§3 波的叠加和波的干涉

3.1 波的叠加原理

1）波的独立传播定律：

两列波在空间交叠时，传播互不干扰

2）波的叠加原理

两列独立传播的波在交叠区某点的振动是它们单独在该点产生的振动合成。

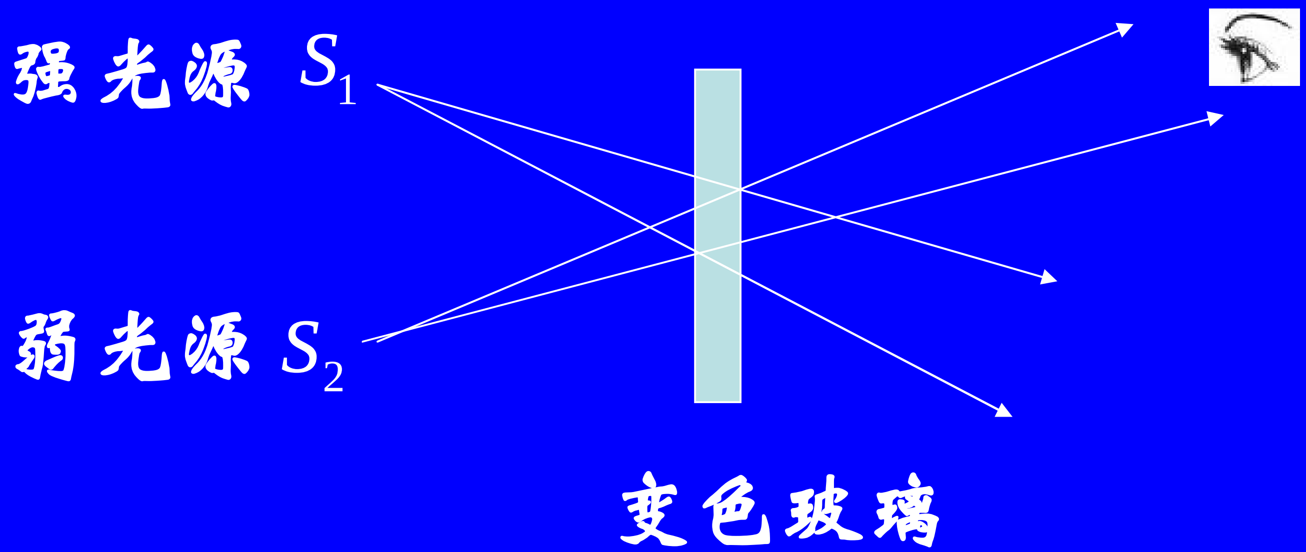
标量波： $U(P,t)=U_1(P,t)+U_1(P,t)+\ldots$

矢量波： $\vec{U}(P,t)=\vec{U}_1(P,t)+\vec{U}_1(P,t)+\ldots$

3）叠加原理和独立传播定律的适用条件：

（1）在线性媒质中

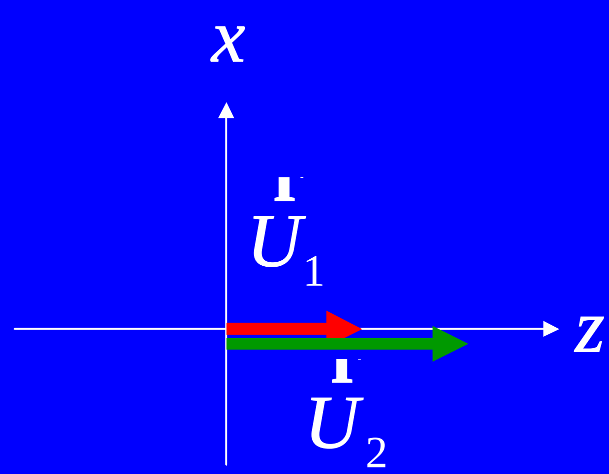
（2）光波的强度不太强



3.2 波的干涉与相干条件

1）两列波的叠加

(a)相同频率，相同振动方向

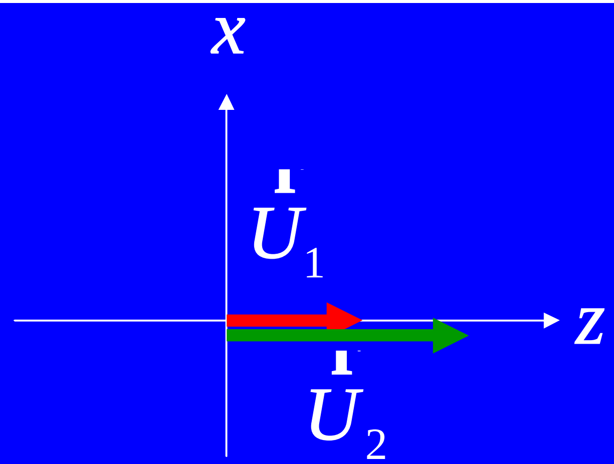


$$
\begin{cases}
U_1(P,t) = A_1 \cos[wt - j_1(P)] \\
U_2(P,t) = A_2 \cos[wt - j_2(P)]
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\tilde{U}_1(P) = A_1 e^{ij_1(P)} \\
\tilde{U}_2(P) = A_2 e^{ij_2(P)}
\end{cases}
$$

$$\tilde{U}(P) = \tilde{U}_1(P) + \tilde{U}_2(P)$$

$$I(P) = \tilde{U}^*(P)\tilde{U}(P)$$



