

# 一种鲁棒的基于半正定规划的相机自标定方法

吴晓军<sup>1,2</sup>, 范东凯<sup>1</sup>

(1 哈尔滨工业大学深圳研究生院, 广东深圳 518055; 2 深圳先进运动控制技术与现代自动化装备重点实验室, 广东深圳 518055)

**摘要:** 基于绝对对偶二次曲面的线性自标定方法因为算法简单,并能解决可变参数的自标定问题,常用于为其他非线性自标定算法或捆集调整提供标定初值.针对传统线性自标定方法中反复出现的绝对对偶二次曲线的对偶图像不正定与最小二乘解的局限问题,提出了一种新的基于半正定规划的自标定方法.算法通过在求解过程中约束绝对对偶二次曲面的半正定性与其可行域范围,从而确保能够对 DIAC(Dual of the Image of the Absolute Conic)分解得到内参数矩阵,并使内参数在更合理的范围内取值.通过合成数据和真实图像数据实验,证明了算法的有效性和鲁棒性.

**关键词:** 摄像机自标定; 绝对对偶二次曲面; 半正定规划

**中图分类号:** TP302.7      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2014)06-1210-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.06.016

## A Robust Semi-Definite Programming Based Camera Self-Calibration Method

WU Xiao-jun<sup>1,2</sup>, FAN Dong-kai<sup>1</sup>

(1. Shenzhen Graduate School, Harbin Institute of Technology, Shenzhen, Guangdong 518055, China;

2. Shenzhen Graduate School Shenzhen Key Lab for AMC&MAE, Shenzhen, Guangdong 518055, China)

**Abstract:** Camera self-calibration methods use the image data only, and determine the camera model up to a similarity transformation. The absolute dual quadric based linear camera self-calibration method is often used to find an initial solution of the camera parameters due to its simplicity and effectiveness. According to the non-positive definiteness of dual image of absolute conic (DIAC), we introduce a semi-definite programming based self-calibration method. It constrains the semi positive definiteness and the validness of intrinsic parameters. The experimental results on both synthetic data and real images verify the effectiveness and robustness of the algorithm.

**Key words:** camera self-calibration; absolute dual quadric; semi-definite programming

## 1 引言

摄像机自标定技术仅利用图像的信息即可还原得到具有度量意义的摄像机模型,被广泛应用于三维重建、视频监控等计算机视觉技术领域.自20世纪90年代初, Fauguras 等<sup>[1]</sup>首次提出自标定念以来,摄像机自标定技术一直是计算机视觉中的研究热点.自标定方法经历了从直接自标定<sup>[1,2]</sup>到分层逐步自标定的发展<sup>[3~5]</sup>,从固定参数自标定<sup>[1~5]</sup>到可变参数自标定<sup>[6,7]</sup>的发展,还包含了对自标定中的临界运动问题的研究<sup>[8,9]</sup>.经过十多年的不懈努力,摄像机自标定理论问题可以说已基本解决, Hartley 和 Zisserman 在文献<sup>[10]</sup>中全面总结了自标定的理论基础与相关方法.

孟晓桥和胡占义指出<sup>[11]</sup>,当前自标定的研究重点

应放在提高算法鲁棒性和使用已有的理论来解决具体的计算机视觉问题上.为了提高自标定算法的鲁棒性, Pollefeys 等<sup>[12]</sup>提出根据摄像机内参数的确定度给线性自标定方程加权,但这对于 DIAC 的正定性并没有直接的改善.杨敏<sup>[13]</sup>基于旋转自标定提出了相应的正定规划解决方案,使 DIAC 的正定性得以保证,但算法对于一般运动下的摄像机自标定问题则无能为力.传统的线性自标定方法是一种无约束的求解方法,无法对 DIAC 的正定性和内参数的取值范围阐述约束.因此本文提出一种把自标定问题转为一个受约束的半正定规划问题的求解方案,有效克服了传统线性自标定法不能解决的绝对二次曲线对偶图像不正定的问题,可以得到比传统线性自标定方法更鲁棒的标定结果,摄像机在一般运动下也具有较好的鲁棒性.

