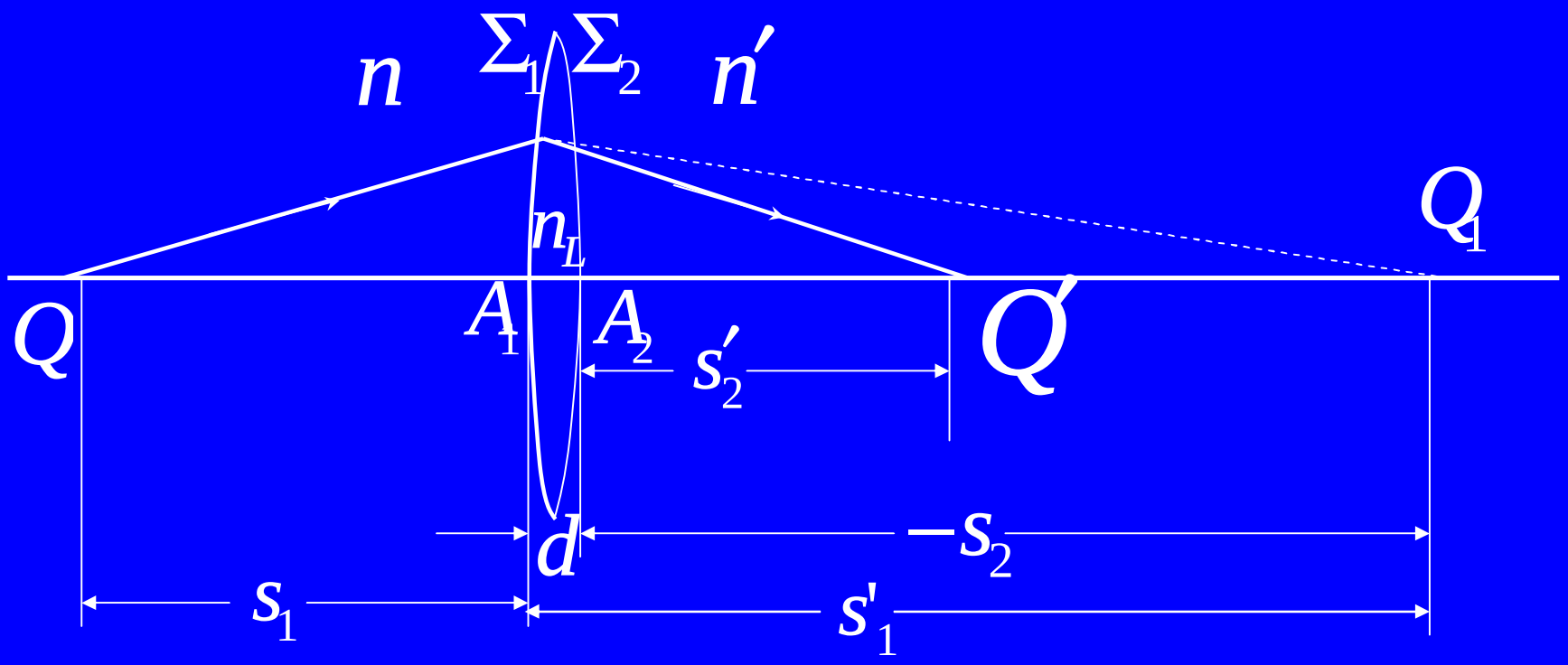
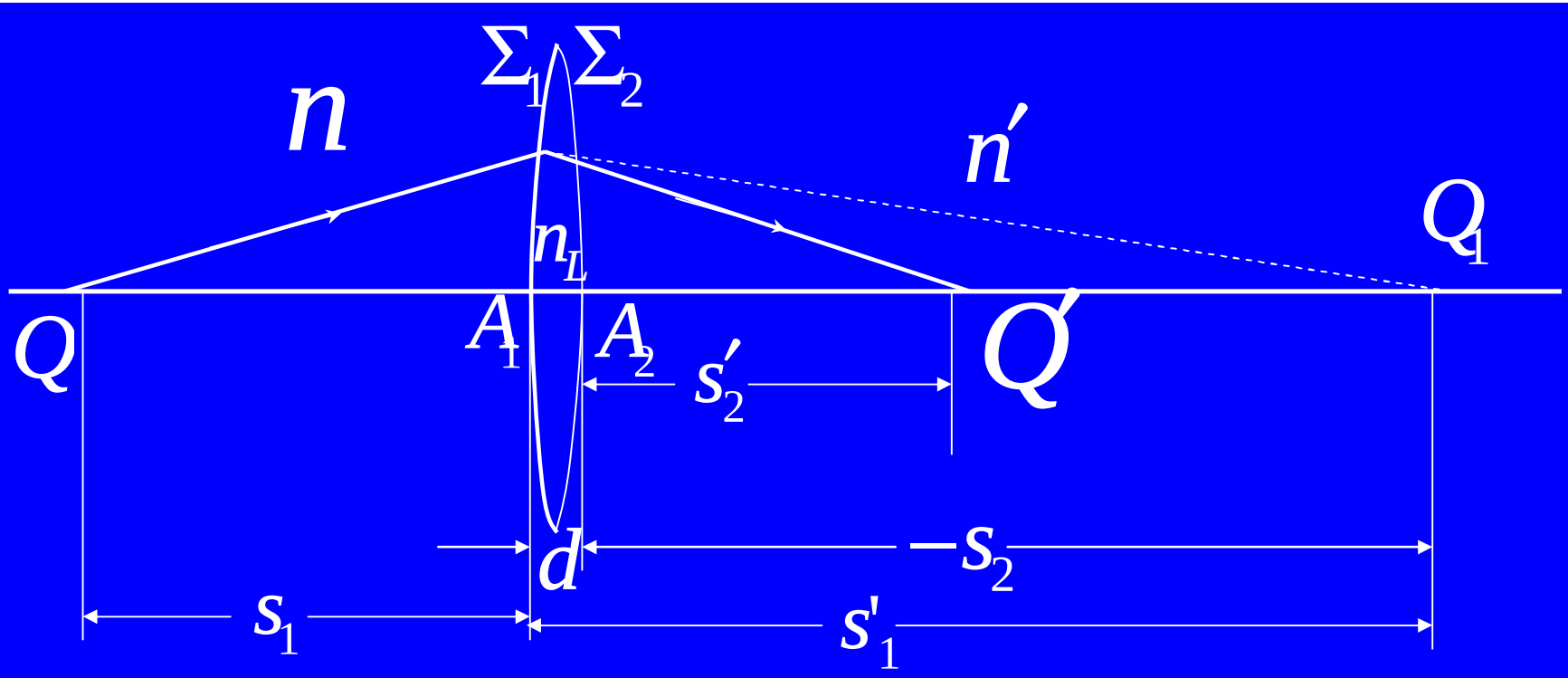
§6 薄透镜 (Thin Lenses)

