

基于极大似然估计的 TMT 三镜轴系装调

安其昌^{1,2}, 张景旭¹, 孙敬伟¹

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要:为了完成 TMT 三镜轴系的检测与装调, 引入了极大似然估计来完成 TMT 三镜轴系装调。首先提出利用两过定点的相交拟合平面辨识一条空间直线; 之后考虑到测量数据噪声类型的不确定性, 提出使用极大似然估计对三镜机械轴位置参数进行辨识, 并在 MATLAB 产生的一组带有高斯白噪声的训练集上对两个拟合平面所过定点位置进行优化, 拟合轴线与理想轴线的夹角由优化前的 6.29" 降低为优化后的 5.24", 优化量为 17%; 然后选定 Vantage 激光跟踪仪作为 TMT 大型轴系的检验工具, 利用之前的优化方案, 得出在该方法下 TMT 三镜轴系的定位残差为 2.9", 小于 TMT 招标方提出的指标 4"。文中将极大似然线性拟合用于 TMT 三镜轴系装调, 提出了一种实时性强、适用范围广的方法, 对于其他大口径光学系统轴系的检测与调节也有很大的借鉴意义。

关键词: TMT; 大型轴系装调; 系统辨识; 激光跟踪仪; 极大似然估计

中图分类号: HT751 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2013)11-3002-06

TMT third-mirror shafting system alignment based on maximum likelihood estimation

An Qichang^{1,2}, Zhang Jingxu¹, Sun Jingwei¹

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: In order to complete the testing and alignment of TMT third mirror shafting, the maximum likelihood estimation was introduced. Firstly, two intersecting planes were used to identify a space line. Then, considering the noise of the measured data, maximum likelihood estimation was made use of to estimate TMT third mirror shafting parameters. And in MATLAB, which produced a training set with Gaussian white noise, the angle of collection axis and ideal axis from 6.29" to the optimized 5.24" was reduced, with optimization of 17%. Lastly, Vantage Laser Tracker was made the testing tool for TMT large shafting. Using optimization before, the TMT third mirror shafting residuals error was drawn to 2.9", which was less than the TMT indicator of 4". This paper will do good to TMT third mirror shafting alignment, and raise a real-time method to other large diameter optical system shafting alignment.

Key words: TMT; large shafting alignment; system identification; laser tracker;
maximum likelihood estimation

收稿日期: 2013-03-09; 修订日期: 2013-04-30

基金项目: 中科院三期重大科研专项

作者简介: 安其昌(1988-), 男, 硕士生, 主要从事空间机构学方面的研究。Email: anjj@mail.ustc.edu.cn

导师简介: 张景旭(1965-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事大型光电经纬仪结构设计方面的研究。Email: zhangjx@ciomp.ac.cn

0 引言

30 m 望远镜(TMT)计划于夏威夷莫纳克亚峰建造一个世界领先的 30 m 巨型光学-红外观测设备。该计划是由美国加州理工学院 (Caltech)、加州大学系统(UC)和加拿大大学天文研究联盟联合发起的国际合作项目^[1-2]。中国承担了三镜系统部分的设计与制造。其三镜为椭圆形平面镜,长轴为 3.594 m,短轴为 2.536 m。由于位 TMT 于奈氏平台两侧的光学仪器的光轴不与俯仰轴重合,三镜反射后的光线轴线有多条,故三镜系统具有跟踪和瞄准的功能,其实现主要依靠 Tilt 与 Rotate 两套轴系完成。

国内之前对于大口径望远镜,都采取一次装调—整体运输方案^[4-12],即在装配实验室中利用大口径平行光管或者自准直望远镜完成轴系装调,之后利用系统自身的精度保持能力,将其整体运输至工作站址;对于 TMT 如此巨大的光电系统,只能采取二次装调—分体运输的方案,即在工作站址对分体运输而来的部件再次组装、装调。但由于工作环境在野外,装调大型轴系的设备难以运达、同时重复第一次装调的过程对于资源也是一种极大的浪费,故对于 TMT 三镜轴系需要一种便捷的装调方法,来完成对两套轴系的标校。

为了完成 TMT 三镜轴系的检测与装调,文中首先提出利用过定点的两个相交拟合平面辨识一条空间直线与直接对空间直线参数进行非线性拟合的方法相比,辨识的收敛性都得到了很大提高;之后考虑到测量数据可能被除高斯白噪声之外不同类型的噪声污染,提出使用极大似然估计对三镜机械轴位置参数进行辨识,并在 MATLAB 产生的一组带有高斯白噪声的训练集上对两个拟合平面所过定点位置进行优化,拟合轴线与理想轴线由优化前的 6.29" 降低为优化后的 5.24", 优化量为 17%, 然后选定了 FARO 公司 Vantage 激光跟踪仪作为 TMT 大型轴系的装调工具,根据经销商给出的测量不确定度,利用之前的优化方案,得出 TMT 三镜轴系的定位残差期望为 2.9", 经过分析得出在一个很高的置信概率下方案满足 TMT 招标方提出的小于 4" 的指标。