## 2 相关定义

### 2.1 摄像机模型

在摄像机标定中,通常使用的是针孔摄像机模型.在此模型下,摄像机按透视投影变换将空间点  $\mathbf{M} = (x, y, z, 1)^T$  投影到像点  $\mathbf{m} = (u, v, 1)$ ,投影方程为:

$$\mathbf{m} \sim \mathbf{P}\mathbf{M} \quad (1)$$

其中,  $\sim$  表示相差一个尺度因子的意义下相等,  $\mathbf{P}$  为摄像机的投影矩阵. 摄像机投影矩阵  $\mathbf{P}$  的作用可进一步分解为摄像机内参数和外参数,即  $\mathbf{P} = \mathbf{K}[\mathbf{R}, \mathbf{t}]$ . 摄像机的内参数矩阵  $\mathbf{K}$  可以表示为:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f & s & u_0 \\ 0 & rf & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,  $f$  为摄像机的焦距,  $r$  为纵横比,  $s$  为倾斜因子,  $(u_0, v_0)$  为主点位置.

### 2.2 半正定规划问题

半正定规划是线性规划的扩展,在求解过程中约束了矩阵的半正定性,在很多实际问题中都有应用. 标准半正定规划问题可以描述为<sup>[14]</sup>:

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{X} = \mathbf{F}_0 + \mathbf{x}_1 \mathbf{F}_1 + \cdots + \mathbf{x}_n \mathbf{F}_n \geq 0 \\ & \mathbf{A}\mathbf{x} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{F}_0, \mathbf{F}_1, \dots, \mathbf{F}_n$  都为  $k$  阶对称阵.

若  $\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}_0 + \mathbf{x}_1 \mathbf{A}_1 + \cdots + \mathbf{x}_n \mathbf{A}_n$ ,  $\mathbf{A}_i \in \mathbb{R}^{p \times q}$  则最小化问题  $\min \|\mathbf{A}\|_2$  可转化为标准的正定规划问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & t \\ \text{s.t.} \quad & \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{A}(\mathbf{x}^T) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\mathbf{x}$  和  $t$  为自变量,一旦将问题转化为标准的半正定规划问题,就可以使用相关软件包来求解,如 SDPA<sup>[15]</sup> 或 SeDuMil<sup>[16]</sup> 等.

## 3 改进的基于半正定规划自标定方法

### 3.1 绝对对偶二次曲面的线性约束

首先基于 Pollefytes 的线性自标定方法得到关于绝对对偶二次曲面的线性方程组,并假设(1)图像像素为矩形,即  $s = 0$ ; (2)主点位置  $(u_0, v_0)$  位于图像中心,即  $(w/2, h/2)$ ,  $w, h$  为图像的宽和高; (3)纵横比为 1,即  $r = 1$ ,然后引入归一化变换矩阵

$$\mathbf{K}_N = \begin{bmatrix} w+h & 0 & w/2 \\ 0 & w+h & h/2 \\ 0 & 0 & 01 \end{bmatrix}$$

绝对对偶二次曲面的投影方程为:  $\omega^* = \mathbf{K}\mathbf{K}^T \sim \mathbf{P}\mathbf{Q}_\infty^* \mathbf{P}^T$

然后作以下变换:  $\mathbf{K}_N^{-1} \mathbf{K} \mathbf{K}_N^{-T} \sim \mathbf{K}_N^{-1} \mathbf{P} \mathbf{Q}_\infty^* \mathbf{P}^T \mathbf{K}_N^{-T}$ , 即:

$$\tilde{\omega}^* = \tilde{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{K}}^T \sim \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{Q}}_\infty^* \tilde{\mathbf{P}}^T \quad (5)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{K}_N^{-1} \mathbf{K}$ ,  $\tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{K}_N^{-1} \mathbf{P}$ , 进一步展开,可以得到式(6).

$$\tilde{\omega}^* = \tilde{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{K}}^T = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{12} & W_{22} & W_{23} \\ W_{13} & W_{23} & W_{33} \end{bmatrix} \sim \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{Q}}_\infty^* \tilde{\mathbf{P}}^T \quad (6)$$

其中,  $W_{11} = \frac{f^2 + s^2 + (u_0 - w/2)}{(w+h)^2}$ ,  $W_{12} = \frac{sr f + (u_0 - w/2)(v_0 - h/2)}{(w+h)^2}$ ,  $W_{13} = \frac{u_0 - w/2}{w+h}$ ,  $W_{22} = \frac{r^2 f^2 + (v_0 - h/2)}{(w+h)^2}$ ,  $W_{23} = \frac{v_0 - h/2}{w+h}$ ,  $W_{33} = 1$ . 把内参数满足的 3 个假设条件代入式(6)得到  $\tilde{\omega}^* = \tilde{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{K}}^T =$

$$\begin{bmatrix} f^2 & 0 & 0 \\ 0 & f^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{Q}}_\infty^* \tilde{\mathbf{P}}^T$$

. 把关于内参数的线性约束(即  $s = 0, (u_0, v_0)$  为  $(w/2, h/2)$  和  $r = 1$ ) 转移到绝对对偶二次曲面上,可以得到形如  $\mathbf{A}\mathbf{q} = 0$  的线性方程组,其中,  $\mathbf{q}$  为绝对对偶二次曲面  $\mathbf{Q}_\infty^*$  的各矩阵元素组成的向量,且  $\|\mathbf{q}\| = 10$ .

