

## 天基监视中的双星相对运动模型研究

王卫兵, 王 锐, 姜振华, 王挺峰, 郭 劲

(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所 激光与物质相互作用国家重点实验室,  
吉林 长春 130033)

**摘 要:** 以天基监视为背景, 依据几何学原理和矢量计算工具, 主要研究了双星相对运动模型。一方面, 突破力学求解方式, 采用一种区别于传统轨道根数的卫星轨道生成规则, 可清晰直观地描述卫星轨道; 另一方面, 结合光电跟踪系统, 研究了双星运动过程中的相对方向变化。通过对异面太阳同步圆轨和共面地球同步圆轨双星相对运动模型的仿真计算, 获得了卫星轨道、相对距离、方位角、俯仰角、方位角速率、俯仰角速率的变化结果, 分析结果证明了此方法的合理性, 可为天基监视中的工作区域选择、卫星轨道设计、监视系统设计和捕获跟踪瞄准控制系统设计等物理问题和关键技术提供定性和半定量参考。

**关键词:** 天基监视; 双星相对运动; 卫星轨道生成规则; 光电跟踪系统

**中图分类号:** V529 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)12-3782-06

## Research on relative movement model of two satellites in space-based surveillance

Wang Weibing, Wang Rui, Jiang Zhenhua, Wang Tingfeng, Guo Jin

(State Key Laboratory of Laser Interaction with Matter, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,  
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

**Abstract:** Relative movement model of two satellites was mainly researched in space-based surveillance by geometry principle and vector calculation tool. On one hand, satellite orbit can be described clearly using a kind of producing rule of satellite orbit that is different of orbit elements and solving mechanics equation. On the other hand, relative directions of two satellites in the movement are researched by combining opto-electrical tracking system. Corresponding results of satellite orbit, relative distance, azimuth angle, pitching angle, azimuth angle velocity and pitching angle velocity were achieved after computing relative movement of two sun synchronous orbit satellites on different planes and two geosynchronous orbit satellites on the same planes. Analysis results show that this method is reasonable and provides qualitative and semi-quantitative reference for some physics question and key technologies in space-based surveillance such as design of satellite orbit, selection of work region, design of surveillance system and acquisition tracking and pointing control system.

**Key words:** space-based surveillance; relative movement of two satellites;  
producing rule of satellite orbit; opto-electrical tracking system

收稿日期: 2015-04-11; 修订日期: 2015-05-13

基金项目: 激光与物质相互作用国家重点实验室基金

作者简介: 王卫兵(1986-), 男, 研究实习员, 硕士, 主要从事星载光电跟踪控制技术方面的研究。Email: wangweibing10@126.com

## 0 引言

随着航天器和有效载荷的飞速发展,将类似地面经纬仪的光学成像跟踪设备应用于对航天器、导弹、空间碎片等目标的天基探测系统中具有重要价值。目前,这类系统已出现在“天基空间目标监视系统”(SBSS)、“空间跟踪与监视系统”(STSS)、“持续跟踪与监视系统”(PTSS)、天文望远镜系统及空间激光应用系统中,其系统共性为星载光电跟踪系统,如图1所示的SBSS光电跟踪结构。因此,星载光电跟踪系统将成为研究热点<sup>[1-4]</sup>,其系统复杂,涉及到很多物理问题和关键技术,如工作区域选择、卫星轨道设计、监视系统设计和捕获跟踪瞄准控制系统设计等,而研究双星相对运动模型是研究这些问题的技术的基础。目前,大量参考文献根据天体力学原理研究了地球引力场中的双星相对运动模型<sup>[5-7]</sup>,然而还未见到对基于星载光电跟踪系统的天基监视背景下的双星相对运动特性的研究。

为此,文中在这方面做了初步探究。目前,既可根据天体动力学方程和初值条件采用数值计算画图软件自动生成卫星轨道,也可根据设置的卫星轨道根数采用STK等专用软件生成卫星轨道。但结合研究内容,文中突破力学求解方式和专用卫星软件STK,在遵循天体力学规律的情况下,采用一种区别于传统轨道根数的卫星轨道生成规则,不但简单方便,而且可清晰直观地描述双星运行轨迹。另外,结合两轴U型跟踪架结构,采用矢量计算工具研究了天基监视过程中目标卫星相对于监视卫星的方位角和俯仰角变化。通过仿真分析,获得了有价值的结果。