6.1 薄透镜的焦距公式





逐次成像：

$$\Sigma_1:\frac{n_L}{s'_1}+\frac{n}{s_1}=\frac{n_L-n}{r_1}$$

$$\Sigma_2:\frac{n'}{s'_2}+\frac{n_L}{s_2}=\frac{n'-n_L}{r_2}$$

薄透镜：

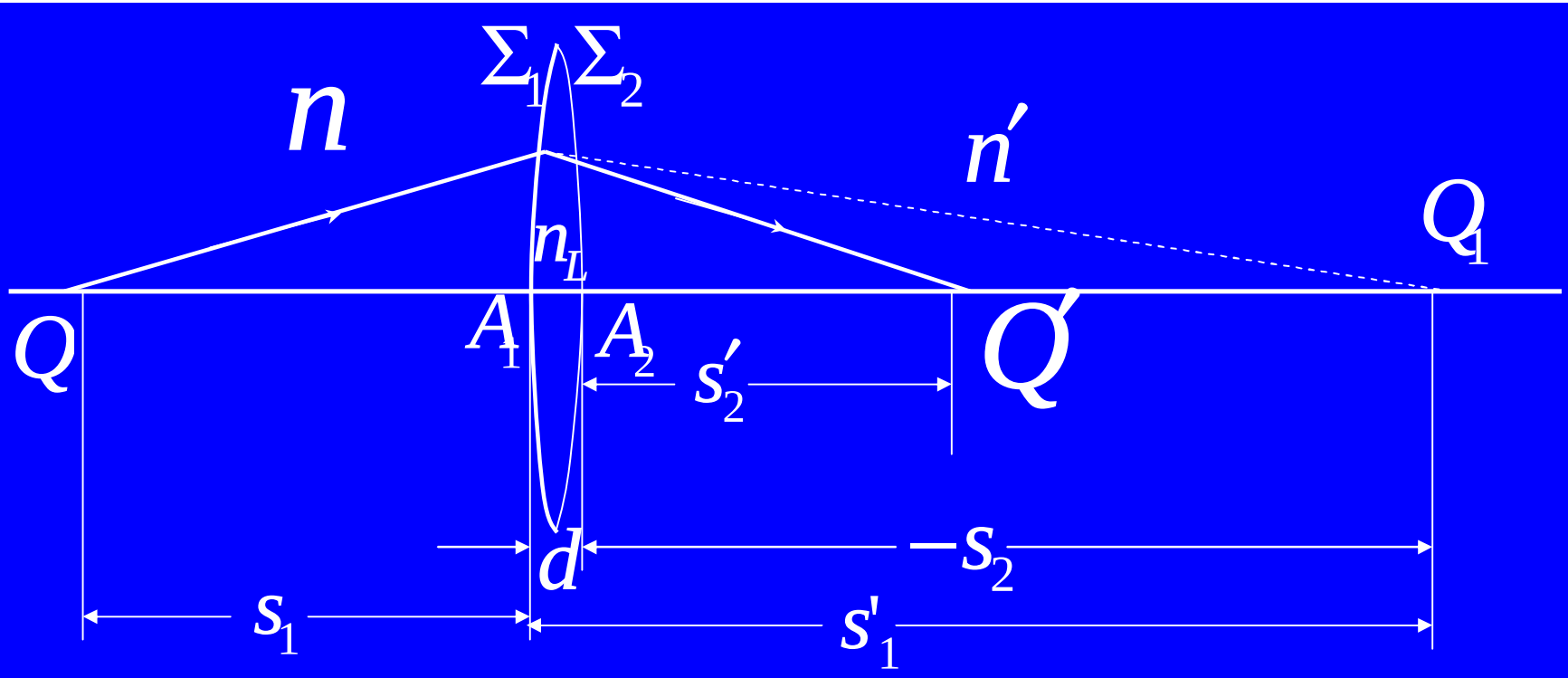
$$s'_1\approx -s_2$$

令：

$$s=s_1 \quad s'=s'_2$$

得：

$$\frac{n'}{s'}+\frac{n}{s}=\frac{n_L-n}{r_1}+\frac{n'-n_L}{r_2}$$



横向放大率：　$V_1 = -\dfrac{s'_1 / n_L}{s_1 / n}$　　$V_2 = -\dfrac{s'_2 / n'}{s_2 / n_L}$

薄透镜：　$s'_1 = -s_2$

令：　$s = s_1$　　$s' = s'_2$

得：　$V = V_1 V_2 = -\dfrac{s' / n'}{s / n}$

焦距公式：

$$\frac{n'}{s'}+\frac{n}{s}=\frac{n_L-n}{r_1}+\frac{n'-n_L}{r_2}$$

$$\begin{cases} s'=\infty \Rightarrow f=\dfrac{n}{\dfrac{n_L-n}{r_1}+\dfrac{n'-n_L}{r_2}} \\ s=\infty \Rightarrow f'=\dfrac{n'}{\dfrac{n_L-n}{r_1}+\dfrac{n'-n_L}{r_2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} n=n' \Rightarrow f=f'=\dfrac{n}{(n_L-n)(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2})} \\ n=n'=1 \Rightarrow f=f'=\dfrac{1}{(n_L-1)(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2})} \end{cases}$$

磨镜者公式

透镜的光焦度：

$$\begin{cases} s'=\infty \Rightarrow f=\dfrac{n}{\dfrac{n_L-n}{r_1}+\dfrac{n'-n_L}{r_2}} \\ s=\infty \Rightarrow f'=\dfrac{n'}{\dfrac{n_L-n}{r_1}+\dfrac{n'-n_L}{r_2}} \end{cases}$$