$$\tilde{U}(P) = A_1 e^{ij_1(P)} + A_2 e^{ij_2(P)}$$

$$I(P) = \tilde{U}^*(P)\tilde{U}(P)$$

$$= A_1^2 + A_1^2 + 2A_1 A_2 \cos(j_2 - j_1)$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos d$$

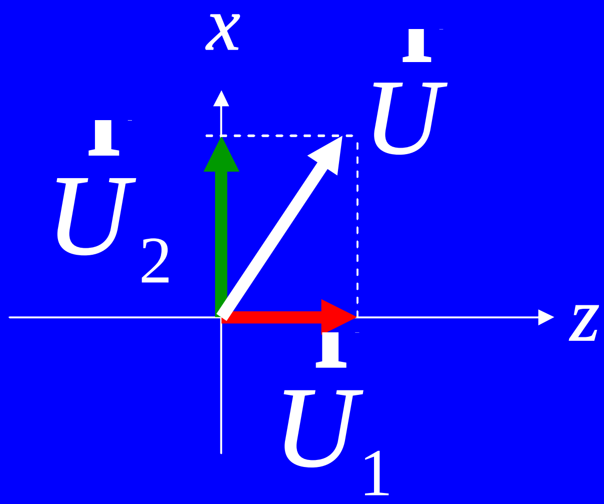
$2\sqrt{I_1 I_2}\cos d$ ---干涉项

$d = j_2(P) - j_1(P)$ ---位相差

波的干涉：因波的叠加而引起强度重新分布的现象

$I \neq I_1 + I_2$ 条件：同频率+位相差恒定

(b)相同频率，振动方向垂直



$$\begin{cases} \vec{U}_1(P,t) = A_1\cos[wt - j_1(P)]\hat{z} \\ \vec{U}_2(P,t) = A_2\cos[wt - j_2(P)]\hat{x} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{U}(P,t) = \vec{U}_1(P,t) + \vec{U}_2(P,t)$$

$$\Rightarrow U^2(P,t) = U_1{}^2(P,t) + U_2{}^2(P,t)$$

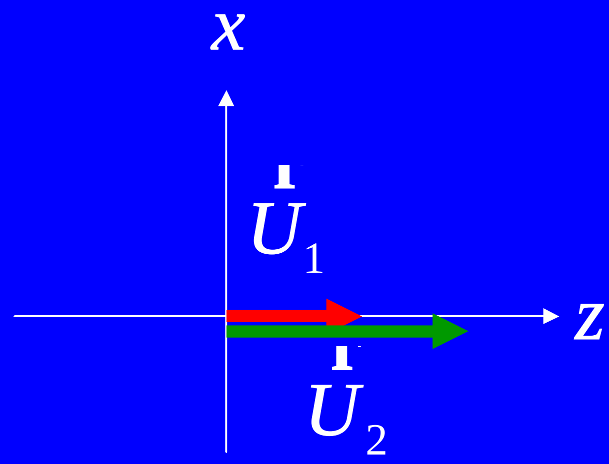
$$\overline{U^2(P,t)} = \overline{U_1{}^2(P,t)} + \overline{U_2{}^2(P,t)}$$