图 1 SBSS 星载光电跟踪结构

Fig.1 Opto-electrical tracking structure of SBSS

## 1 天基监视物理模型

天基监视示意图如图2所示,在一定区域内,监视卫星光电跟踪系统首先可通过捕获控制使光学视场覆盖目标卫星,然后可通过跟踪控制实现对目标卫星的持续跟踪监视。由于物理模型的多样性,且天基监视系统包括卫星、光电跟踪等设备,其中将涉及大量物理问题和关键技术,而文中将重点从空间几何学角度研究双星相对运动模型。为了论述方便,需要对物理模型进行近似:地球为质量均匀的球体,只考虑卫星受地心引力作用,不考虑卫星机动变轨和摄动影响,即两星分别沿各自轨道绕地球做自由运动。

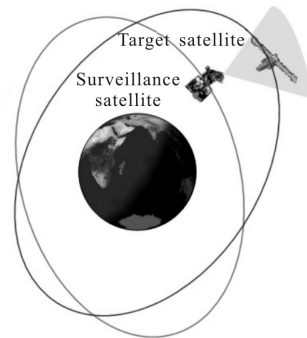


图 2 天基监视示意图

Fig.2 Diagram of space-based surveillance

## 2 卫星轨道生成规则

### 2.1 卫星轨道生成参数

依据开普勒定律可知卫星绕以地心为焦点的椭圆轨道上运动,根据六个卫星轨道根数可生成确定的卫星轨道。为了更为清晰直观地进行描述,文中不选择传统的轨道根数设计卫星轨道,而是依据几何学原理重新定义一种卫星轨道生成规则。但是,要完整的建立卫星轨道,需要六个参数。文中选择椭圆轨道的近地点轨道高度 $h_n$ 、远地点轨道高度 $h_f$ 、初始位置角 $\varphi_0$ 及三个旋转角 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ ,其中 $h_n$ 、 $h_f$ 可确定椭圆形状(类似于椭圆半长轴 $a$ 、离心率 $e$ ), $\varphi_0$ 可确定卫星在椭圆轨道上的初始位置(类似于平近点角 $M$ ), $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 可确定经三个轴旋转后的空间位置(类似于轨道倾角 $i$ 、升交点赤经 $\Omega$ 、近地点幅角 $w$ )。

### 2.2 卫星轨道生成规则

首先建立笛卡尔坐标系 $O_xO_yO_z$ ,选择 $O_xO_y$ 面

为椭圆轨道生成面,  $X_o, Y_o$  轴分别为长轴、短轴,  $O_o$  点为椭圆中心, 长轴顶点相位角为 0, 然后将椭圆轨道面按焦距  $c$  向右平移, 接着依次绕  $Z, Y, X$  轴分别旋转  $\gamma, \beta, \alpha$  角度, 最后可得以地心为坐标原点的卫星三维轨道形状。可看出, 此规则类似于六个卫星轨道根数, 可生成共面椭圆轨、异面椭圆轨等任意椭圆形状的卫星轨道。下面给出数学描述。

### 3 双星运动数学描述

#### 3.1 单星运动数学描述

依据近、远地点卫星轨道高度  $h_{sn}, h_{sf}$ , 可得椭圆半长轴  $a_s$ 、半短轴  $b_s$ 、焦距  $c_s$ :

$$a_s = \frac{(h_{sn} + R_e) + (h_{sf} + R_e)}{2} \quad (1)$$

$$c_s = a_s - (h_{sn} + R_e) \quad (2)$$

$$b_s = \sqrt{a_s^2 - c_s^2} \quad (3)$$

$$r_{is} = [x_{is} \ y_{is} \ z_{is}]^T, r_{os} = [x_{os} \ y_{os} \ z_{os}]^T, T_s = [c_s \ 0 \ 0]^T$$