$$P=\frac{n}{f}=\frac{n'}{f'}=\frac{n_L-n}{r_1}+\frac{n'-n_L}{r_2}$$

正透镜，会聚透镜，凸透镜：

(positive, converging, convex lens)：

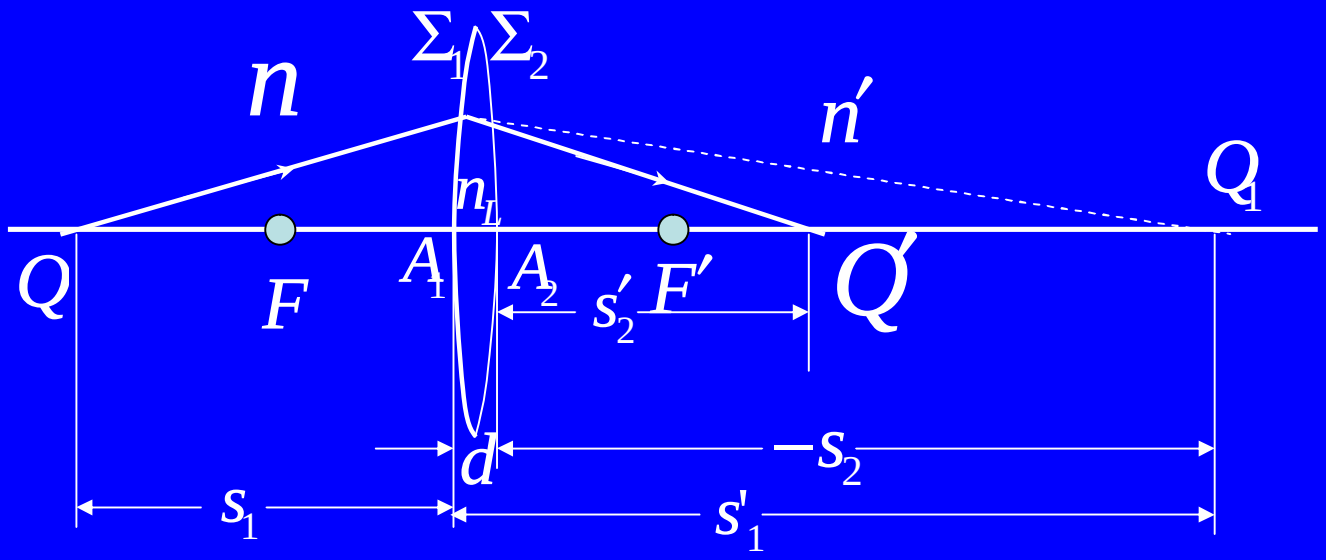
$f, f' > 0$　　中央厚，边缘薄

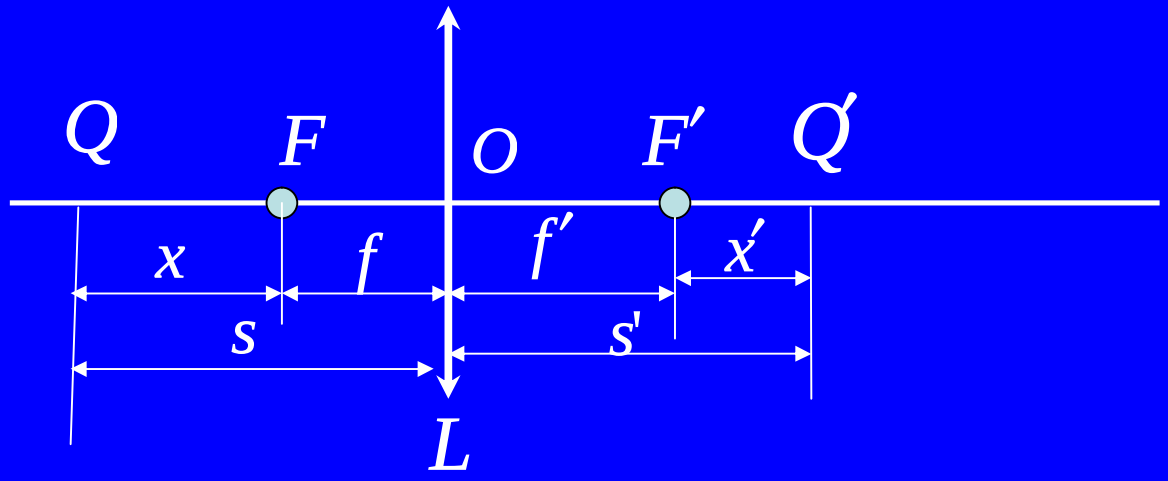
负透镜，发散透镜，凹透镜

(negative, diverging, concave lens)：

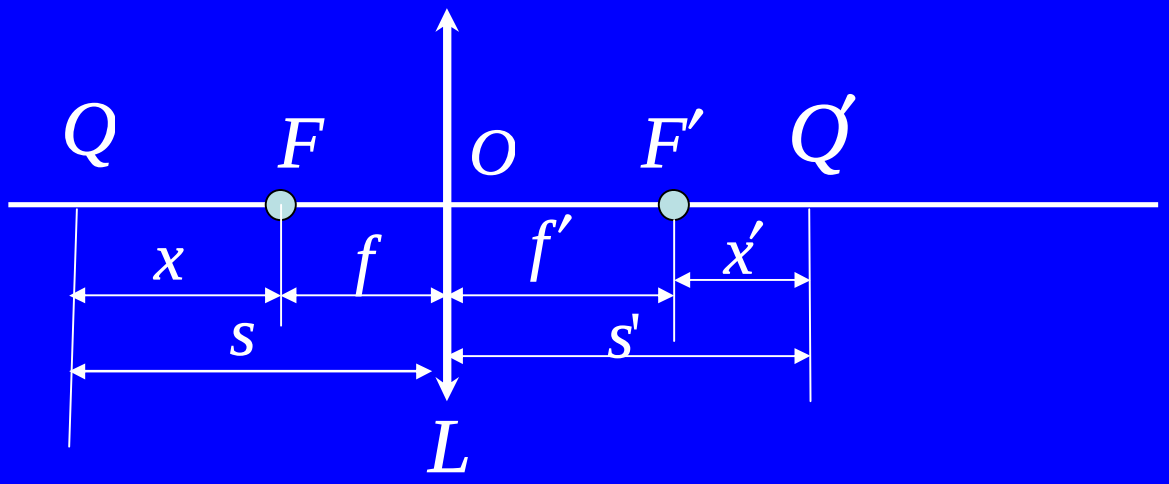
$f, f' < 0$　　中央薄，边缘厚

6.2 薄透镜成像公式





符号法则



物点Q在焦点F之左，x>0;

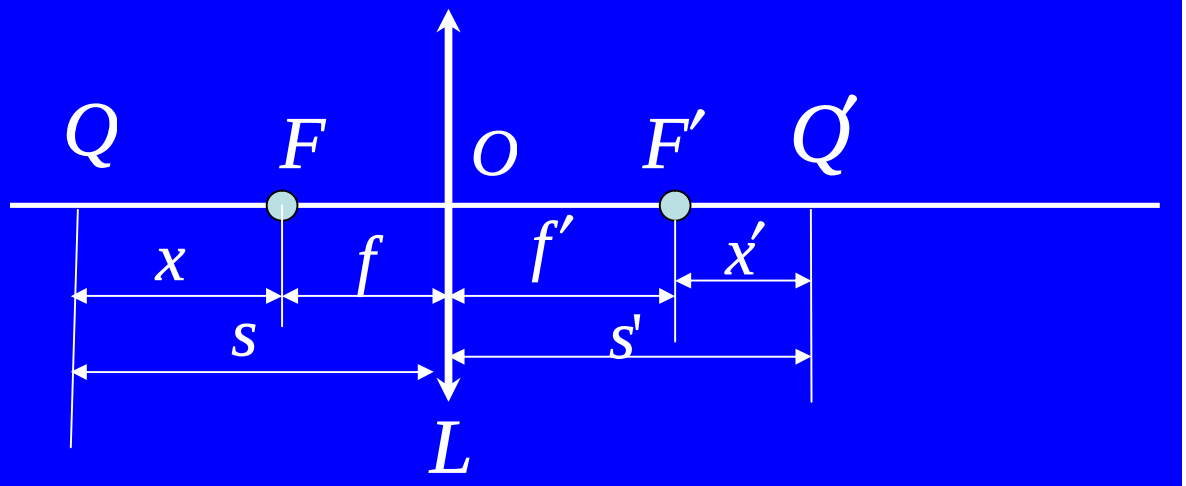
像点Q'在焦点F'之右，x'>0

焦点F在光心O之左，f>0;

焦点F'在光心O之右，f '>0

其它方面与单球折射面的符号法则相同

成像公式：



$$\frac{n'}{s'}+\frac{n}{s}=\frac{n_L-n}{r_1}+\frac{n'-n_L}{r_2} \qquad V=V_1V_2=-\frac{s'/n'}{s/n}$$

高斯公式(Gaussian lens formula)：

$$\frac{f'}{s'}+\frac{f}{s}=1 \qquad V=-\frac{s'/f'}{s/f}$$

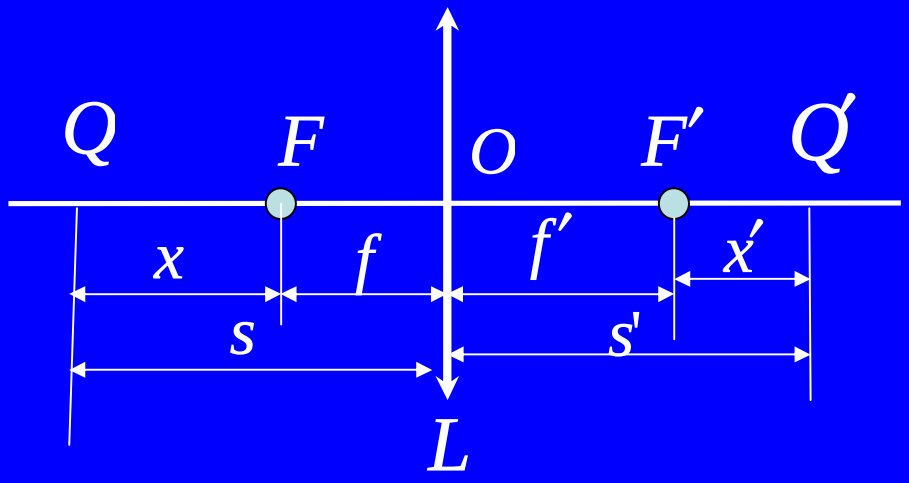
牛顿公式(Newtonian form)：

$$xx'=ff' \qquad V=-\frac{f}{x}$$

练习：推导牛顿公式

如图：$s = x + f$

$s' = x' + f'$



代入高斯公式可得：

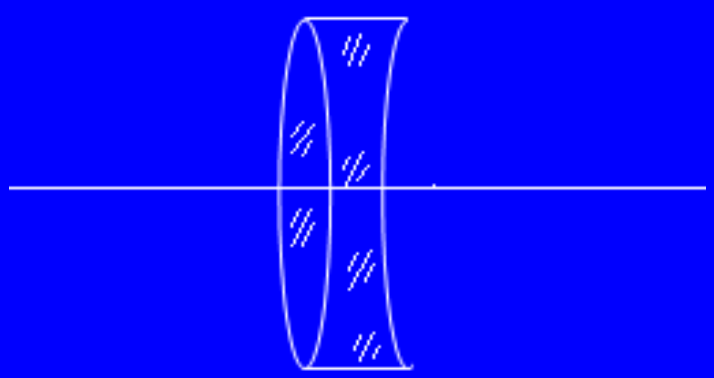
$$\frac{f}{x+f}+\frac{f'}{x'+f'}=1$$

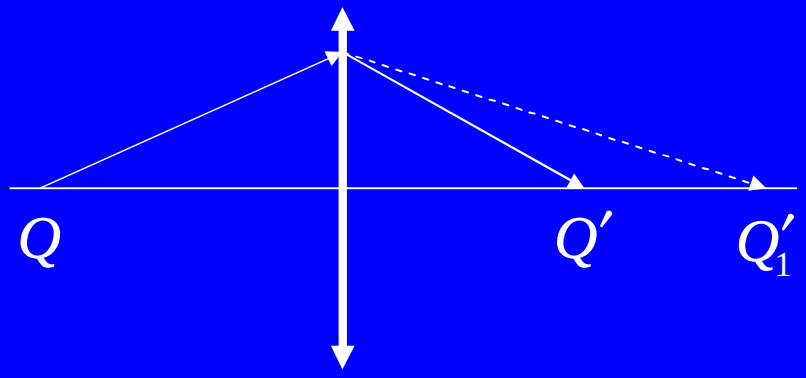
$$\frac{f}{x+f}=\frac{x'}{x'+f'}\,,\quad \frac{x}{f}=\frac{f'}{x'}$$

$$xx' = ff'$$

6.3 密接薄透镜组(复合透镜, compound lens)

多个薄透镜紧密接触在一起，构成密接薄透镜组





焦距：

$$L_1:\frac{1}{s'_1}+\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f_1}\qquad L_2:\frac{1}{s'_2}+\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f_2}$$

