

# 第二章 波动光学基本原理

## §1 定态光波及其复振幅描述

### 1.1 波动概述

1) 波动： 振动在空间的传播

机械振动---机械波----质点位移 $y$

电磁振动---电磁波----电场强度 $E$

2) 波动的特征：

时空双重周期性+能量传播

电磁波： $\vec{E} = \vec{E}(t, r) \quad T, l$

3) 波的几何描述: 波面+波线

4) 波的分类:

波场中波的物理量:

标量波, 矢量波, 张量波

电磁场:  $\vec{E} = \vec{E}(t, r)$   $\vec{H} = \vec{H}(t, r)$

波场中波面的形状:

平面波, 球面波, 柱面波, ...

## 1.2 定态光波的概念

### 1) 定态波场:

空间各点均为同频率的简谐振动

空间各点振动的振幅不随时间变化

### 2) 定态光波表示式:

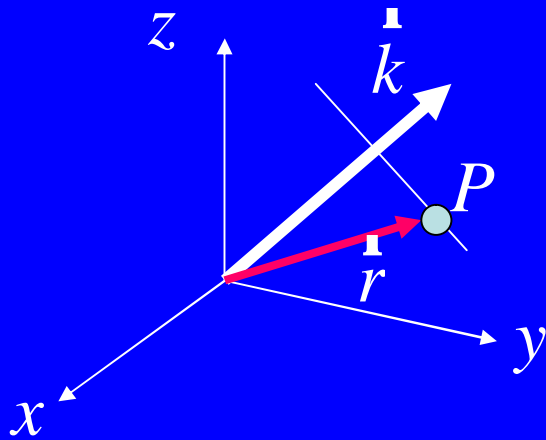
$$U(P, t) = A(P) \cos[\omega t - j(P)]$$

$A(P)$  --- 空间振幅分布

$j(P)$  --- 空间位相分布

$\cos(\omega t)$  --- 同频简谐振动

### 3) 定态平面波 $U(P,t)$ 的特征:



$\vec{r}$  --- 场点位置

$\vec{k}$  --- 波矢

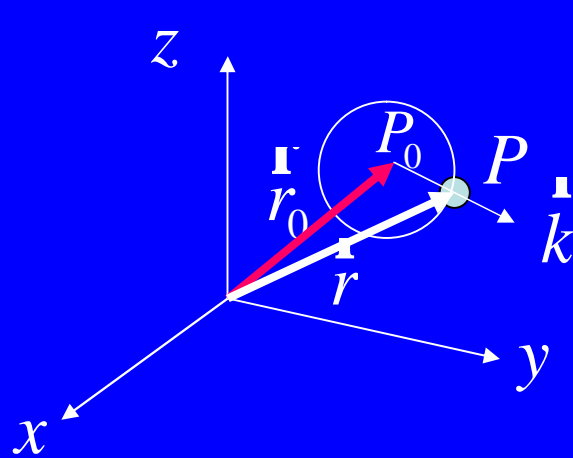
$$U(P,t) = A(P) \cos[\omega t - j(P)]$$
$$= A \cos[\omega t - (\vec{k} \cdot \vec{r} + j_0)]$$

特点:  $A(P) = A$

$$j(P) = \vec{k} \cdot \vec{r} + j_0 = k_x x + k_y y + k_z z + j_0$$

$j(P)$  是  $x, y, z$  的线性函数

#### 4) 定态球面波 $U(P,t)$ 的特征:



- $P_0$  --- 源点
- $\mathbf{r}_0$  --- 源点位置
- $\mathbf{r}$  --- 场点位置
- $\mathbf{k}$  --- 波矢

$$U(P,t) = A(P) \cos[\omega t - \mathbf{j}(P)]$$

$$= \frac{a}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} \cos[\omega t - (\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) + j_0)]$$

特点:  $A(P)$  反比于场点到振源的距离

$$\mathbf{j}(P) = \mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) + j_0$$

$\mathbf{j}(P)$  = 常数时代表一个球面

## (a) 讨论球面波振幅特点

$$U(P, t) = \frac{a}{|\mathbf{v} - \mathbf{r}_0|} \cos[\omega t - (\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) + j_0)]$$

设振源在坐标原点, 即  $A(P) = \frac{a}{r}$

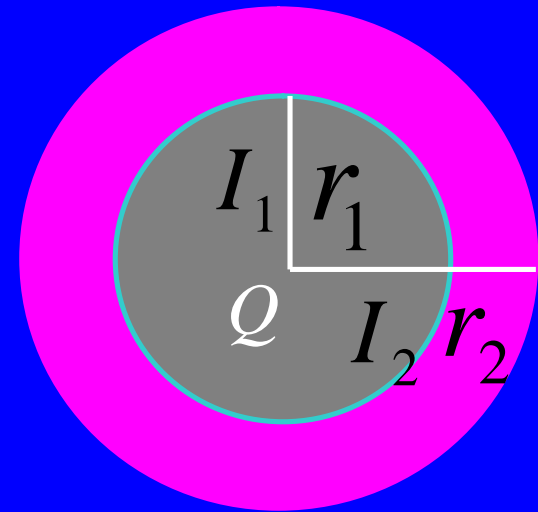
证明: 由能量守恒定律:

$$I_1 \cdot 4\pi r_1^2 = I_2 \cdot 4\pi r_2^2$$

取:  $r_1 = 1 \quad I_1 = a^2$

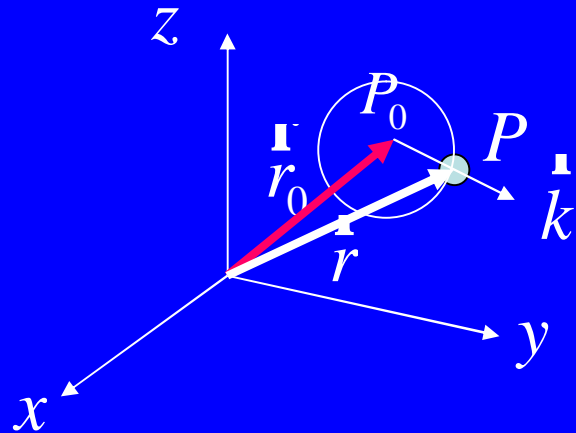
则:  $r_2 = r \quad I_2 = A^2(P) = \frac{a^2}{r^2}$

→  $A(P) = \frac{a}{r}$



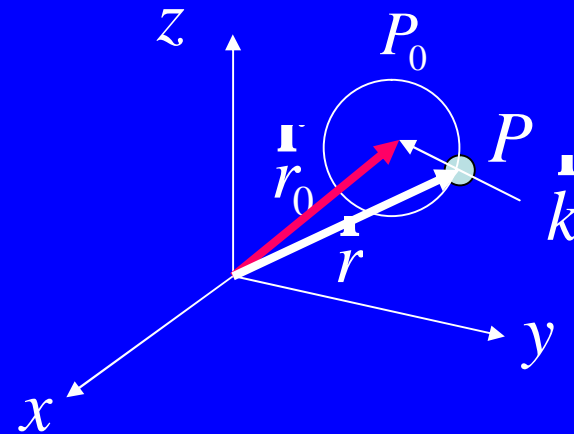
## (b) 讨论球面波位相特点

$$U(P, t) = \frac{a}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} \cos[\omega t - (\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) + j_0)]$$



发散球面波:

$$j(P) = k |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| + j_0$$



会聚球面波:

$$j(P) = -k |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| + j_0$$

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

## 1.3 定态光波的复振幅描述

### 1) 定态波场的指数形式

$$U(P, t) = A(P) \cos[\omega t - j(P)]$$

$$\begin{aligned}\tilde{U}(P, t) &= A(P) e^{-i[\omega t - j(P)]} \\ &= A(P) e^{ij(P)} e^{-i\omega t}\end{aligned}$$

### 2) 定态波场的复振幅

$$\tilde{U}(P) = A(P) e^{ij(P)}$$

---波场空间分布因子



## 1.4 平面波和球面波的复振幅

### 1) 平面波的复振幅

$$\begin{aligned}\tilde{U}(P) &= A(P)e^{ij(P)} = Ae^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + j_0)} \\ &= Ae^{i(k_x x + k_y y + k_z z + j_0)}\end{aligned}$$

例：已知位相分布  $j(P) = lx + my + nz + p$   
求波的传播方向和波长。

**例：** 已知位相分布  $j(P) = lx + my + nz + p$   
求波的传播方向和波长。

**解：**  $j(P) = \vec{k} \cdot \vec{r} + j_0 = k_x x + k_y y + k_z z + j_0$

$$\vec{k} = \{k_x, k_y, k_z\} \quad k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = 2p / l$$

$$\vec{k} = k \{ \cos a, \cos b, \cos g \}$$

$$l = k \cos a, m = k \cos b, n = k \cos g$$

**波的方向：**  $\cos a = l / k, \cos b = m / k, \cos g = n / k$

**波长：**  $l = 2p / k = 2p / \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}$

## 2) 球面波的复振幅

$$\tilde{U}(P) = A(P)e^{ij(P)} = \frac{a}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} e^{i[(\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) + j_0)]}$$

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

例：习题6

写出向 $P(x_0, y_0, z_0)$ 点会聚的球面波的复振幅

## 1.5 光强度的复振幅表示

在相同介质中有： $I \propto nE_0^2$

相对光强： $I = E_0^2$

振幅： $A(P)$        $I = E_0^2 = A^2(P)$

复振幅： $\tilde{U}(P) = A(P)e^{ij(P)}$

$A(P)$  是  $\tilde{U}(P)$  的模

$$I = \tilde{U}^*(P)\tilde{U}(P)$$

作业:

习题1, 4, 5