

# 第一章 几何光学

## §1 几何光学基本定律

1.1 几何光学三定律

1.2 全反射定律

1.3 棱镜与色散

1.4 光的可逆性原理

# 1.1 几何光学三定律

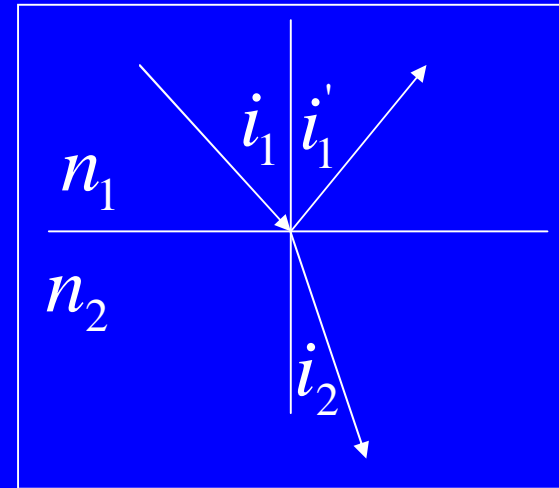
## 1、光的直线传播定律：

光在均匀媒质里沿直线传播。

## 2、光的反射和折射定律 (the law of reflection, the law of refraction):

$$i_1' = i_1 \quad n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

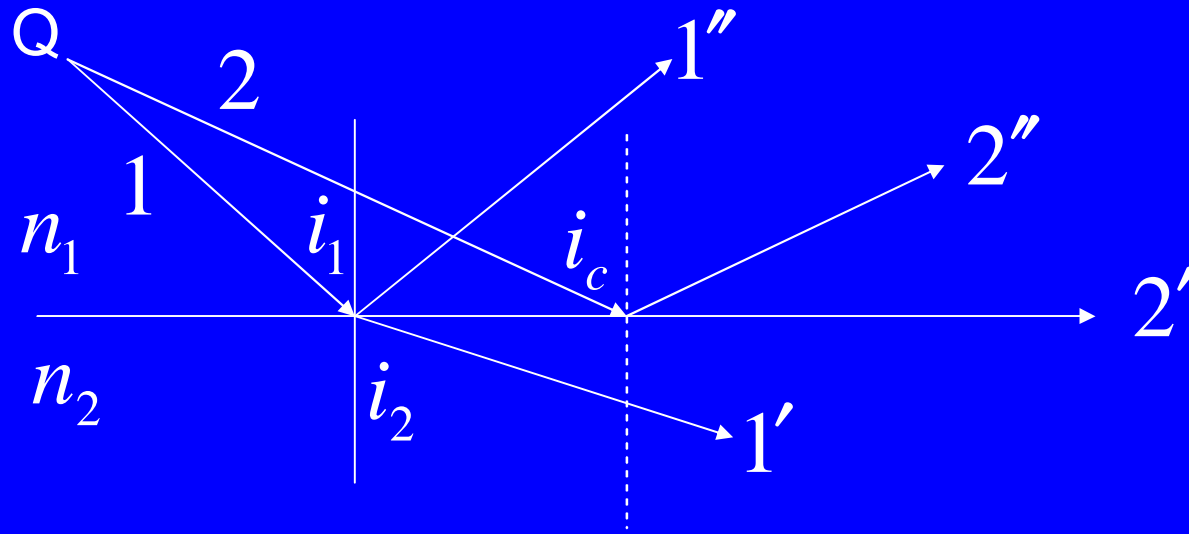