$$\Rightarrow I = I_1 + I_2$$

无干涉现象

(c)不同频率，相同振动方向

$$\begin{cases} U_1(P,t)=A_1\cos[\omega_1 t-\varphi_1(P)] \\ U_2(P,t)=A_2\cos[\omega_2 t-\varphi_2(P)] \end{cases}$$



$$\Longrightarrow \quad U(P,t)=U_1(P,t)+U_2(P,t)$$

$$\Longrightarrow \quad U^2(P,t)=U_1^2+U_2^2+2U_1U_2$$

$$\overline{2U_1U_2} = 2A_1A_2\overline{\cos(\omega_1 t-\varphi_1)\cos(\omega_1 t-\varphi_1)}$$

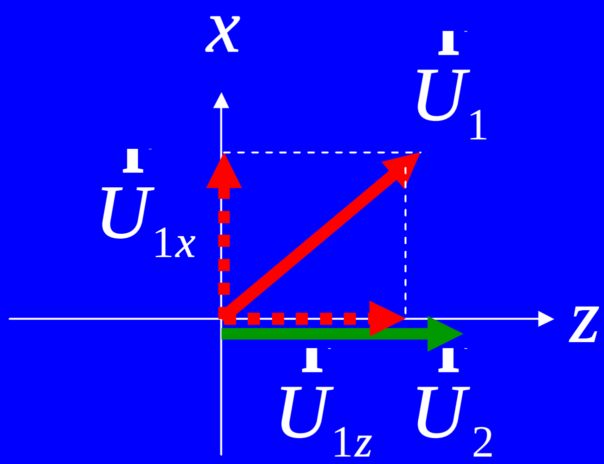
$$=A_1A_2\overline{\cos[(\omega_1+\omega_2)t-(\varphi_1+\varphi_2)]+\cos[(\omega_1-\omega_2)t-(\varphi_1-\varphi_2)]}$$

$$=0$$

$$\Longrightarrow \quad I=I_1+I_2$$

无干涉现象

2）光波干涉的相干条件



$$
\begin{cases}
U_1(P,t) = A_1 \cos[wt - j_1(P)] \\
U_2(P,t) = A_2 \cos[wt - j_2(P)] \\
d = j_2(P) - j_1(P)
\end{cases}
$$

(a) 频率相同

(b) 存在相互平行的振动分量

(c) 位相差$d(P)$不随时间变化

$$
I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos d
$$

3）讨论

（a）有人说，相干叠加服从波的叠加原理，非相干叠加不服从波的叠加原理，这种说法对吗？

答：不对，都服从叠加原理。

（b）有人说，光强可以直接相加就服从波的叠加原理；否则就是不服从波的叠加原理，这种说法对吗？光强不可以直接相加，是否就意味着波的独立传播定律不成立？

答：不对，都服从叠加原理，

独立传播定律都成立。

（c）两列光波频率相同，且有稳定的相位差，但振动的方向既不互相垂直，又不严格平行，这两列波的叠加是相干叠加还是非相干叠加。

答：是部分相干叠加，其中的平行分量是相干叠加，垂直分量是非相干叠加。

4）相干光强的计算方法

满足相干条件后，可以进行标量相加。

（1）三角函数法

$$\begin{cases} U_1(P,t) = A_1\cos[\omega t - \varphi_1(P)] \\ U_2(P,t) = A_2\cos[\omega t - \varphi_2(P)] \end{cases}$$

$$U(P,t) = A_1\cos[\omega t - \varphi_1(P)] + A_2\cos[\omega t - \varphi_2(P)]$$
$$= A\cos[\omega t - \varphi(P)]$$

$$I = A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\delta \qquad \delta = \varphi_2 - \varphi_1$$