文中将极大似然估计用于 TMT 三镜轴系装调,

提出了一种实时性强、适用范围广的方法,对于其他大口径光学系统轴系的检测与调节有很大的借鉴意义;同时,由于文中提出的方法运算量小、精度符合要求,故可在闭环控制轴系工作时作为回馈量,实现装调与控制的一体化,提高了效率、节约了成本;文中对于 TMT 三镜后续的设计与分析也有重要的意义。

1 轴线拟合与极大似然估计

1.1 轴线拟合

在欧氏空间中,对于任何一个进行旋转运动的物体,跟踪其表面的任意一点,在空间中都可以获得一段圆弧,圆弧的圆心一定在旋转轴线上。但在实际测量中,由于噪声的影响以及仪器精度的限制,各段圆弧的圆心并不在一条直线上;在实际工程应用中为了得到回转轴线,就必须对得到的数据进行拟合,如图 1 所示。

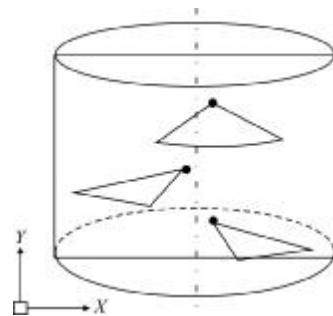


图 1 实际旋转体示意图

Fig.1 Sketch of actual rotation

笛卡尔坐标系下的空间直线,由六个独立的参数唯一确定。主要的表达形式有:点—方向矢量法以及相交平面法等。

对于点—方向矢量法,需要进行非线性拟合,而非线性拟合的运算效率低、初值敏感性强,并不适合 TMT 三镜进行装调时轴线拟合的实时性要求;对于相交平面法,由于表达式的线性,故可以利用系统辨识的相关理论,计算时效性与鲁棒性都有很好的保证,同时,相交平面法有两个冗余的参量,可以通过优化,改善拟合效果。

经过以上比较,对于 TMT 三镜轴系装调,利用过定点的两个相交拟合平面辨识一条空间直线与直接对空间直线参数进行非线性拟合的方法相比,辨

识的收敛性与时效性都得到了很大提高,经过比较,决定采取基于相交平面表达形式的轴线拟合。

1.2 极大似然估计

对于参数辨识,比较常用的是最小二乘估计。但是在以最小二乘法为基础的估计算法中,所有的参数都是确定值;而实际上,测量数据与未知参数都具有一定的随机性。这就导致了最小二乘法估计质量的缺陷以及对白噪声以外的噪声估计结果有偏。即使对于与白噪声很相近的有色噪声,最小二乘法要在引入变白滤波器以及非线性拟合的情况下才可以得到无偏、一致的估计。

极大似然法是一种比较通用的概率估计方法,其基本思想是构造一个联系未知参数与观测数据的函数,即似然函数。此函数在某参数值上达到极大时,就得到此参数的估计。其基本原理可以简述为:

设观测值 y 是一个随机变量,其概率密度 p 依赖于未知参数 θ 。为了由 y 估计 θ ,选取使似然函数 $L(y/\theta)=p(y/\theta)$ 极大化的 θ 值。即存在 $L(y/\hat{\theta})$ 是 $L(y/\theta)$ 的最大值,则 $\hat{\theta}$ 是准确数值的可能性最大,此时称 $\hat{\theta}$ 为 θ 的极大似然估计。

设观测值 $y \in R^m$ 与随机噪声 $\varepsilon \in R^m$,当 $\{\varepsilon(k)\}$ 具有同协方差 Σ 的 m 维独立高斯分布序列时,则似然函数为:

$$L[Y(N)/\theta] = \prod_{k=1}^N \left\{ (2\pi)^{-\frac{m}{2}} [\Sigma]^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \varepsilon^T \Sigma^{-1} \varepsilon\right] \right\}$$

设预报值与测量之间的残差为 $w(k, \hat{\theta})$,其协方差为:

$$D(\theta) = L(w(k, \hat{\theta})w(k, \hat{\theta})^T) \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N w(k, \hat{\theta})w(k, \hat{\theta})^T$$