反射线与折射线都在  
入射面内



注意：

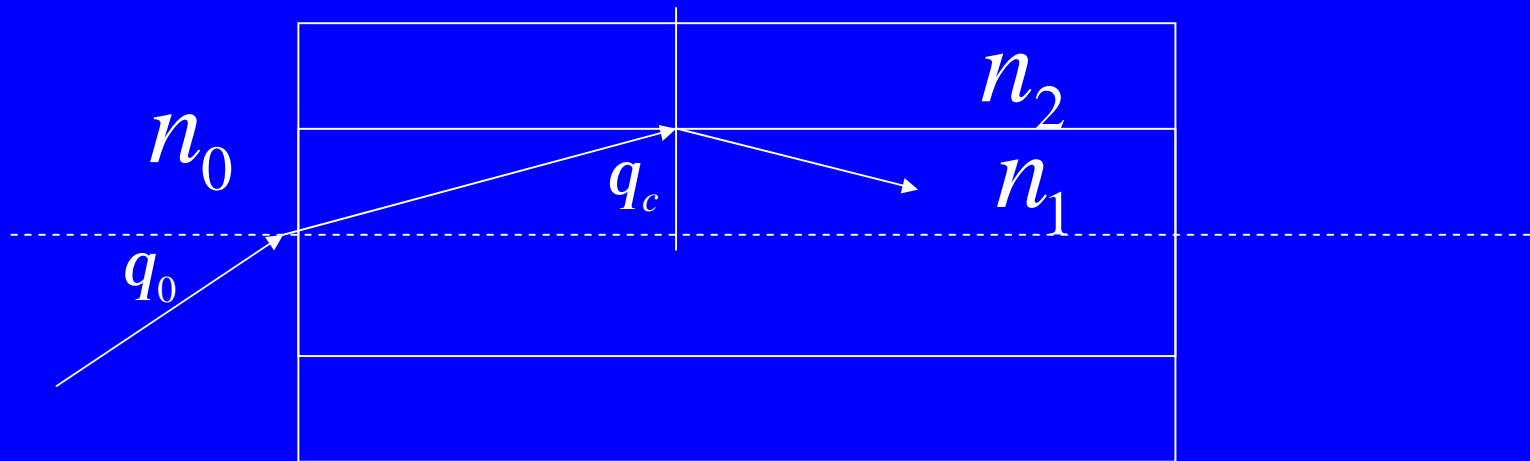
- 1)  $n_1, n_2$  称为媒质的绝对折射率
- 2) 折射率较大的媒质称为光密媒质，  
折射率较小的媒质称为光疏媒质
- 3) 适用条件：反射和折射面积远大于光波长时上述定律才成立

## 1.2 全反射 (total internal reflection) 定律



光从光密介质向光疏介质传播，折射角为90度时的入射角叫全反射**临界角**(critical angle):

$$i_c = \sin^{-1}(n_2 / n_1)$$



光导纤维示意图

光导纤维的**数值孔径**(numerical aperture(N.A.)):