### 3.2 绝对对偶二次曲面的半正定约束

传统的线性自标定方法中一个反复出现的问题是 DIAC 的正定性得不到保证. 如果 DIAC 不是正定的,则无法通过分解得到内参数矩阵,这就导致了自标定失败. 这种情况下,寻找最接近的正定解是不正确的,DIAC 的正定性要求实际暗示了摄像机焦距、纵横比为非负的约束. 将  $\mathbf{Q}_\infty^*$  的半正定性施加到  $\mathbf{A}\mathbf{q} = 0$  的求解过程中,目标函数可写为:

$$\begin{aligned} \min \quad & \|\mathbf{A}\mathbf{q}\|_2 \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{Q}_\infty^* \geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

记  $\mathbf{A}(\mathbf{q})$  为:  $\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \mathbf{A}(q_1, q_2, \dots, q_{10})^T = (\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_{10})$ , 其中,  $\mathbf{A}_i (i = 1, 2, \dots, 10)$  为  $\mathbf{A}(\mathbf{q})$  的各个列向量,显然,  $\mathbf{A}(\mathbf{q})$  是未知数  $q_i (i = 1, 2, \dots, 10)$  的线性组合,根据前面半正定规划问题,最小二乘问题  $\min \|\mathbf{A}(\mathbf{q})\|_2$  可转化为标准的半正定规划问题,记为:

$$\begin{aligned} \min \quad & t \\ \text{s.t.} \quad & \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{A}(\mathbf{q})^T & \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq 0, \mathbf{Q}_\infty^* \geq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

将式(7)、(8)统一为一个约束,目标函数可以转化为标准的半正定规划问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & t \\ \text{s.t.} \quad & \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}(\mathbf{q}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}(\mathbf{q})^T & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & \mathbf{Q}_\infty^* \end{bmatrix} \geq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

其中,  $t$  和  $q_i (i = 1, 2, \dots, 10)$  为自变量,共 11 个未知数.

### 3.3 绝对对偶二次曲面的不等式约束

传统线性自标定方法的另一个常见问题是最小二乘解的局限性,前面已经根据摄像机内参约束推导出  $Q_{\infty}^*$  的线性方程组,但当此线性方程组取得最小二乘解时,并不能反过来对内参数产生约束. 我们可以通过不等式的作用在求解过程中约束解的可行域范围,从而使摄像机参数在更合理的范围内取值. 对于一般的摄像机来说,都能满足以下的约束条件:

- (1) 倾斜因子  $s$  在  $\pm 0.02(w+h)$  范围内
- (2) 纵横比  $r$  在  $[0.9, 1.1]$  范围内
- (3) 视场角范围 (FOV) 在  $30^\circ \sim 80^\circ$  范围内
- (4)  $(u_0 - w/2)$  在  $\pm 0.06w$  范围内
- (5)  $(v_0 - h/2)$  在  $\pm 0.06h$  范围内

在实际过程中,也可以根据具体摄像机的性能对上述约束做相应的调整. 一般来说,这里给出的约束对于绝大多数摄像机都是满足的. 图像的宽高比和 4:3 计算,并把视场角的范围转化为对焦距的约束(视场角  $\theta$  与焦距的关系可由图 1 中的关系得到).

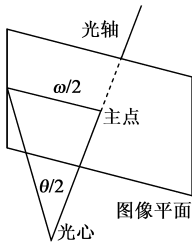


图1 焦距与视场角的关系

我们可得到内参数的取值范围:

- (1)  $s \in [-0.02(w+h), 0.02(w+h)]$
- (2)  $r \in [0.09, 1.1]$
- (3)  $f \in [0.314(w+h), 1.066(w+h)]$
- (4)  $(u_0 - w/2) \in [-0.0343(w+h), 0.0343(w+h)]$   
 $(v_0 - w/2) \in [-0.0257(w+h), 0.0257(w+h)]$

由式(6)可以得到矩阵  $\tilde{\omega}^*$  中各元素的取值范围为:

- (1)  $\omega_{11} \in [0.116, 1.138]$
- (2)  $\omega_{12} \in [-0.0243, 0.0243]$
- (3)  $\omega_{13} \in [-0.0343, 0.0343]$
- (4)  $\omega_{22} \in [0.094, 1.376]$
- (5)  $\omega_{23} \in [-0.0257, 0.0257]$
- (6)  $\omega_{33} = 1$

转化为不等式约束可以得到:

$$\begin{cases} d_1 = \lambda\omega_{11} - 0.116\lambda\omega_{33} \geq 0 \\ d_2 = 1.138\lambda\omega_{33} - \lambda\omega_{11} \geq 0 \\ d_3 = \lambda\omega_{12} + 0.0243\lambda\omega_{33} \geq 0 \\ d_4 = 0.0243\lambda\omega_{33} - \lambda\omega_{12} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_5 = \lambda\omega_{13} - 0.0343\lambda\omega_{33} \geq 0 \\ d_6 = 0.0343\lambda\omega_{33} - \lambda\omega_{13} \geq 0 \\ d_7 = \lambda\omega_{22} - 0.094\lambda\omega_{33} \geq 0 \\ d_8 = 1.376\lambda\omega_{33} - \lambda\omega_{22} \geq 0 \\ d_9 = \lambda\omega_{23} + 0.0257\lambda\omega_{33} \geq 0 \\ d_{10} = 0.0257\lambda\omega_{33} - \lambda\omega_{23} \end{cases} \quad (10)$$

又因为  $s$ 、 $(u_0 - w/2)$  和  $v_0 - h/2$  相对  $f$  而言很小,我们可以近似得到:

$$\begin{cases} d_{11} = \omega_{11} = \frac{f^2 + s^2(u_0 - w/2)^2}{(w+h)^2} \approx \frac{f^2}{(w+h)^2} \\ d_{12} = \omega_{22} = \frac{r^2 f^2 + (v_0 - h/2)^2}{(w+h)^2} \approx \frac{r^2 f^2}{(w+h)^2} \end{cases} \quad (11)$$

可见,  $\omega_{11}$  和  $\omega_{22}$  之间的关系主要取决于纵横比  $r$  的范围,可得:

$$\begin{cases} d_{11} = 1.2\lambda\omega_{11} - \lambda\omega_{22} \geq 0 \\ d_{12} = \lambda\omega_{22} - 0.8\lambda\omega_{11} \geq 0 \end{cases} \quad (12)$$

由式(10)和(12)可知,对于每幅图像存在 12 个这样的不等式约束. 通过投影方程可以转化为关于绝对对偶二次曲面的不等式约束.

### 3.4 自标定问题的半正定规划

将式(10)、(12)转化为关于  $q_i$  的约束,关于  $q_i$  的不等式约束可以转换为半正定约束,即:  $D(q)^i = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_{12}) \geq 0$ , 其中  $i$  表示第  $i$  幅图像对应的半正定条件,所有图像对应的半正定条件组成一个大的半正定矩阵:  $D(q) = \text{diag}(D(q)^1, D(q)^2, \dots, D(q)^n) \geq 0$ . 因此,自标定问题可以转化为以下的标准半正定规划问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & \|Aq\|_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{bmatrix} I & A(q) & 0 & 0 \\ A(q)^T & I & 0 & 0 \\ 0^T & 0^T & Q(q) & 0 \\ 0^T & 0^T & 0^T & D(q) \end{bmatrix} \geq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

通过求解这个半正定规划问题,我们得到绝对对偶二次曲面  $Q_{\infty}^*$ . 把  $Q_{\infty}^*$  代入投影方程式(5),求出相应的绝对二次曲线对偶图像  $\omega^*$ . 通过这种方法求得的  $\omega^*$  很大程度上保证了其正定性,摄像机的内参数矩阵  $K$  可由  $\omega^*$  的 Cholesky 分解得到.

## 4 实验结果

### 4.1 合成数据实验

为了验证本文提出算法的有效性,利用已知准确相机参数的合成数据进行算法验证. 首先在空间定义一个世界坐标系,在世界坐标系的各坐标平面分布一系列有序的标志点,如图 2 所示,给定这些标志点的世

界坐标. 利用 3D MaxStudio 软件设置一个虚拟摄像机, 在世界坐标系正面的 3 的位置拍摄得到对应的 3 幅图像, 图像分辨率为  $640 \times 480$ . 我们假设摄像机的内参数在拍摄过程中保持不变, 并取  $f = 700$ ,  $r = 1$ ,  $s = 0$ ,  $u_0 = 320$  和  $v_0 = 240$ , 作为摄像机内参数的基准值.