$$C_s = \begin{bmatrix} \cos\beta_s \cos\gamma_s & \cos\beta_s \sin\gamma_s & -\sin\gamma_s \\ \sin\alpha_s \sin\beta_s \cos\gamma_s - \cos\alpha_s \sin\gamma_s & \sin\alpha_s \sin\beta_s \sin\gamma_s + \cos\alpha_s \cos\gamma_s & \sin\alpha_s \cos\beta_s \\ \cos\alpha_s \sin\beta_s \cos\gamma_s + \sin\alpha_s \sin\gamma_s & \cos\alpha_s \sin\beta_s \sin\gamma_s - \sin\alpha_s \cos\gamma_s & \cos\alpha_s \cos\beta_s \end{bmatrix} \quad (8)$$

#### 3.2 双星相对运动角度

双星相对运动示意图如图 3 所示。选取监视卫星轨道上不过地心的两点  $U_{i1}(x_{i1u}, y_{i1u}, z_{i1u}), V_{i1}(x_{i1v}, y_{i1v}, z_{i1v})$ , 依据空间几何关系可得卫星轨道平面的法向量  $F_{i1}(A_{i1}, B_{i1}, C_{i1})$  为:

$$F_{i1} = U_{i1} \times V_{i1} \quad (9)$$

监视卫星绕椭圆轨道运行时垂直于法向  $F_{i1}(A_{i1}, B_{i1}, C_{i1})$  和径向  $R_{i1}(H_{i1}, P_{i1}, Q_{i1})$  的向量  $K_{i1}(H_{i1}, P_{i1}, Q_{i1})$  为:

$$K_{i1} = F_{i1} \times r_{i1} \quad (10)$$

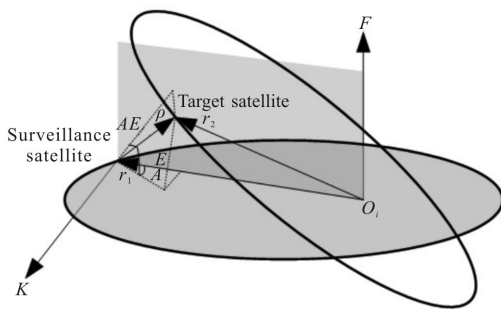


图 3 双星相对运动示意图

Fig.3 Relative movement diagram of two satellites

角标  $s$  为 1、2 时分别代表监视卫星、目标卫星, 卫星轨迹绕  $Z$  轴旋转, 根据卫星运行几何关系, 可得椭圆轨迹:

$$\begin{cases} x_{os} = a_s \cos E_s \\ y_{os} = b_s \sin E_s \\ z_{os} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $E_s$  为偏近点角, 可由开普勒方程获得:

$$M_s = E_s - e_s \sin E_s = n_s t + \varphi_{s0} \quad (5)$$

$$n_s = \sqrt{\frac{\mu}{a_s^3}} \quad (6)$$

式中:  $M_s$  为平近点角;  $n_s$  为卫星运行平均角速度;  $\varphi_{s0}$  为初始位置角;  $\mu$  为地球开普勒常数。

经平移矩阵  $T_s$ 、旋转矩阵  $C_s$  作用后所得卫星在地心坐标系 I 下的轨道坐标位置为:

$$r_{is} = C_s(r_{os} - T_s) \quad (7)$$

由于天基监视中主要采用两轴光电跟踪系统, 对于常用的 U 型架结构, 可分为俯仰轴(内轴)和方位轴(外轴)。目标卫星相对监视卫星的指向  $\rho_i(x_{i2} - x_{i1}, y_{i2} - y_{i1}, z_{i2} - z_{i1})$  与监视卫星轨道平面夹角, 定义为俯仰角  $E$ ; 同样, 相对指向  $\rho_i$  与垂直于监视卫星轨道平面的径向法平面夹角, 表示为  $AE$ 。根据相对空间位置, 当两星径向处于同一轨道平面时, 俯仰角  $E$  为 0; 当两星径向处于同一径向法平面时,  $AE$  为 0。根据几何关系可得相对距离  $\rho$ 、 $E$  及  $AE$  的表达式分别为:

$$\rho = \sqrt{(x_{i2} - x_{i1})^2 + (y_{i2} - y_{i1})^2 + (z_{i2} - z_{i1})^2} \quad (11)$$

$$E = \arcsin \left( \frac{\|F_{i1} \cdot \rho_i\|}{\|F_{i1}\| \|\rho_i\|} \right) = \arcsin \left( \frac{|A_{i1}(x_{i2} - x_{i1}) + B_{i1}(y_{i2} - y_{i1}) + C_{i1}(z_{i2} - z_{i1})|}{\sqrt{A_{i1}^2 + B_{i1}^2 + C_{i1}^2} \sqrt{(x_{i2} - x_{i1})^2 + (y_{i2} - y_{i1})^2 + (z_{i2} - z_{i1})^2}} \right) \quad (12)$$

$$AE = \arcsin \left( \frac{\|K_{i1} \cdot \rho_i\|}{\|K_{i1}\| \|\rho_i\|} \right) = \arcsin \left( \frac{|H_{i1}(x_{i2} - x_{i1}) + P_{i1}(y_{i2} - y_{i1}) + Q_{i1}(z_{i2} - z_{i1})|}{\sqrt{H_{i1}^2 + P_{i1}^2 + Q_{i1}^2} \sqrt{(x_{i2} - x_{i1})^2 + (y_{i2} - y_{i1})^2 + (z_{i2} - z_{i1})^2}} \right) \quad (13)$$

依据 U 型跟踪架结构和几何关系, 可得方位角  $A$ :

$$A = \arcsin(\sin(AE) / \cos(E)) \quad (14)$$

通过求导可获得相应的俯仰角速率  $\omega_E$  和方位角速率  $\omega_A$  表达式。为了避开跟踪架过顶盲区,俯仰角  $E$  应避开  $90^\circ$  区域。另外,由于卫星的周期性运动,在计算俯仰角  $E$  和方位角  $A$  时需要结合物理过程约束。

### 4 仿真计算

#### 4.1 仿真模型

由于太阳同步轨道的特殊性,地球资源、气象观测、军事侦察、海洋监测、空间环境探测和科学技术试验等卫星均在此轨道附近运行。另外,由于高轨卫星的作用区域广泛,预警侦察、导航通信等卫星部署在此轨道上。因此,可以太阳同步轨道和地球同步(静止)轨道附近的天基监视模型为代表进行研究。由于此两种轨道上的椭圆轨道偏心率几乎为 0,可简单地将椭圆轨道近似为圆轨道,即  $h_{sn}=h_{sf}$ 。若将双星设计在同一圆轨道,则相对运动距离始终不变,研究意义不大。考虑到天基监视中系统作用距离的限制,选择双星轨道高度差为 10 km。

由于大部分太阳同步轨道的轨道倾角均设计在  $97^\circ\sim 99^\circ$  范围内,地球同步轨道倾角为  $0^\circ$ ,仿真模型可建立  $2^\circ$  异面太阳同步圆轨和共面地球同步圆轨双星相对运动模型。而对于运行在不同高度圆轨的双星而言,虽然存在角速度差异,但是由于圆轨道的对称性和卫星运动的周期性差异,总存在两星处于同径向的时刻,此时两星相距最近,监视系统性能最好,故可选择此对称时间段进行研究。