(2) 复振幅法

$$\begin{cases} U_1(P,t) = A_1\cos[\omega t - \varphi_1(P)] \\ U_2(P,t) = A_2\cos[\omega t - \varphi_2(P)] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tilde{U}_1(P) = A_1 e^{i\varphi_1(P)} \\ \tilde{U}_2(P) = A_2 e^{i\varphi_2(P)} \end{cases}$$

$$\tilde{U}(P) = \tilde{U}_1(P) + \tilde{U}_2(P)$$

$$I(P) = \tilde{U}^*(P)\tilde{U}(P)$$

$$\tilde{U}(P) = A_1 e^{i\varphi_1(P)} + A_2 e^{i\varphi_2(P)}$$

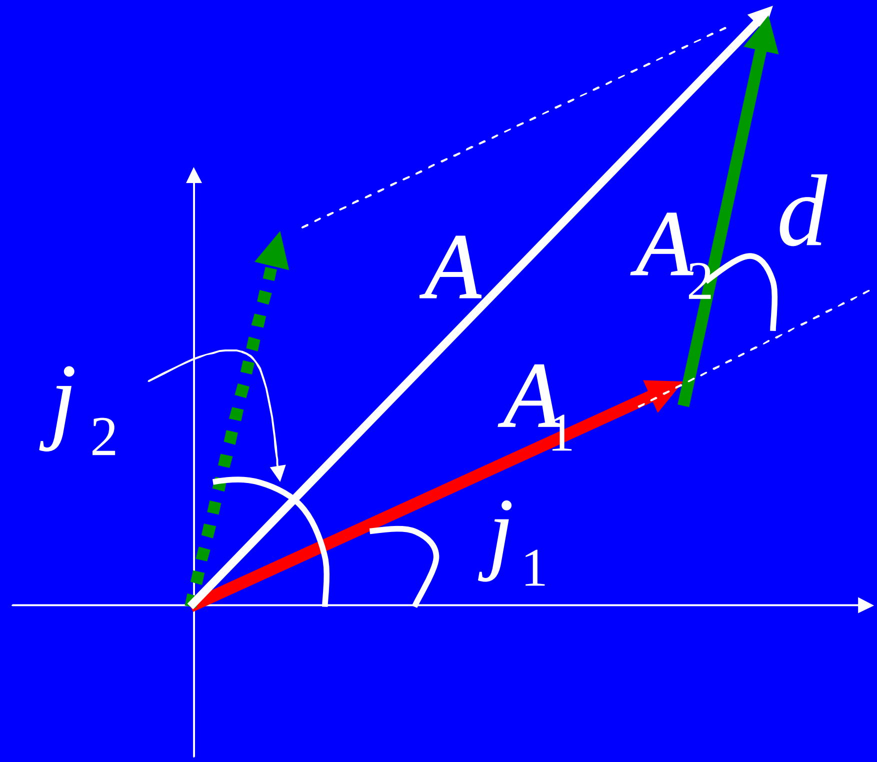
$$I(P) = \tilde{U}^*(P)\tilde{U}(P) = A_1^2 + A_1^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$$

（3）矢量图解法

$$\begin{cases} \tilde{U}_1(P) = A_1 e^{ij_1(P)} \\ \tilde{U}_2(P) = A_2 e^{ij_2(P)} \end{cases}$$