设观测值 $y \in R^m$ 与预报误差 $w \in R^m$,当 $\{w(k)\}$ 具有同协方差 Σ 的 m 维独立高斯分布序列时,则似然函数为:

$$L[Y(N)/\theta] = \prod_{k=1}^N \left\{ (2\pi)^{-\frac{m}{2}} [\Sigma]^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2} w^T \Sigma^{-1} w\right] \right\}$$

即

$$L[Y(N)/\hat{\theta}] = (2\pi)^{-\frac{m}{2}} [\Sigma]^{-\frac{N}{2}} \exp\left[-\frac{N}{2} \text{trace} \Sigma^{-1} D(\hat{\theta})\right]$$

当 Σ 未知时,首先利用最小二乘估计得到 $\hat{\theta}$,进而得到:

$$\hat{\Sigma} = D(\hat{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N w(k, \hat{\theta})w(k, \hat{\theta})^T$$

$$\ln L = -\frac{mN}{2} (\ln 2\pi + 1) - \frac{N}{2} \ln [D(\hat{\theta})]$$

$$\text{求 } \frac{\partial \ln L}{\partial \hat{\theta}} = 0$$

可得极大似然估计。

Goodwin 在其著作^[3]中指出,上式不论在 w 的分布是否为白噪声时,都可达到相同的渐进方差,即极大似然法的鲁棒性要远远好于最小二乘估计法。

由于在 TMT 三镜轴系的检测与装调的过程中,噪声类型缺乏先验知识,最小二乘估计的效果难以保证,故决定使用极大似然估计进行轴系的空间参数辨识。

2 轴系参数辨识

2.1 辨识模型的建立

TMT 三镜轴系如图 2 所示,利用坐标测量仪器可以得到一系列轴上点的数据:

$$\{(X_1, Y_1, Z_1), \dots, (X_N, Y_N, Z_N), \dots, (X_{2N}, Y_{2N}, Z_{2N})\}$$

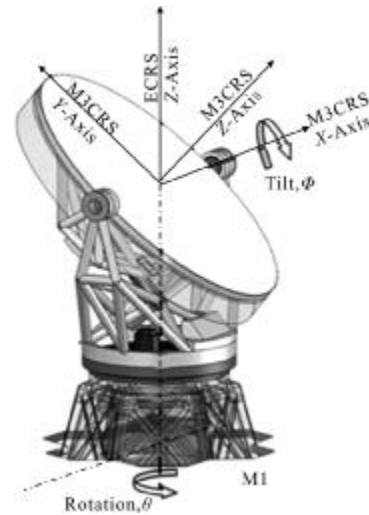


图 2 TMT 三镜轴系

Fig.2 Axes of TMT3S

假设相交得到 TMT 三镜旋转轴线的两平面分别过点 $(0, y_b, 0)$ 、 $(x_b, 0, 0)$, 则轴线方程可以写为:

$$z = \alpha_1 x + \beta_1 (y - y_b)$$

$$z = \alpha_2 (x - x_b) + \beta_2 y$$

参数辨识模型的形式为:

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ \dots \\ Z_N \\ Z_{N+1} \\ \dots \\ Z_{2N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 - y_b & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_N & Y_N - y_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_{N+1} - x_b & Y_{N+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & X_{2N} - x_b & Y_{2N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \alpha_2 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$$

预测残差为:

$$w(k, \hat{\theta}) = \begin{bmatrix} Z_1 \\ \dots \\ Z_N \\ Z_{N+1} \\ \dots \\ Z_{2N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 - y_b & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_N & Y_N - y_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_{N+1} - x_b & Y_{N+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & X_{2N} - x_b & Y_{2N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \alpha_2 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\hat{\theta} = [\alpha_1 \ \beta_1 \ \alpha_2 \ \beta_2]^T$

将上式代入公式 $\frac{\partial \ln L}{\partial \hat{\theta}} = 0$, 即可得到 TMT 轴线

参数的极大似然估计。

2.2 训练集上的优化

与参数非线性拟合法相比, 相交平面法除运算量小之外, 具有冗余参数, 也是其优点之一。对于具体的问题, 可以通过调整冗余参数使算法精度得到进一步提高。另一方面, 如果辨识该轴线的两平面夹角过小, 将得不到可靠的辨识甚至辨识失败, 故为了保证辨识的鲁棒性, 两相交平面应保持一定夹角。以上两点都可以通过调整拟合平面所过定点位置实现。

将方向向量为(1,1,1)的直线设为理想轴线由于一般的空间坐标定位仪器精度都可以达到 10 μm 数量级, 故利用 MATLAB 对理想轴线上的每个采样点的三个坐标值都附加假设测量数据带有期望为 0, 标准差为 2×10^{-5} 的服从高斯分布的噪声。