$$n_0 \sin q_0 = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

## 1.3 棱镜(prism)与色散(dispersion)

**棱镜：**由透明媒质做成的棱镜体称为棱镜

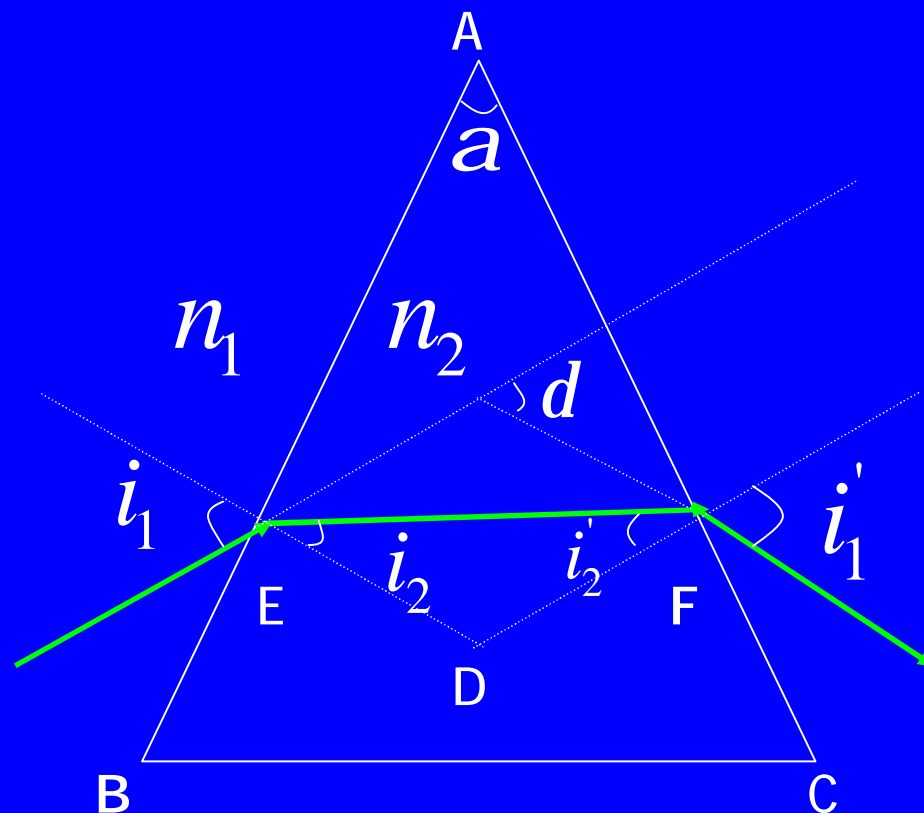
**三棱镜：**截面呈三角形的棱镜叫三棱镜

**主截面：**与棱边垂直的平面叫做棱镜的主截面

偏向角 $d$



# 最小偏向角的推导



## 最小偏向角的推导 $d_m$

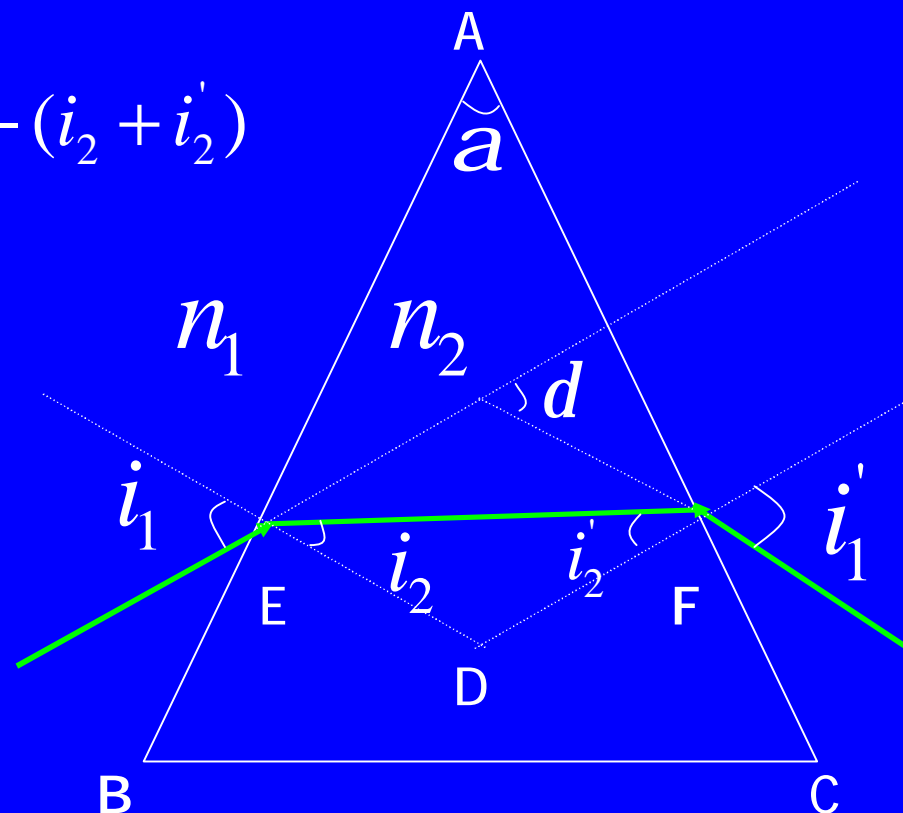
$$d = (i_1 - i_2) + (i_1' - i_2') = (i_1 + i_1') - (i_2 + i_2')$$

$$a = i_2 + i_2'$$

则：  $d = i_1 + i_1' - a$

求其最小值：

$$\text{令 } \frac{dd}{di_1} = 0 \quad , \quad \text{且有 } \frac{d^2d}{di_1^2} > 0$$





