	- 5	1.0049	1.0122	0	1.0137	1.0164
3		1.0017	1.003		1.0028	1.0041
5		1.0001	1.0002		1.0003	1.0003
2	10	1.0904	1.0722	20	1.7442	2.0515
3		1.019	1.0176		1.164	1.2379
5		1.0011	1.0011		1.0093	1.0144

由表中数据可知,在输入信号信噪比较低时,各字长的精度损失差别不大,舍入量化对环路精度损失带来的影响不明显;当信噪比高于 0dB 后,字长为 2、3 比特的精度损失明显高于其他比特的。由此也能得出无论在何种信噪比条件下,输入信号取 3 比特以上时对环路性能影响不大的结论。

### 4 结论

以上通过载波跟踪环路中点积和反正切鉴相器输入信号有限字长效应对鉴相性能的影响分析和仿真实验,可知输入信号字长效应对鉴相器输出的均值和方差均有影响。点积鉴相器的收敛区间不随输入信号的位数改变而改变,恒为  $0.5\pi$ ,而低位字长对反正切鉴相器的收敛区间有影响,当信噪比较大时影响较明显。同时反正切鉴相器在高信噪比的鉴别增益大于点积鉴相器。在输入信号高信噪比下字长效应对载波相位精度的影响大于低信噪比。最后,由跟踪精度损失的理论计算和仿真结果,可以综合得到输入信号有限字长效应对鉴相性能影响的结论:当输入信号的信噪比在 0dB 以下时,字长效应对其性能影响不大;当信噪比大于 0dB 时,应选取 3 比特以上字长,使其相比无限字长的精度损失小于 0.5%,此时字长效应的影响可忽略。

### 参考文献 (References)

[1] Parkison B, Spliker J. Global position system: theory and applications[M]. Washington, D. C. , AIAA,1996.

[2] Kaplan E D. Understanding GPS principles and applications [M]. Norwood, MA, USA: Artech House, 1996.

[3] Julien O. Carrier-phase tracking of future data/pilot signals

[C]// ION GNSS 2005, Long Beach, CA September 13 - 16, California: Institute of Navigation, 2005: 113 - 124.

[4] Razavi A, Egziabher D G, Akos D M. Carrier loop architectures for tracking weak GPS signals [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 44 (2): 697 - 710.

[5] Huang W, Andonovic I, Nakagawa M. PLL performance of DS-CDMA systems in the presence of phase noise, multiuser interference, and additive gaussian noise[J]. IEEE transactions on Communications, 1998, 46(11):1507 - 1515.

[6] Yu W, Lachapelle G, Skone S. PLL performance for signals in the presence of thermal noise, phase noise, and ionospheric scintillation [C]// ION GNSS 19th International Technical Meeting of the Satellite Division, Berlin Heidelberg, 26 - 29 September 2006: 1341 - 1357.

[7] Chang C F, Kao M S. High-accuracy carrier phase discriminator in one-bit quantized software-defined receivers[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2008, 15(4): 397 - 400.

[8] Zhao J, Zhang J Q, Yin J J. A robust digital phase discriminator in one-bit quantized software-defined receivers [C]// 2009 5th international Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, September 2009: 1 - 4.

[9] Oppenheim A V, Schafer R W, Buck J R. Discrete-time signal processing[M]. 2nd edition, Prentice-Hall, Inc. 1999: 157 - 160.

[10] 刘峰,李欣,龙腾. 卫星导航接收机定点环路跟踪精度研究[J]. 北京理工大学学报, 2010, 30(6): 707 - 712. LIU Feng, LI Xin, LONG Teng. Research on the tracking accuracy of fixed-point loop for satellite navigation receiver [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2010, 30(6): 707 - 712. (in Chinese)

[11] Misra P , Enge P . Global positioning system, signals, measurements, and performance, [M]. 2nd edition, USA: Ganga-Jamuna Press, 2006.

[12] Shen B, Zhang Q L. A new method for analyzing the quantization effect of ADC in broadband QAM receiver[J]. International Conference on Communications, Circuits and Systems, 2002: 1262 - 1266.