将此数据作为训练集, 对设初始的 TMT 三镜旋转轴线所在的两平面分别过点(0,20,0)、(20,0,0)。把拟合出的轴线与理想轴线的夹角作为目标函数, 在可行域为 $0 < x_b < 30$ 、 $0 < y_b < 30$ 上对 x_b 、 y_b 进行无约束寻优。得到拟合轴线与理想轴线由优化前的 6.29" 降低为优化后的 5.24", 优化量为 17%。

通过优化, 可以利用冗余的参数自由度提高拟合质量; 由于选取的训练集具有一定的代表性, 故对于实际的装调工作, 有一定的指导意义。

3 基于激光跟踪仪的轴系装调

3.1 激光跟踪仪

激光跟踪是指应用激光干涉仪、精密角度解码器和光束导向伺服跟踪机构来完成动态三维坐标测量。激光跟踪仪可以连续地瞄准、跟踪并确定由移动或稳定的反射目标返回激光束的位置。FARO 公司 Vantage 激光跟踪仪具有动态扫描功能, 不仅可以实现单点测量, 而且可以在移动过程中进行高频动态采点, 实现对空间运动轨迹的测量, 如图 3 所示。对于运动轨迹是圆弧的情况, 经过其内部处理之后, 可以得到圆心坐标。



图 3 激光跟踪仪

Fig.3 Laser tracker

根据 FARO 公司的说明, 位置测量的基本精度是 16 μm, 测量距离增加 1 m, 测量误差在 16 μm 的基础上增加 0.8 μm, 故假设每次测量数据的精度为 24 μm, 根据正态分布的 3σ 原则, 可得高斯噪声的标准差 σ 为 8 μm。

3.2 模拟装调实验

三镜轴系装调方案中, 轴系经过每一次标校后都要判断是否进入了容差范围。根据 TMT 招标方提出的要求, 望远镜在瞄准和跟踪时, 如图 4 所示。

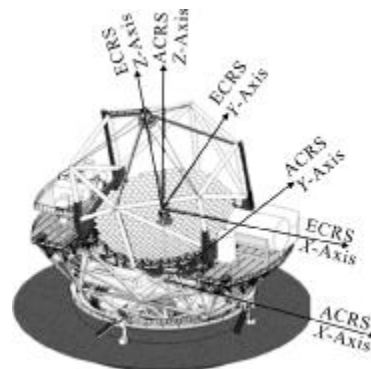


图 4 TMT 坐标系

Fig.4 Coordinate of TMT

TMT 招标方对于轴系设计精度与检测精度的要求如下。

(1) 三镜系统绕 ECRS z 轴的转动有两个范围：当使用 X 正方向的奈氏平台时，转动角度从 14° 到负的 28° ；当使用 X 负方向的奈氏平台时，角度为 166° 到 208° 。

(2) 三镜系统绕 M3CRS 的 X 轴的转动范围为 $32^\circ \sim 48^\circ$ 。

(3) 三镜系统应当能够重复旋转三镜到 (1) 中规定范围内任何一个角度并且三镜转动后的残差在望远镜标校后应小于 $9''$ 。

(4) 三镜系统应当能够重复倾斜转动三镜到 (2) 中规定范围内任何一个角度并且三镜倾斜转动后的残差在望远镜标校后应小于 $8''$ 。

(5) 由于重复性精度是由定位精度保证的,重复性精度的一半作为装调精度的下确界即 $4''$ 。

利用 MATLAB 产生带有均值为 0, 标准差为 8×10^{-6} 的服从高斯分布的噪声。利用上节的方法进行 1×10^5 次运算,之后求期望,得到 TMT 三镜轴系的定位残差为 $2.9''$,如图 5 所示。

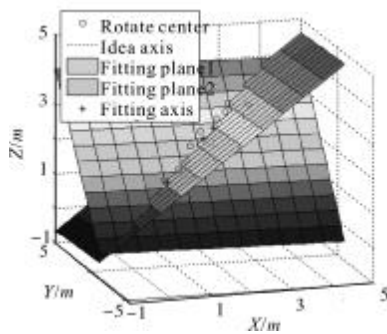


图 5 模拟数据点与拟合平面
Fig.5 Data note and fitting plane

在实际工程中,误差的控制,本质上是对其置信概率的控制。实际误差只要在一定的置信概率下低于某误差指标,即认为符合了精度要求。

根据之前的仿真做出拟合误差频数直方图,由图 6 所示。经观察可得超过 $4''$ 之后,频数下降很快,即在一个很高的置信概率下,基于激光跟踪仪的 TMT 三镜轴系装调可以完成招标方的要求。