可以得到：当  $i_1 = i_1'$ ,  $i_2 = i_2'$  时  $d = d_m$

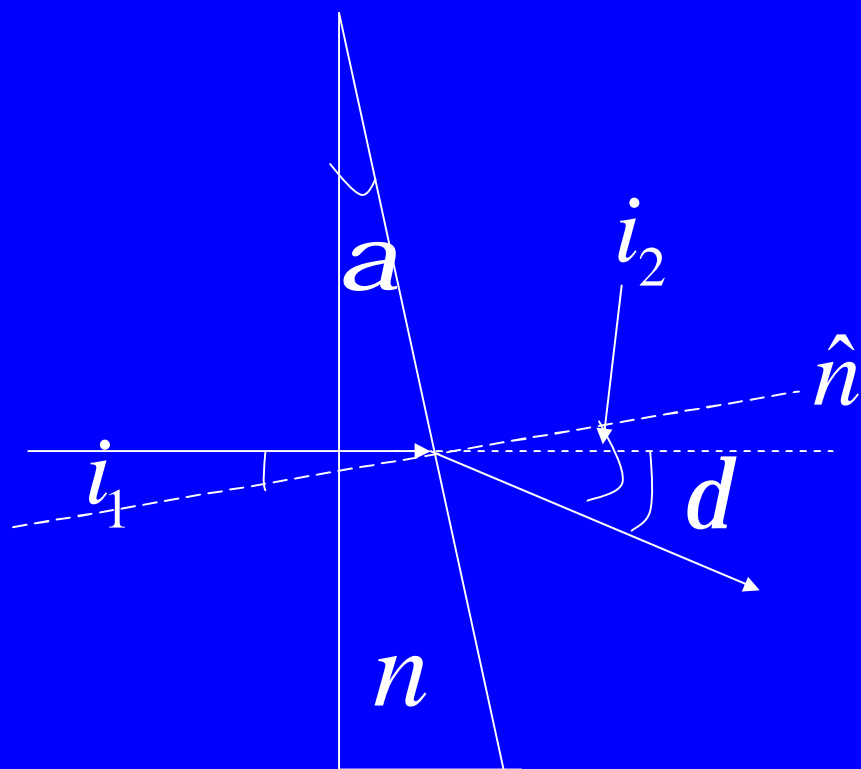
$$\text{此时有： } i_1 = \frac{a + d_m}{2} \quad i_2 = a/2$$

带入折射定律：  $\sin i_1 / \sin i_2 = n_2 / n_1$

$$\text{有： } \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \frac{a + d_m}{2}}{\sin \frac{a}{2}}$$

$$\text{当 } n_1 = 1, n_2 = n \quad n = \frac{\sin \frac{a + d_m}{2}}{\sin \frac{a}{2}}$$