L_1, L_2

$$-s_2=s'_1,\quad s=s_1,\quad s'=s'_2$$

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}=\frac{1}{f},\qquad \frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$$

光焦度与眼镜的度数

光焦度的单位是屈光度（diopter，记为D）

眼镜的度数是屈光度的100倍。

例如：　　凹透镜　$f = -50cm$

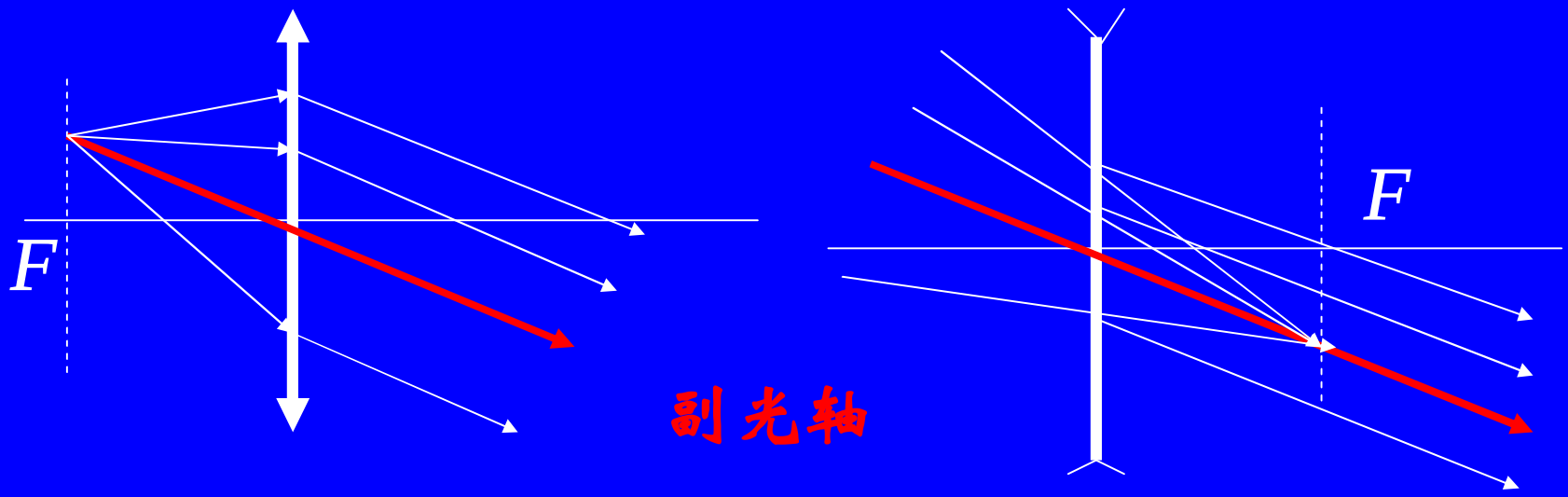
$$P = \frac{1}{f} = \frac{1}{-0.5m} = -2.00D$$

这个眼镜的度数为200度

6.4 焦面

物方焦点与焦面

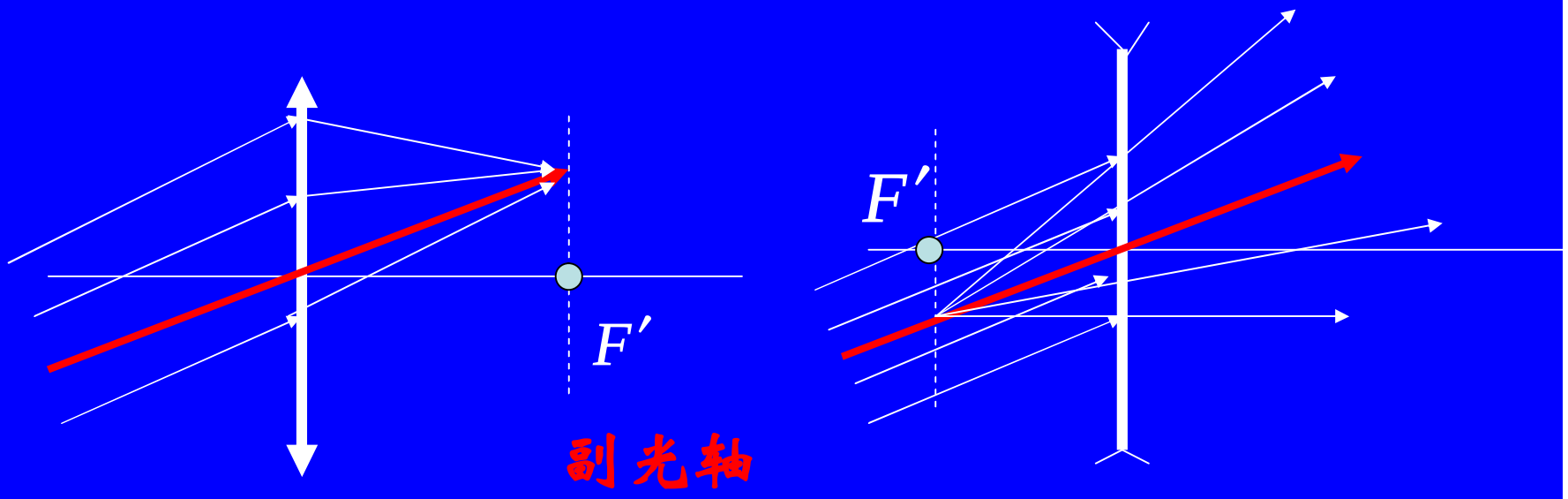
$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f} \qquad s'=\infty$$