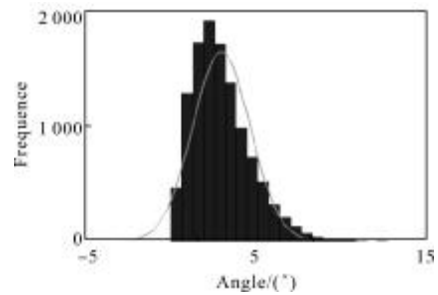


图 6 角度定位残差分布直方图
Fig.6 Histogram of residual angle error

4 结 论

为了完成 TMT 三镜轴系的检测与装调。文中利用两过定点的拟合平面的交线辨识一条空间直线,辨识的收敛性与速度都得到了很大提高;之后考虑到测量数据噪声类型的不确定性,提出使用极大似然估计对三镜机械轴位置参数进行辨识,并在训练集上对参数进行优化;然后选定了 FARO 公司 Vantage 激光跟踪仪作为 TMT 大型轴系的检验工具,根据经销商给出的测量不确定度,针对 TMT 具体情况设计了装调方案。文中对于 TMT 三镜后续的设计与分析也有重要的意义。

由于激光跟踪仪等设备尚未购回,对于仪器实际的标校与实验还未能展开,这方面研究将在后续的工作中完成。同时,TMT 三镜系统电控部分尚未最终完成,将尝试把装调时得到的反馈量与电控的闭环反馈量结合起来,实现装调——电控一体化。

参考文献:

- [1] Dan Blanco, Myung Cho, Larry Daggert, et al. Control and support of 4-meter class secondary and tertiary mirrors for the thirty meter telescope [C]//SPIE, 2006, 6273: 62731A.
- [2] TMT Group. Design requirements document for tertiary mirror system (M3S) [Z]. TMT.OPT.DRD.07.006.REL29. 2012.
- [3] Goodwin G C, Payne R L. Dynamic System Identification - Experiment Design and Data Analysis [M]. New York: Academic Press, 1977: 999-1000.
- [4] Bely P Y. The Design and Construction of Large Optical Telescopes [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2003: 505-507.

- [5] Zhao H C. Design and optimization of stewart platform in TMT tertiary mirror system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(12): 3336-3341. (in Chinese)
赵宏超. TMT 三镜系统中的 STEWART 平台优化设计[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(12): 3336-3341.
- [6] Wang H. Azimuth shafting bearing structure in a large Alt-azimuth telescope [J]. *Opt Precision Engineering*, 2012, 20(7): 1509-1516. (in Chinese)
王槐. 大型地平式望远镜的方位轴系支撑结构 [J]. *光学精密工程*, 2012, 20(7): 1509-1516.
- [7] Wu Xiaoxia. Calibration of thermal distortion for large aperture SiC lightweight mirror [J]. *Opt Precision Engineering*, 2012, 20(6): 1243-1249. (in Chinese)
吴小霞. 大口径 SiC 轻量化主镜热变形得定标 [J]. *光学精密工程*, 2012, 20(6): 1243-1249.
- [8] Cheng J Q. Principles of Astronomical Telescope Design [M]. Beijing: China Science & Technology Press, 2003: 330-335. (in Chinese)
程景全. 天文望远镜原理和设计 [M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2003: 330-335.
- [9] Xu L, Zhao J K, Xue X. Detectability of lunar-based optical telescope on ground[J]. *Opt Precision Engineering*, 2012, 20(5): 972-978. (in Chinese)
徐亮, 赵建科, 薛勋. 月基望远镜探测能力得地面标定[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(5): 972-978.
- [10] Sun J W. Alignment technique for the large -aperture telescope based on astigmatism [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(2): 427-435. (in Chinese)
孙敬伟. 利用像散分析实现得大口径望远镜装调技术[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(2):427-435.
- [11] Zhang Yuan. Design and finite element analysis of $\Phi 510$ mm SiC ultra -lightweight mirror [J]. *Opt Precision Engineering*, 2012, 20(8): 1718-1724. (in Chinese)
张媛. $\Phi 510$ mm SiC 超轻量化反射镜的设计与有限元分析 [J]. *光学精密工程*, 2012, 20(8): 1718-1724.
- [12] Zhang L M, Zhang B, Yang F, et al. Design and test of force actuator in active optical system [J]. *Opt Precision Engineering*, 2012, 20(1): 38-44. (in Chinese)
张丽敏, 张斌, 杨飞, 等. 主动光学系统力促动器得设计和测试[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(1): 38-44.