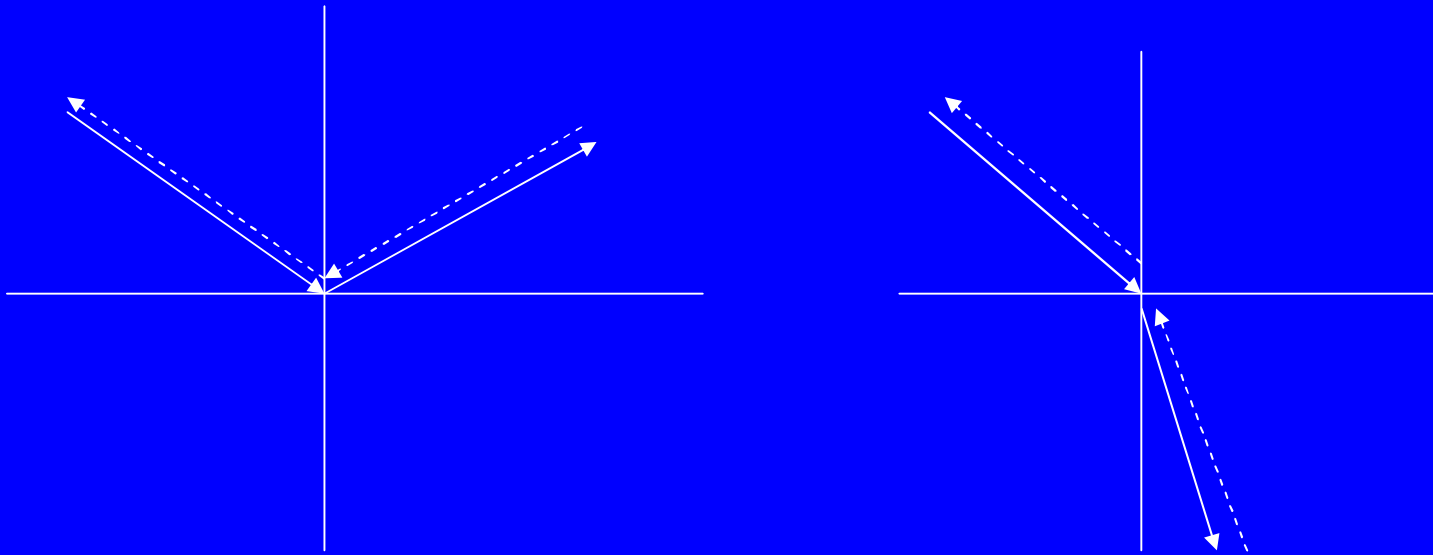
例：顶角 $a$ 很小的棱镜叫光劈.光劈使垂直入射的光线产生偏向角为多少？



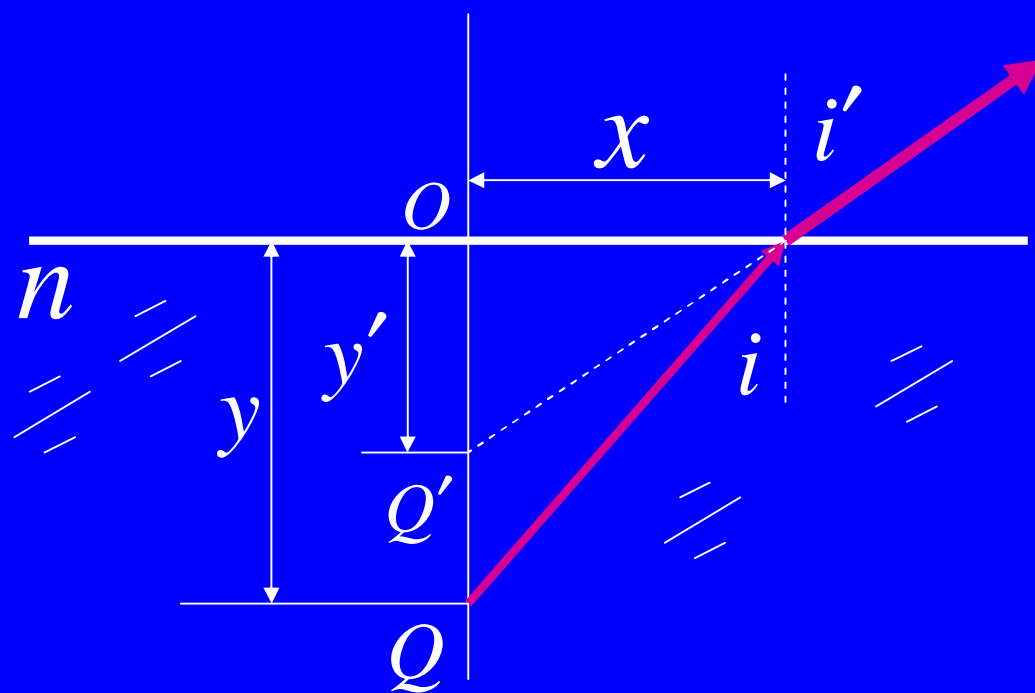
$$\begin{aligned}d &= i_2 - i_1 \approx \sin i_2 - \sin i_1 \\&= n \sin i_1 - \sin i_1 \\&= (n - 1) \sin i_1 \\&\approx (n - 1) i_1 \\&= (n - 1) a\end{aligned}$$