$$I = A^2$$



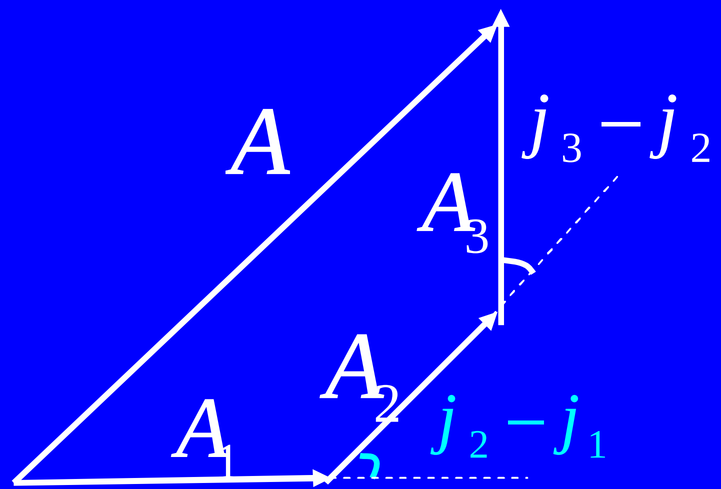
余弦定理：

复振幅的矢量描述

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(p - d)$$

$$= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos d$$

多列波叠加：$\vec{A}=\sum_{i=1}^{n}\vec{A}_i$，合光强：$I=A^2$



注意：

a）图中的振幅方位既不是振动方向,也不是传播方向

b）振幅方位由初相位决定

c）波的振动方向互相平行

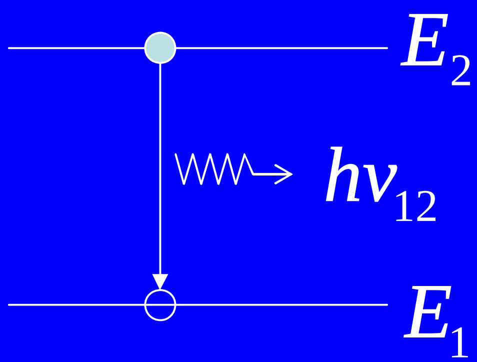
3.3 普通光源发光微观机制的特点

1）普通光源与激光光源

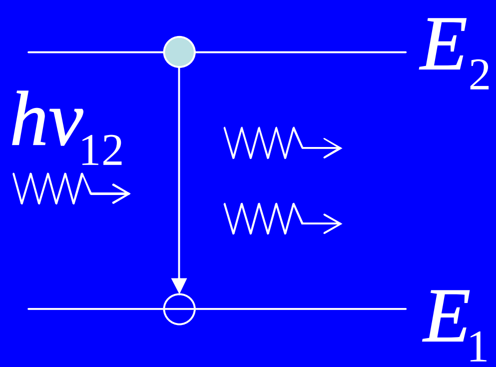
---微观客体辐射特点不同

普通光源：　自发辐射

激光光源：　受激辐射



$$h\nu_{12} = E_2 - E_1$$



$$h\nu_{12} = E_2 - E_1$$

2）普通光源发光特点

（1）波列的持续时间一般为10^{-8}s

光扰动周期T~10^{-15}s

实验观测时间>接收器的响应时间>>T

（2）两个光源的光是不相干的；同一光源的不同发光部分发出的光也不相干

如何用普通光源“制造”相干光？

3.4 干涉条纹的反衬度及其与振幅比的关系

设两束光在P点相干，则

$$I(P)=I_1(P)+I_2(P)+2\sqrt{I_1 I_2}\cos d(P)$$

（1）干涉条纹反衬度：

$$g=\frac{I_{\max}-I_{\min}}{I_{\max}+I_{\min}}=\frac{I_{\mathrm{M}}-I_{\mathrm{m}}}{I_{\mathrm{M}}+I_{\mathrm{m}}} \qquad 0\le g\le 1$$

$I_M \to I_m$时，$g=0$ 条纹模糊不清不可辨认

$I_m=0$ 时，$g=1$ 条纹的反差大清晰可见

（2）反衬度与振幅比的关系

$$I = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(j_2 - j_1)$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos d$$

得：$I_M = (A_1 + A_2)^2 \quad I_m = (A_1 - A_2)^2$

$$g = \frac{2A_1A_2}{A_1^2 + A_2^2} = \frac{2(A_1/A_2)}{1 + (A_1/A_2)^2}$$

令：$I_0 = I_1 + I_2 = A_1^2 + A_2^2$,则：$I = I_0(1 + g\cos d)$

*3.5 线性光学系统

1） 线性叠加

光学中的相干叠加和非相干叠加，均为线性叠加

2）相干光学系统：

$$\tilde{U}(P)=\tilde{U}_1(P)+\tilde{U}_2(P) \qquad \tilde{U}(P)=\sum \tilde{U}_i(P)$$

3）非相干光学系统：

$$I(P)=I_1(P)+I_2(P) \qquad I(P)=\sum I_i(P)$$

作业：

习题：1，2，3，4