从物方焦面发出的同心光束经过薄透镜后出射光束为平行光束

像方焦点与焦面

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f} \qquad s=\infty$$

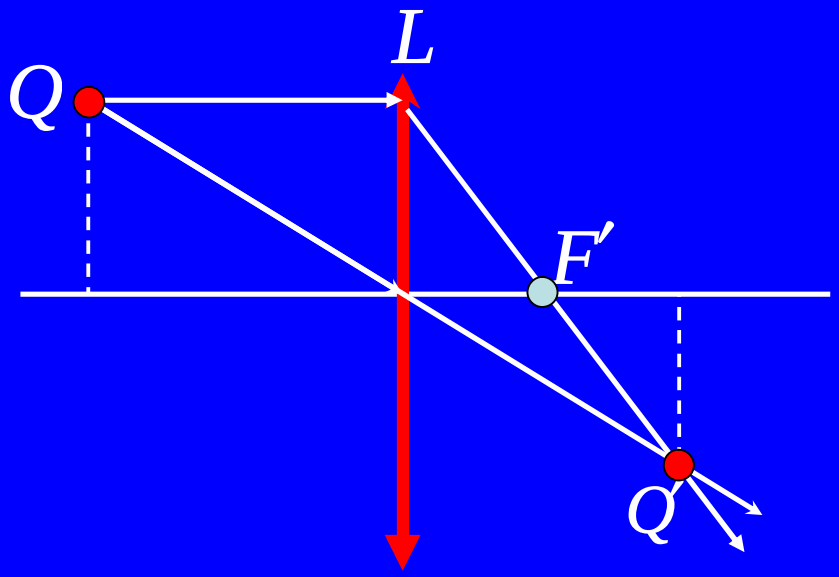


入射的平行光束经薄透镜后出射光束会聚在像方焦面上一点

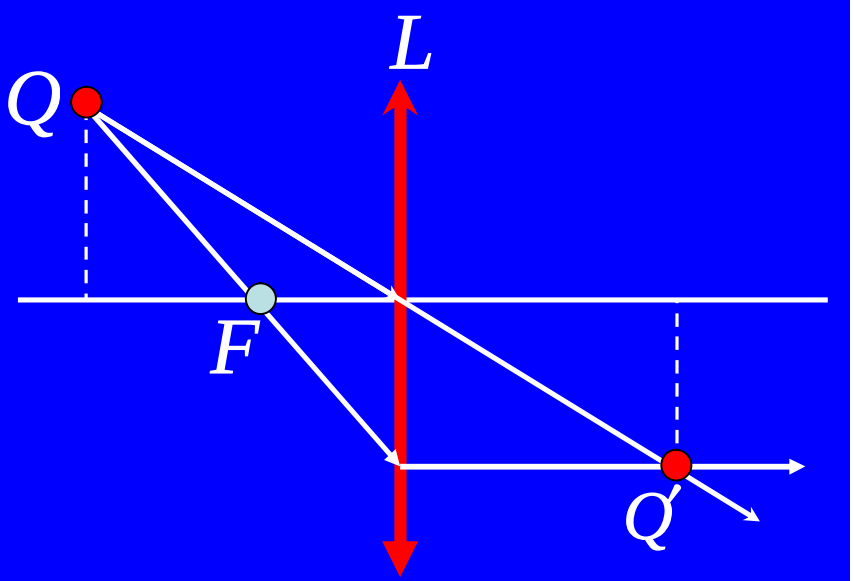
6.5 作图法

(1) 傍轴物点

凸透镜，实物成像

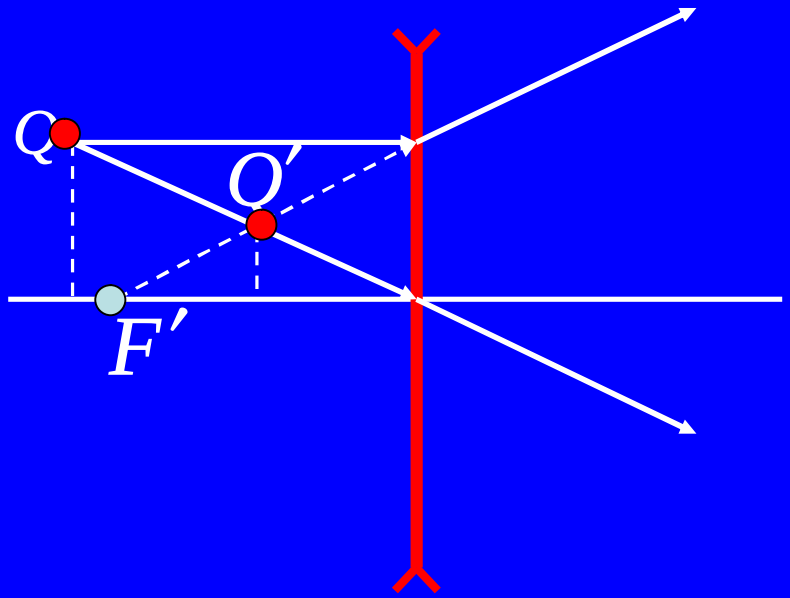


利用像方焦点

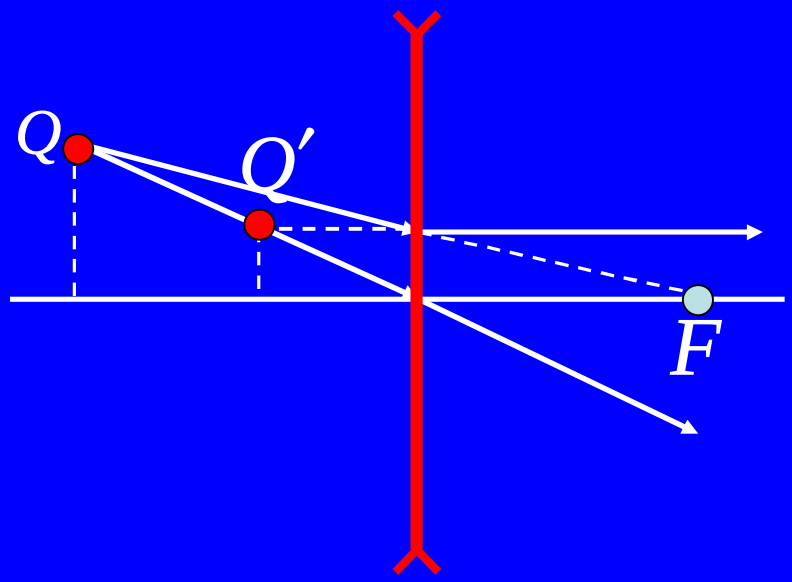


利用物方焦点

凹透镜，实物成像

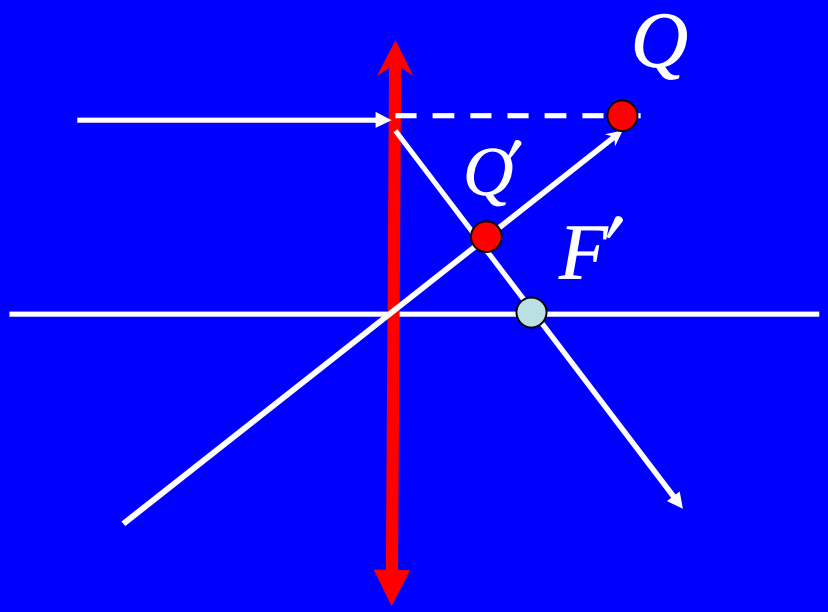


利用像方焦点

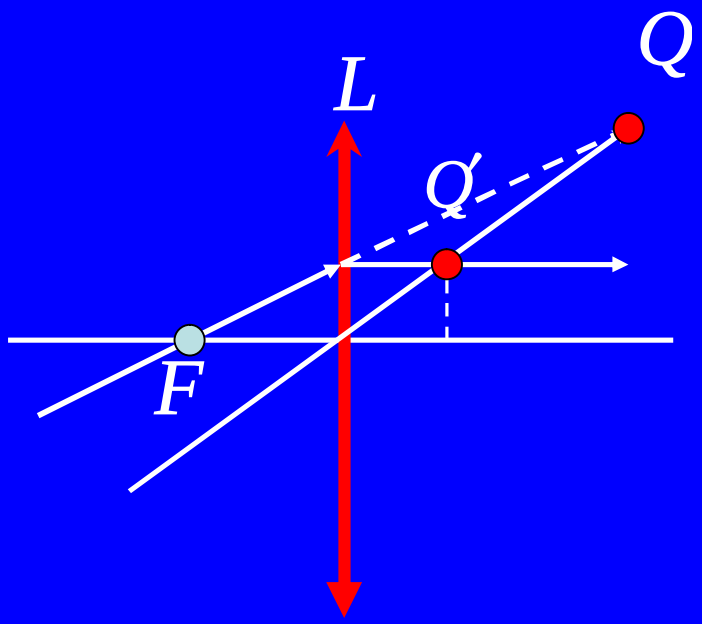


利用物方焦点

凸透镜，虚物成像

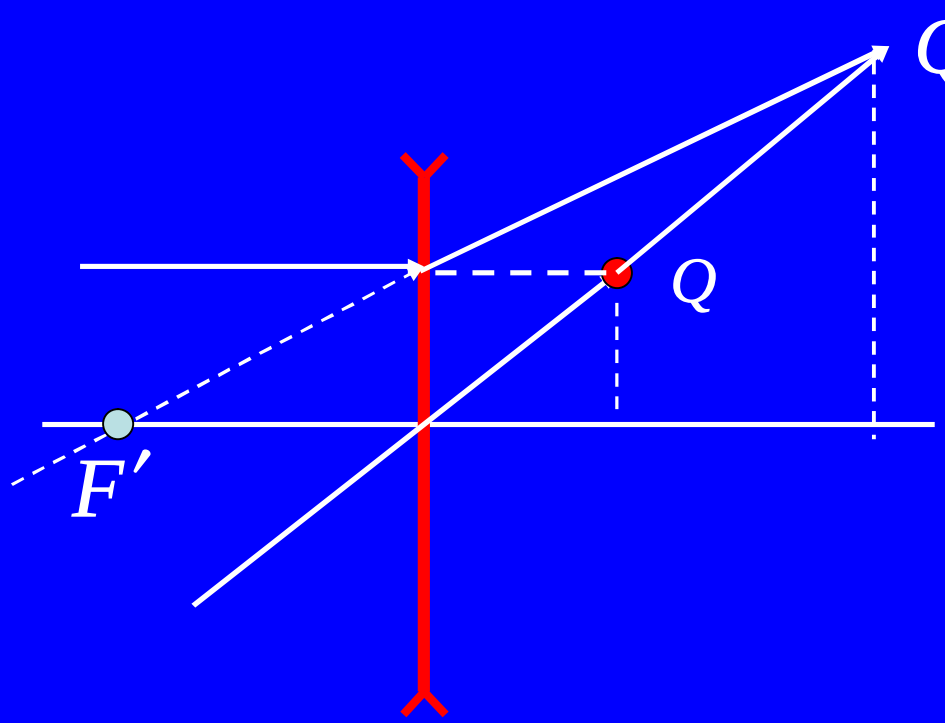


利用像方焦点

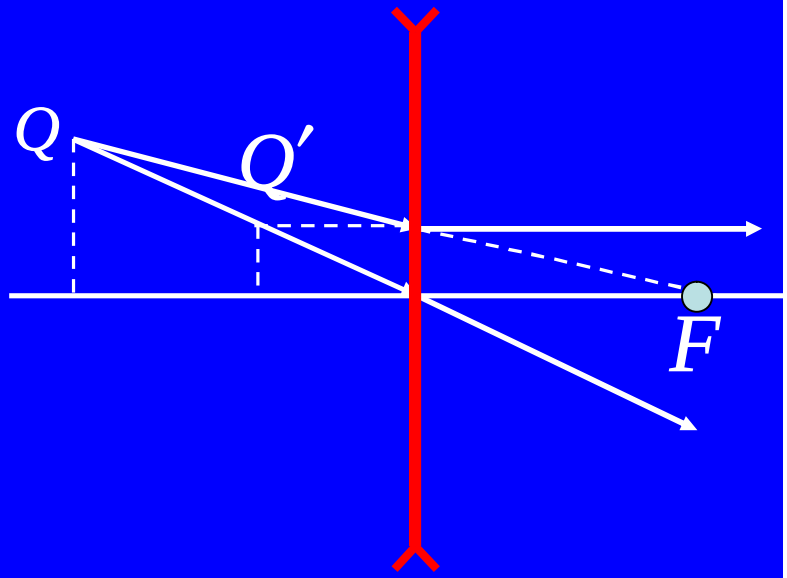


利用物方焦点

凹透镜，虚物成像