## 1.3 光的可逆性原理:

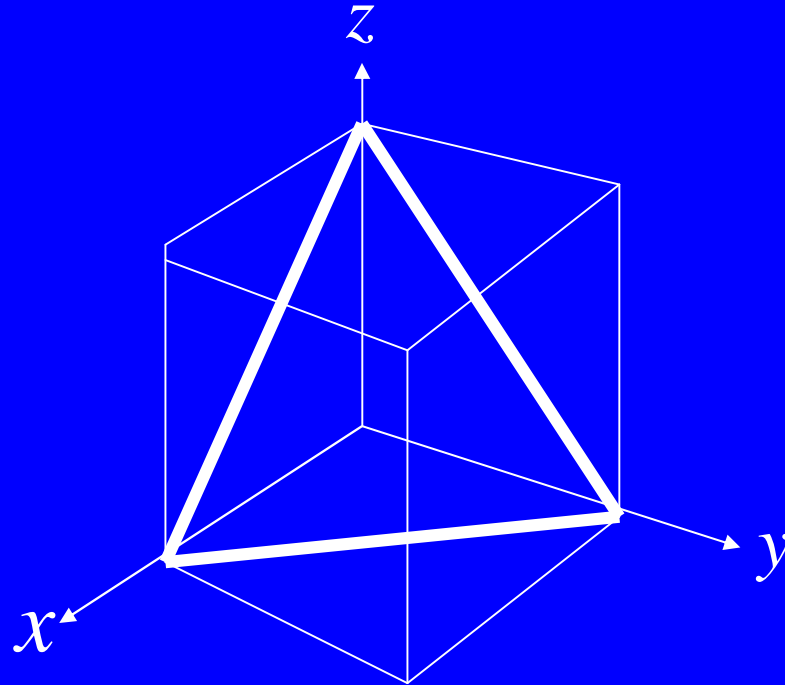
当光线的方向反转时，它将逆着同一路径传播，称为光的可逆性原理。



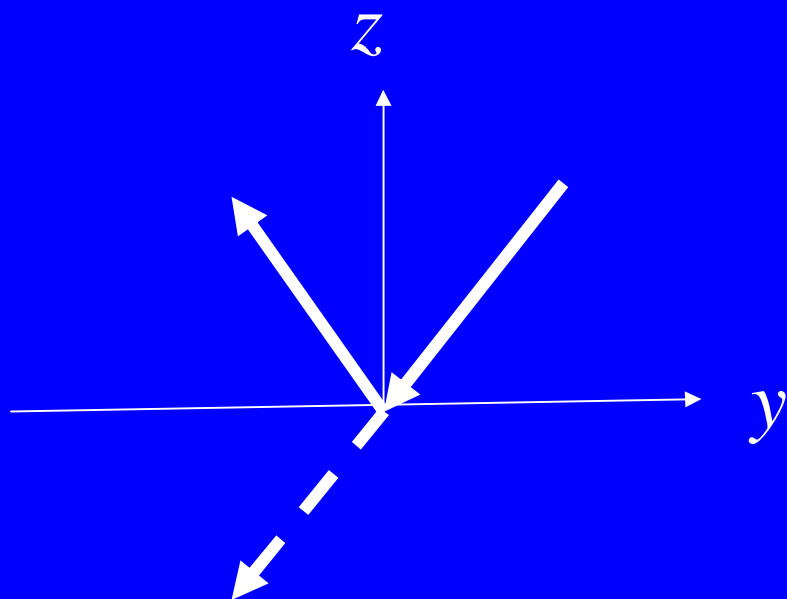
例题1: 水中深度为深度为 $y$ 处有发光点 $Q$ , 作 $QO$ 垂直水面, 求射出水面折射线的延长线与 $QO$ 交点 $Q'$ 的深度, 求射出水面折射线的延长线与 $QO$ 交点 $Q'$ 的深度 $y'$ 与入射角 $i$ 的关系。



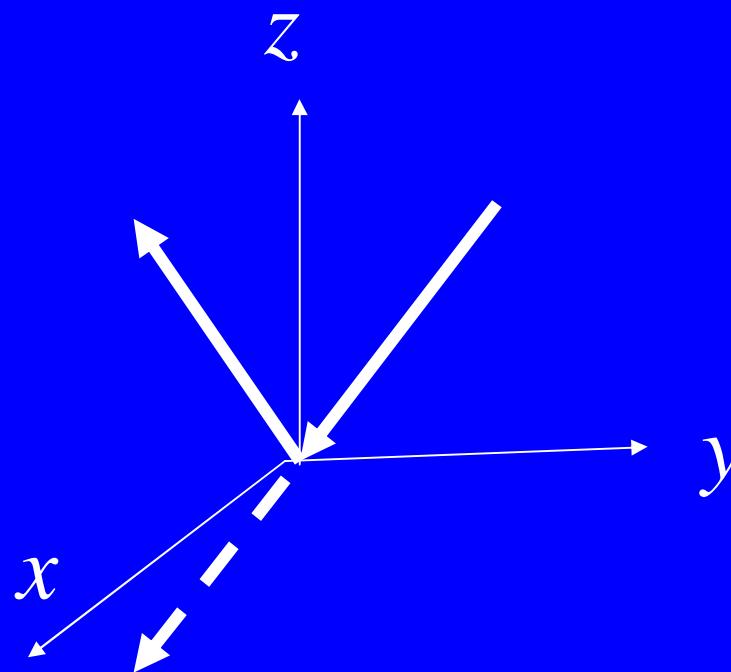
习题3：由立方体的玻璃切下一角制成的棱镜称为四面直角体。证明从斜面射入的光线经其他三面反射后，出射光线的方向总与入射线相反。