通过上面分析,表 1 给出太阳同步轨道和地球同步轨道附近的双星运动模型参数。

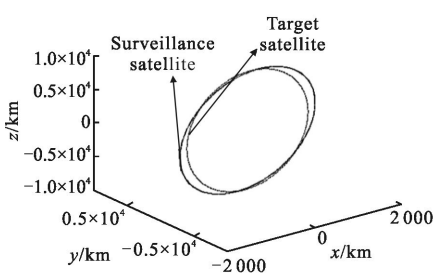
表 1 仿真模型参数

Tab.1 Parameters of simulation models

Parameters for simulation model for two sun synchronous orbit satellites on different planes						
Satellite	$h_{sn}/\text{km}$	$h_{sf}/\text{km}$	$\alpha_s/(\circ)$	$\beta_s/(\circ)$	$\gamma_s/(\circ)$	$\varphi_{s0}/(\circ)$
Target	700	700	0	-97	0	90
Surveillance	690	690	0	-99	0	90
$U_2$ position: $\omega_2 t=0$			$V_2$ position: $\omega_2 t=\pi/2$			
Parameters for simulation model for two geosynchronous orbit satellites on the same planes						
Satellite	$h_{sn}/\text{km}$	$h_{sf}/\text{km}$	$\alpha_s/(\circ)$	$\beta_s/(\circ)$	$\gamma_s/(\circ)$	$\varphi_{s0}/(\circ)$
Target	36 000	36 000	0	0	0	90
Surveillance	35 990	35 990	0	0	0	90
$U_2$ position: $\omega_2 t=0$			$V_2$ position: $\omega_2 t=\pi/2$			
Correlated parameters of G-force field						
$\mu$			$R_e$			
398 603 $\text{km}^3/\text{s}^2$			6 367 $\text{km}$			

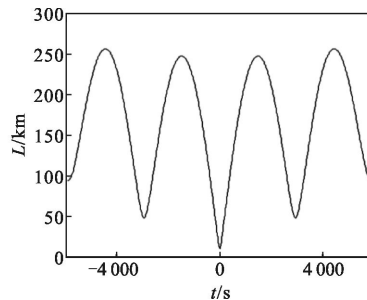
#### 4.2 计算结果

按照上面仿真参数和推导公式对异面太阳同步圆轨和共面地球同步圆轨双星相对运动模型进行计算,得到两个目标卫星轨道周期时间段的计算结果分别如图 4 和图 5 所示,两图(a)、(b)、(c)、(d)、(e)、(f)分别为两星运行轨迹、相对距离、方位角、俯仰角、方位角速率、俯仰角速率的变化趋势。



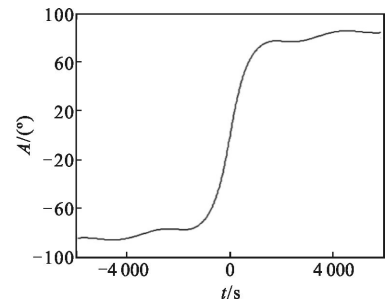
(a) 两星轨道

(a) Orbit of two satellites



(b) 两星距离

(b) Distance of two satellites



(c) 方位角

(c) Azimuth angle

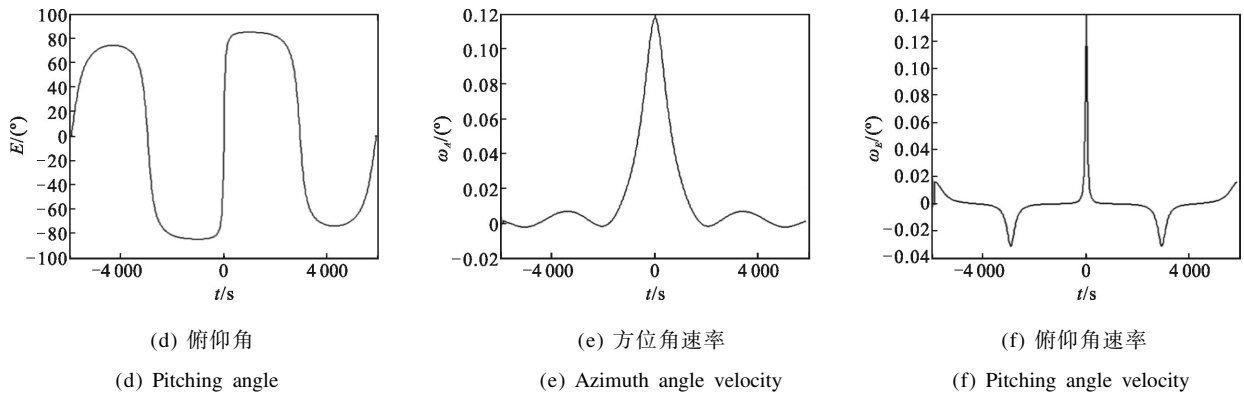


图 4 异面太阳同步圆轨双星相对运动计算结果

Fig.4 Computation results for relative movement of two sun synchronous orbit satellites on different planes