利用像方焦点

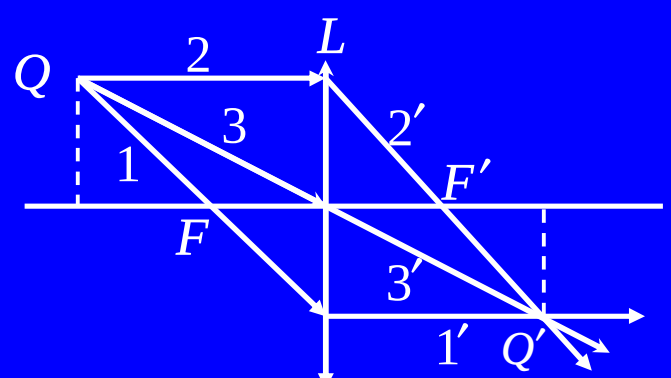


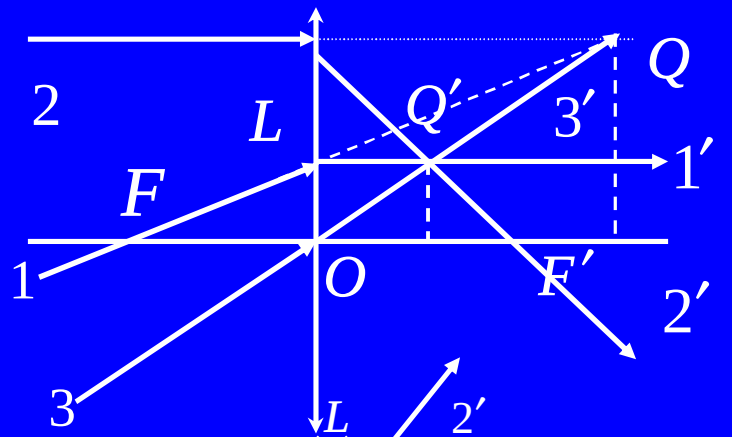
利用物方焦点

6.5 作图法

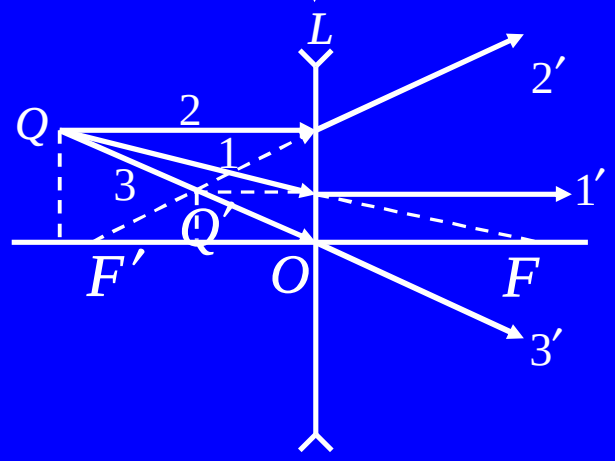
（1）特殊光线作图法：利用三条特殊光线作图

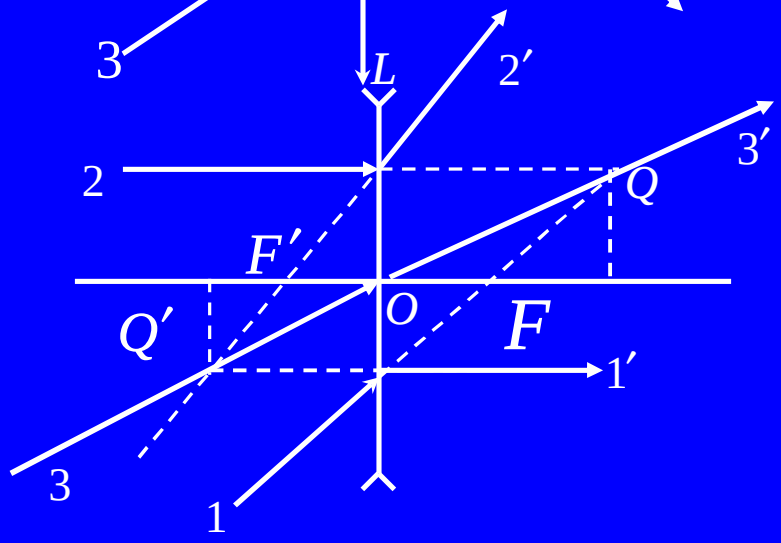
凸透镜





凹透镜

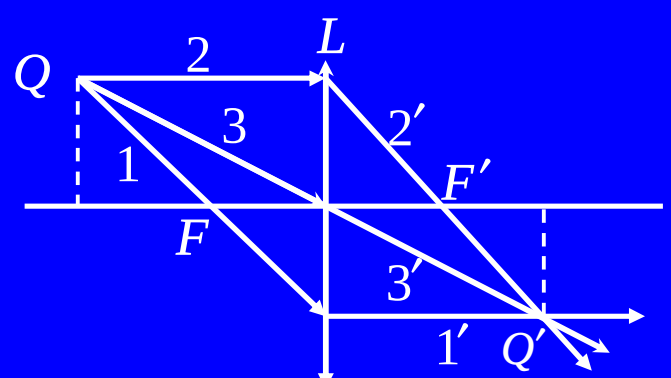


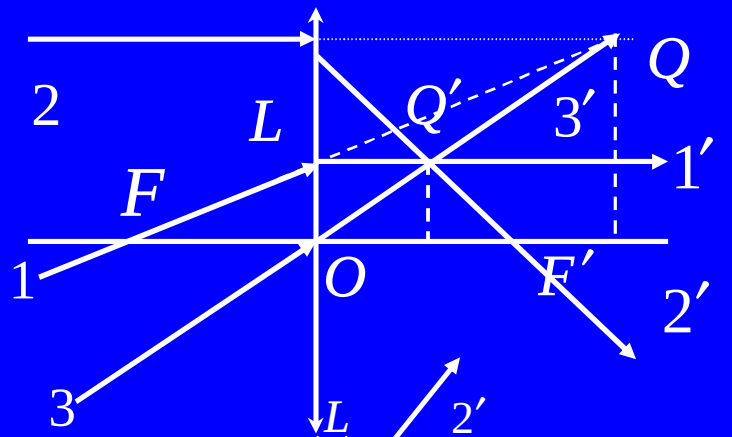


6.5 作图法

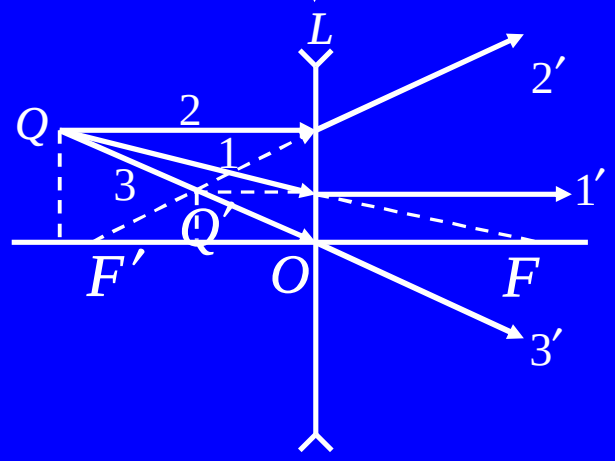
（1）特殊光线作图法：利用三条特殊光线作图

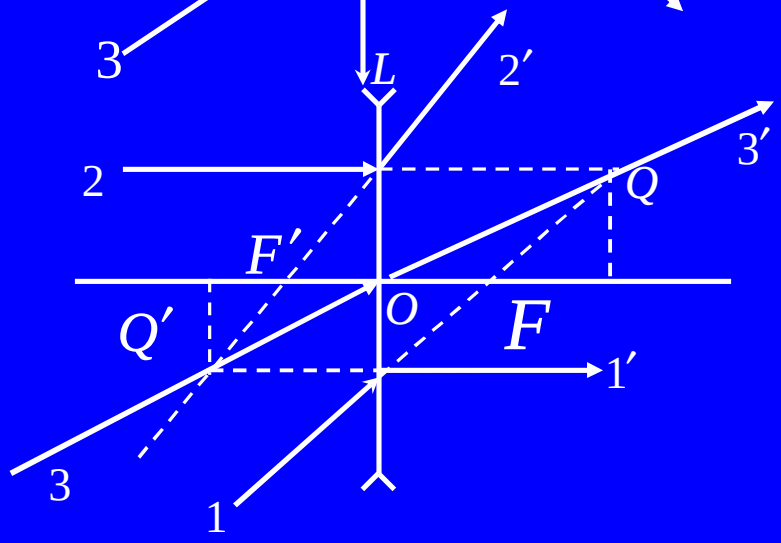
凸透镜





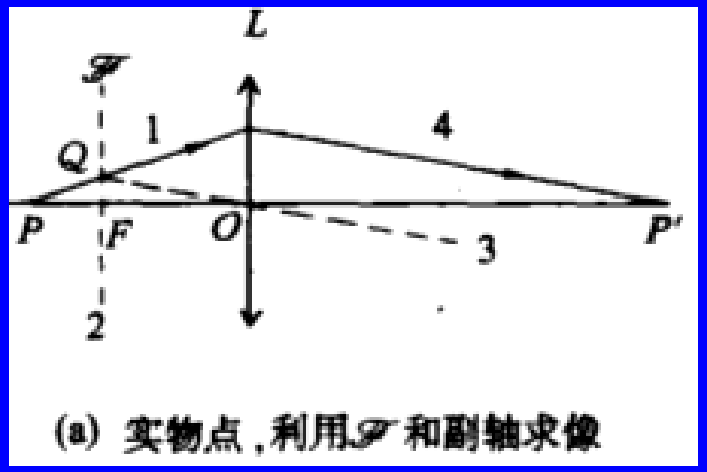
凹透镜



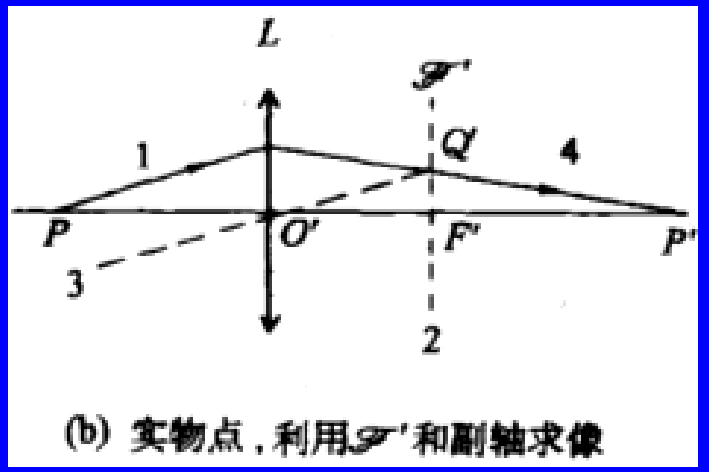


（2）一般光线作图法：利用一条特殊光线和焦面性质，找到任意入射光线的出射共轭线。