# 光线在平面上反射时方向的变化



入射光线在 $yz$ 平面内



任意入射光线

证明： (A) 光线在三个直角面上依次反射，入射光线与反射光线反向。

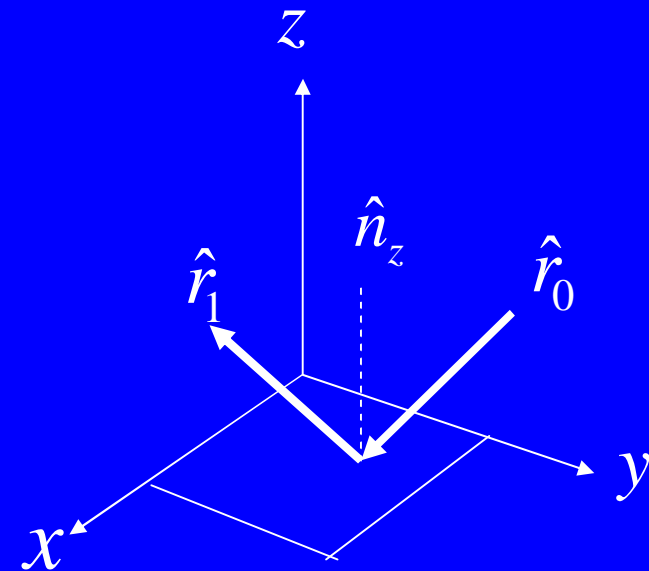
(1) 光线在xy平面上反射时方向的变化

设入射光线单位矢为：

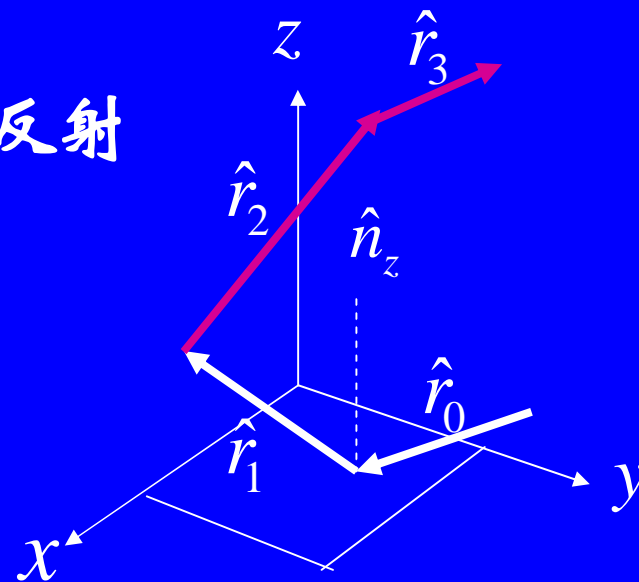
$$\hat{r}_0 = \{\cos a, \cos b, \cos g\}$$

则反射光线单位矢为：

$$\hat{r}_1 = \{\cos a, \cos b, \cos(p - g)\}$$



(2) 光线依次在zx, yz平面上反射



$$\hat{r}_2 = \{\cos a, \cos(p - b), \cos(p - g)\}$$

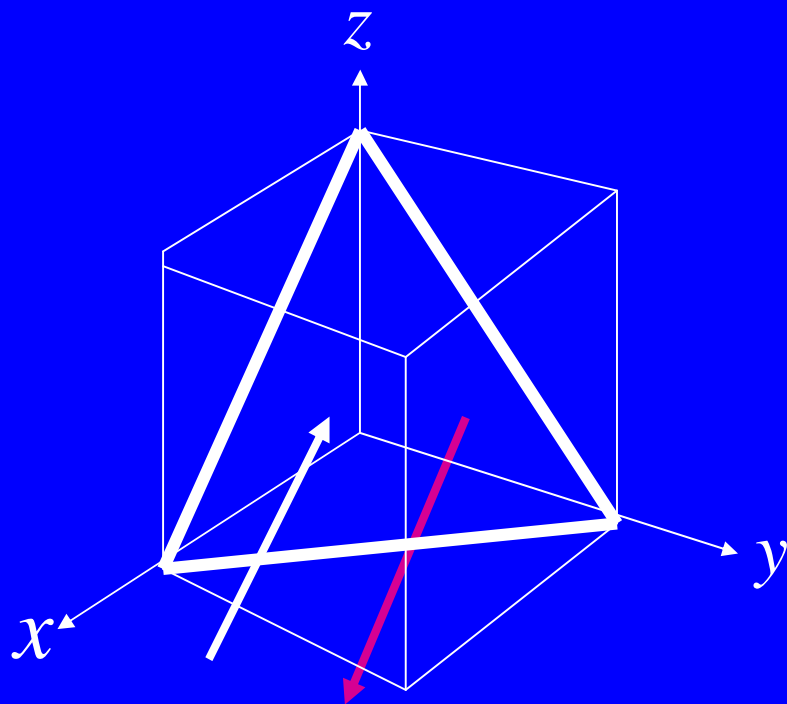
$$\hat{r}_3 = \{\cos(p - a), \cos(p - b), \cos(p - g)\}$$