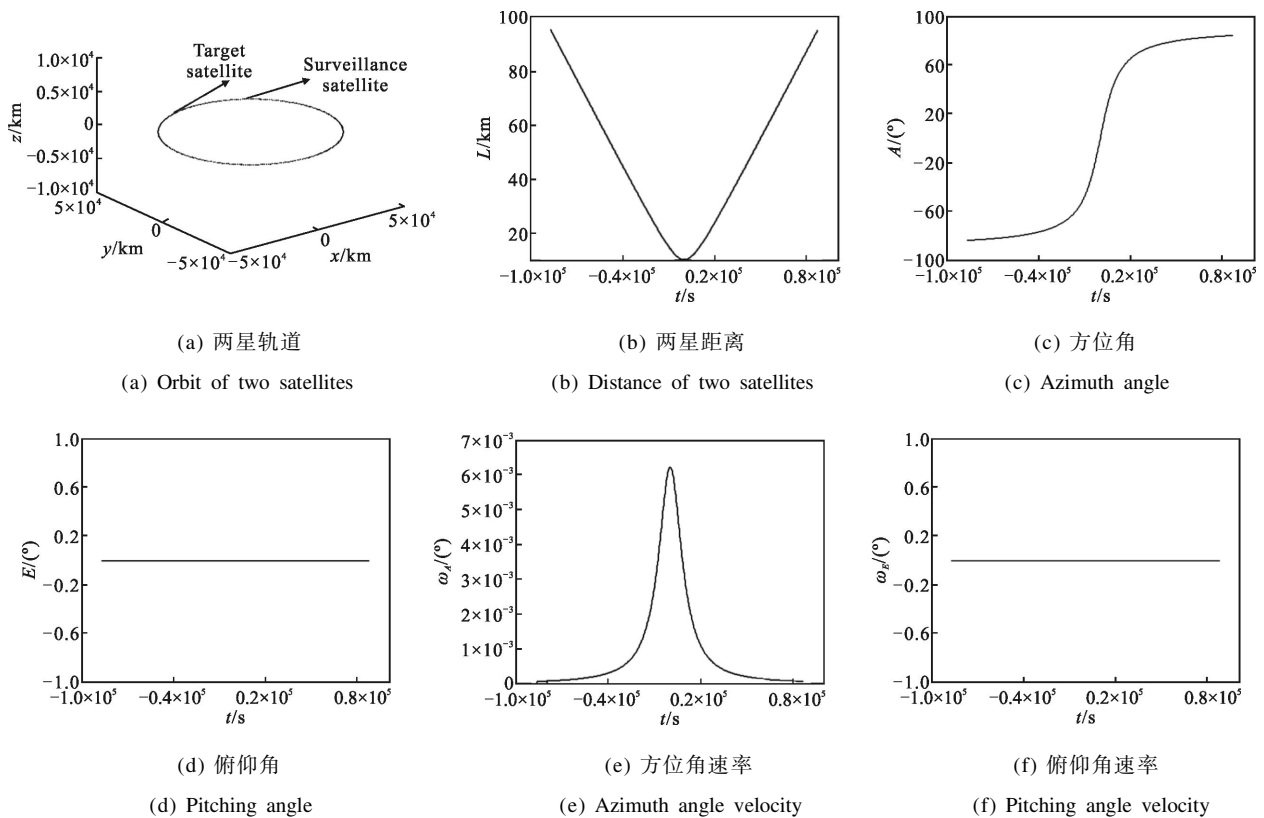


图 5 共面地球同步圆轨双星相对运动计算结果

Fig.5 Computation results for relative movement of two geosynchronous orbit satellites on the same planes