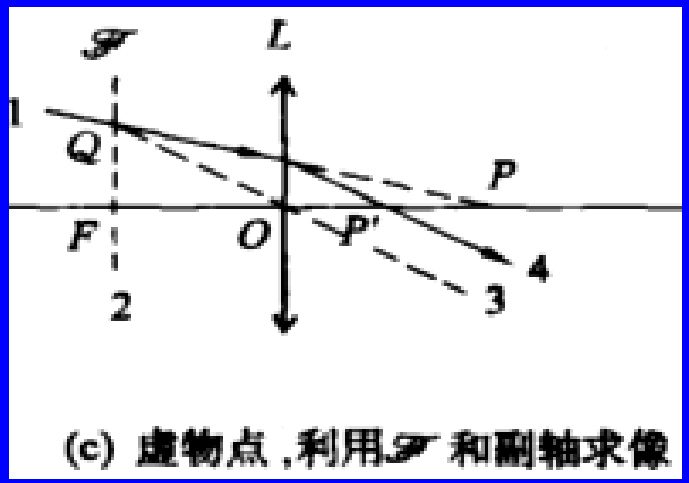
作图法求轴上物点的像



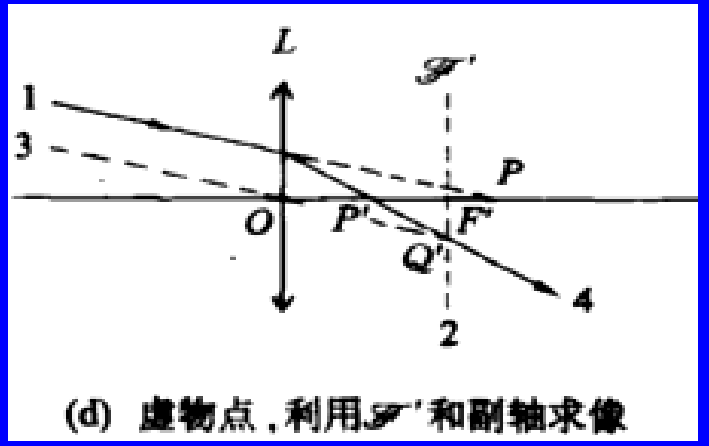
(a) 实物点，利用$\mathscr{F}$和副轴求像



(b) 实物点，利用$\mathscr{F}'$和副轴求像



(c) 虚物点，利用$\mathscr{F}$和副轴求像



(d) 虚物点，利用$\mathscr{F}'$和副轴求像

6.9薄透镜成像

1）计算法与单球折射面逐次成像的计算方法相同

2）作图法的步骤如下：

（1）按比例绘出初始光路图，在图中标出 F、F'、Q 等已知点和已知光线

（2）第一次利用特殊光线作图法做图

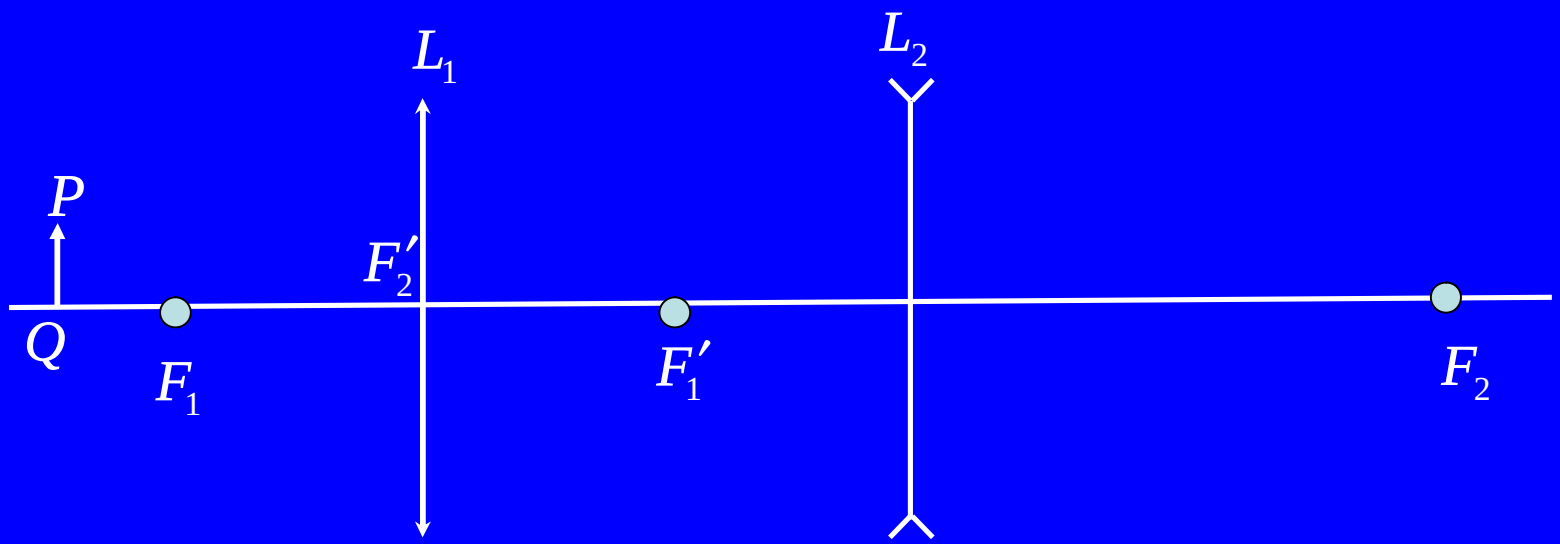
（3）以后各次均利用任意光线作图法做图

（4）按比例测量成像后的各个待求量的值

（5）每次均应检验，再进行下一次做图

例题

如图，凸透镜L_1和凹透镜L_2的焦距分别为 20.0cm 和40.0cm. L_2 在L_1右面40.0cm处.傍轴小物放在L_1左面30.0cm处,求它的像.



计算法：

第一次成像：$s_1 = 30 \quad f_1 = 20$

$$\frac{1}{30}+\frac{1}{s'_1}=\frac{1}{20}, \quad s'_1=60 \ , V_1=-\frac{s'_1}{s_1}=-2$$