$$= -\{\cos a, \cos b, \cos g\} = -\hat{r}_0$$



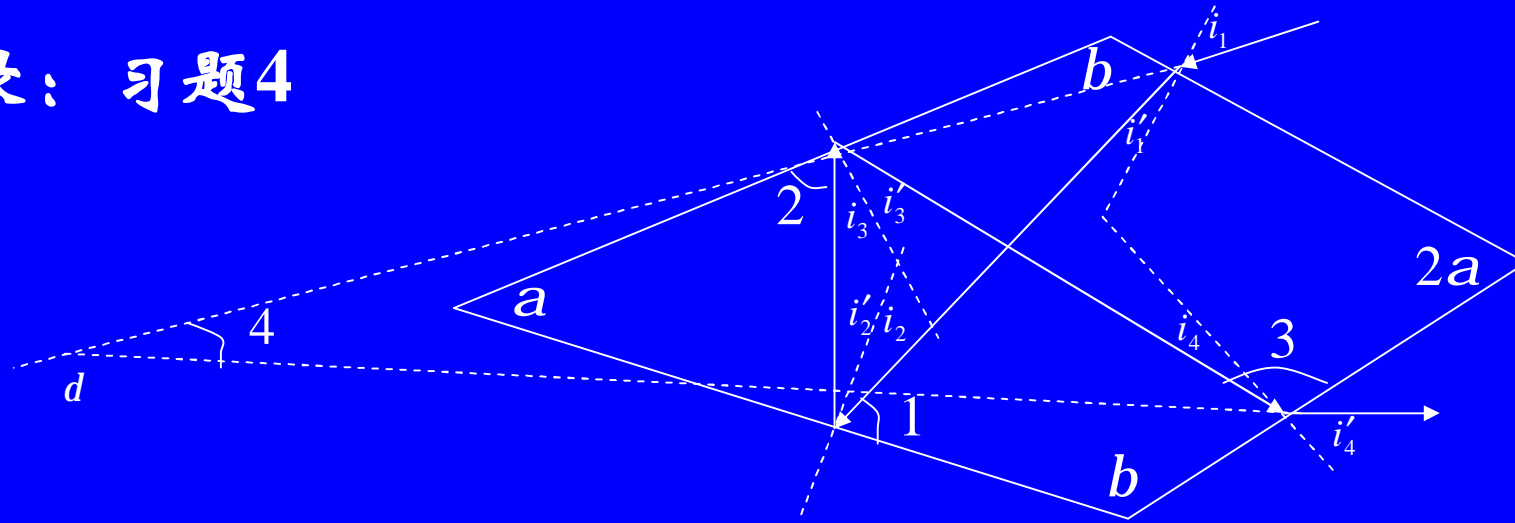
(B) 平行光束在同一界面上折射，折射光线平行 (略)

(C) 依照光路可逆定律



从斜面射入的光线经其他三面反射后，出射光线的方向总与入射线相反。

# 附录：习题4



$$i_2 = p/2 - \angle 1 = p/2 - [2p - b - 2a - (p/2 + i'_1)]$$

$$i_3 = p/2 - \angle 2 = p/2 - [p - a - (p/2 - i_2)]$$

$$i_4 = \angle 3 + p/2 = [2p - 2a - b - (p/2 - i_3)] + p/2$$

$$i_4 = -i'_1$$

$$i'_4 = -i_1$$

$$d = p - \angle 4 = p - [2p - (p/2 + i'_4) - 2a - (p/2 + i_1)] = 2a$$