### 5 结论

(1) 结合物理过程分析,由于图 4 和图 5 中的 0 时刻选择共面同径向位置,此时对应的相对原理距离最近,方位角和俯仰角均为 0,计算结果的对称性符合仿真模型。对图 4 结果进行分析,随着时间变

化,由于轨道高度不同产生的轨道周期角速率不同,异面轨道产生的周期性上下运动,相对距离在波动变化,但总体趋势变大。同时,方位角速率和俯仰角速率的变化趋势可看出在两星相距最近时,其值最大。从建模过程可知,二面角为 0 的异面同步圆轨卫星将转化为共面同步圆轨卫星,因此,图 5 结果为

图4结果的特殊情况。从方位角速率结果看,在两星轨道高度差恒定时,随着卫星轨道高度的增大,方位角速率整体变小;

(2) 由于所建模型具有一定的类似性,图4和图5结果有一定可比性。然而,若要对任意情况(参数任意设置)的双星运行模型进行研究,问题将复杂化,不仅难以对比,还不易阐述。结合分析过程,文中所建立的两种情况具有一定的代表性,可为天基监视中的工作区域选择、卫星轨道设计、监视系统设计和捕获跟踪瞄准控制系统设计等物理问题和关键技术提供定性和半定量参考;

(3) 由于上述卫星轨道生成规则遵循天体力学规律,且从描述卫星运动参数的完备性来看,可将该规则和轨道根数按照一定规则(结合地球模型)进行相互转化。前者容易描述双星相对运动特性,后者容易描述真实空间模型。结合所研究的内容,前者所描述的空间位置信息容易想象。但是,针对天体摄动问题的引入,该规则还有待于深入研究。因此,结合几何学原理和矢量计算工具,针对文中研究的简化模型,所采用的卫星轨道生成规则具有一定的合理性。另外,在卫星组网系统研究领域,该规则也有一定的参考价值。

#### 参考文献:

- [1] Li Yanbin, Jiang Lizhong, Huang Yong. Development research on space-based target detection and surveillance system [J]. *Guidance & Fuze*, 2012, 33(3): 50-59. (in Chinese)  
李雁斌, 江利中, 黄勇. 天基目标探测与监视系统发展研究[J]. 制导与引信, 2012, 33(3): 50-59.
- [2] Zhou Haiyin, Pan Xiaogang, Li Donghui. Research on orbit determination algorithm based on SBSS [J]. *Journal of System Simulation*, 2008, 20(13): 3538-3547. (in Chinese)  
周海银, 潘晓刚, 李董辉. 基于天基空间目标监视系统的定轨技术研究[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(13): 3538-3547.
- [3] Zhou Qingyong, Du Lan, Lan Zhaozhen. Based on space-based optical surveillance system [J]. *Journal of System Simulation*, 2010, 22(11): 2660-2663. (in Chinese)  
周庆勇, 杜兰, 蓝朝桢. 天基光学监视系统空间目标定轨精度仿真分析[J]. 系统仿真学报, 2010, 22(11): 2660-2663.
- [4] Wang Xiuhong, Li Junfeng, Wang Yanrong. Orbit determination and precision analysis of space object with space-based camera [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21(6): 1394-1403. (in Chinese)  
王秀红, 李俊峰, 王彦荣. 天基照相监测空间目标定轨方法及精度分析[J]. 光学精密工程, 2013, 21(6): 1394-1403.
- [5] Peng Chengrong. The System Design of Spacecraft[M]. Beijing: Science and Technology Press of China, 2011. (in Chinese)  
彭成荣. 航天器总体设计 [M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2011.
- [6] Zhu Yanwei. Trajectory planning and control for spacecraft proximity relative motion [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2009. (in Chinese)  
朱彦伟. 航天器近距离相对运动轨迹规划与控制研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2009.
- [7] Deng Hong, Zhong Weichao, Sun Zhaowei. Relative navigation research of intercepting satellite [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2013, 45(2): 83-87. (in Chinese)  
邓泓, 钟惟超, 孙兆伟. 拦截卫星相对导航算法研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2013, 45(2): 83-87.