倒立、放大的实像

第二次成像：$s_2 = d - s'_1 = -20, \quad f_2 = -40$

$$\frac{1}{-20}+\frac{1}{s'_2}=\frac{1}{-40} \ , s'_2=40 \ , V_2=-\frac{s'_2}{s_2}=+2$$

正立、放大的实像

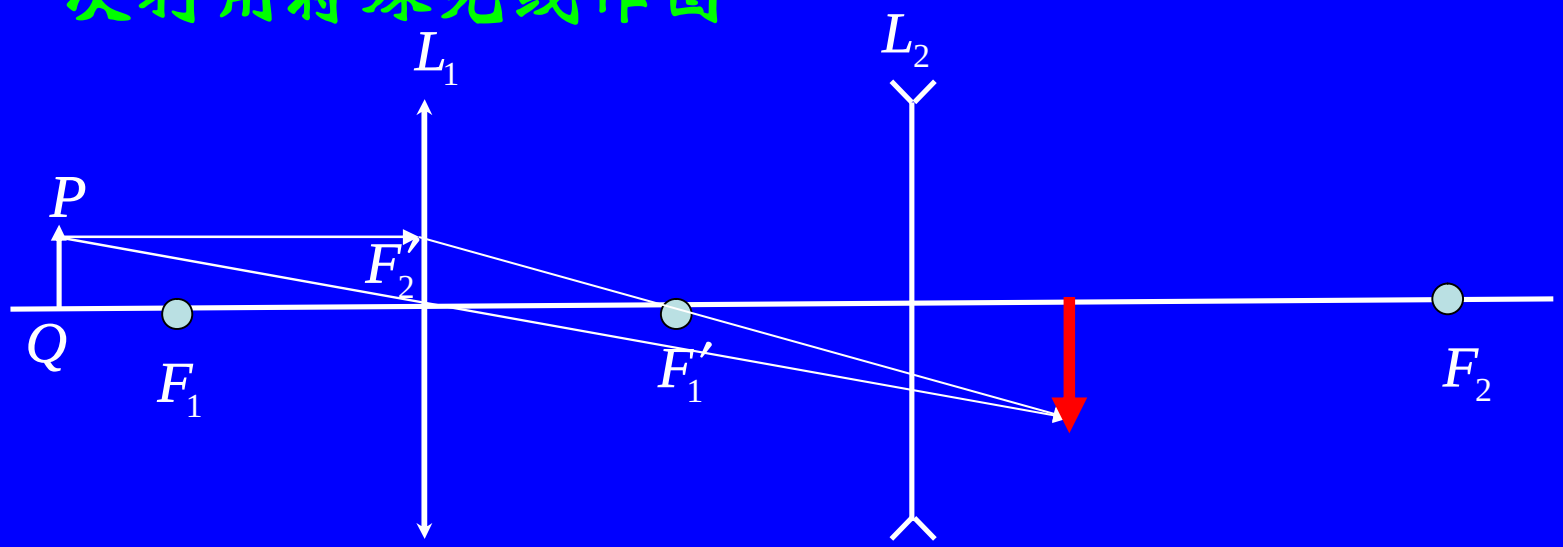
总放大率：$V = V_1 V_2 = -4$

最后成像为倒立、放大的实像，

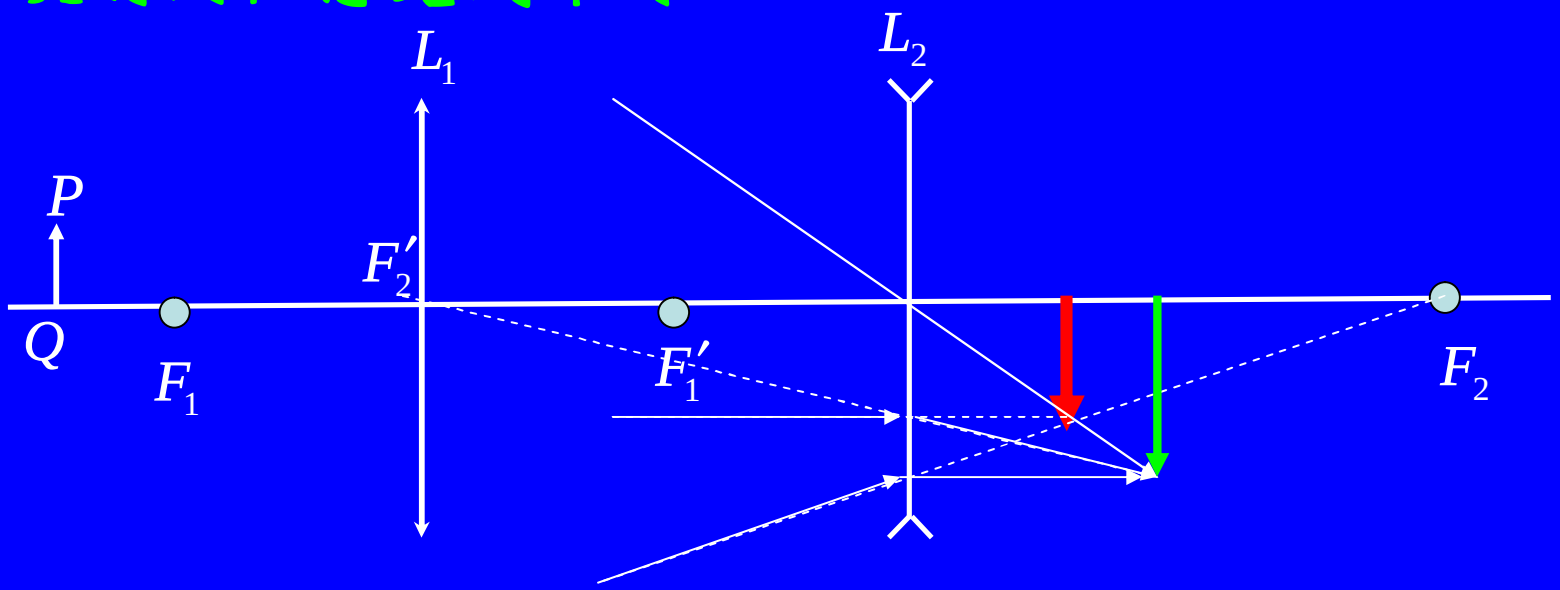
位于 L_2 右方40厘米处。

作图法：

第一次利用特殊光线作图



第二次利用任意光线作图



附：

习题9：证明要是透镜有两个成像位置，物和屏幕之间的距离必须大于4倍焦距。

证明：

设物和屏幕距离为l

$$s+s'=l$$

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad s=\frac{l\pm\sqrt{l^2-4lf}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad l\geq 4f$$