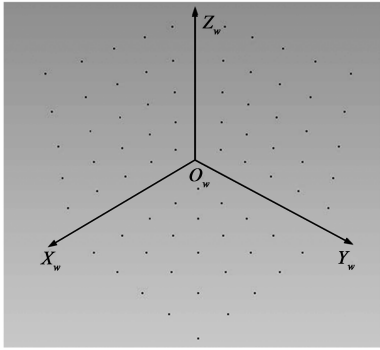


图2 世界坐标系坐标平面上有序的标志点

通过摄像机的投影矩阵, 把所有的标志点投影到各图像平面上, 得到各标志点的理想图像投影位置及

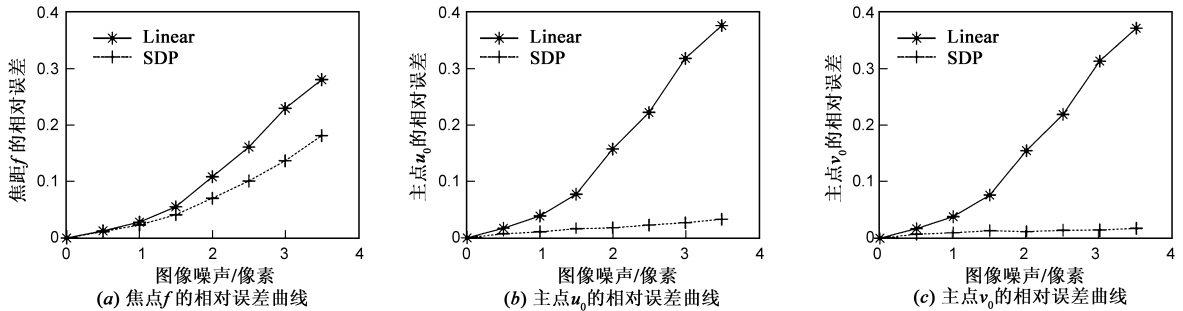


图3 两种方法计算的平均相对误差在不同级别噪声下的变化曲线

统计两种自标定方法在不同幅度噪声下失败次数 (即 DIAC 为非正定的情况), 如表 1 所示. 可见, 传统自标定方法当噪声较大时会出现自标定失败的情况, 并且随着噪声的增大, 失败的几率也会增加, 而使用基于半正定规划的自标定方法, 则很大程度上保证了 DIAC 的正定性, 从而保证了一定可以分解得到内参数矩阵.

表 1 自标定失败次数统计

噪声幅度(像素)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
线性自标定方法失败的次数	0	0	0	0	5	13	49
半正定规划自标定方法失败次数	0	0	0	0	0	0	0

## 4.2 实际数据实验

为了验证本算法的有效性, 我们采用 Strecha 摄像机标定与多视图重建数据库中的一组喷水池图像序列进行自标定实验<sup>[17]</sup>, 这组图像的分辨率为  $3072 \times 2048$ , 并带有真实的相机参数, 可以作为比较的标准参数. 使用线性自标定和基于半正定规划的自标定方法得到的标定结果如表 2 所示. 在图像质量较好时, 所提取的特

它们在各幅图像简的对应关系. 然后将理想投影的像素分别加上  $[-n, n]$  均匀分布的噪声, ( $n = [0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5]$ ), 单位为像素), 也即偏离理想位置的像素值. 由于噪声在不同时刻是随机的, 通过这种带噪声的对应关系, 我们使用传统的线性自标定方法和基于半正定规划的自标定方法还原摄像机参数, 由于噪声在不同时刻下是随机的, 对每一个像素级别的噪声分别计算在 200 个不同时刻下的标定结果. 统计这 200 次标定结果相对于基准参数的平均误差, 可以得到平均相对误差曲线如图 3 所示. 图中 Linear 表示线性自标定方法, SDP 表示基于半正定规划的自标定方法. 在噪声较低的情况时, 两种自标定方法的误差都比较小, 随着噪声的增大, 相对误差也随之增大. 但使用半正定规划的自标定方法的相对误差比传统线性自标定方法的小, 尤其是主点位置的自标定结果, 即使在噪声幅度达到 3.5 个像素的级别下, 相对误差仍然在一个可接受的范围内.

征点位置准确, 射影重构的误差下, 两种自标定方法都能得到接近标准参数的结果.

表 2 喷水池图像序列标定结果比较

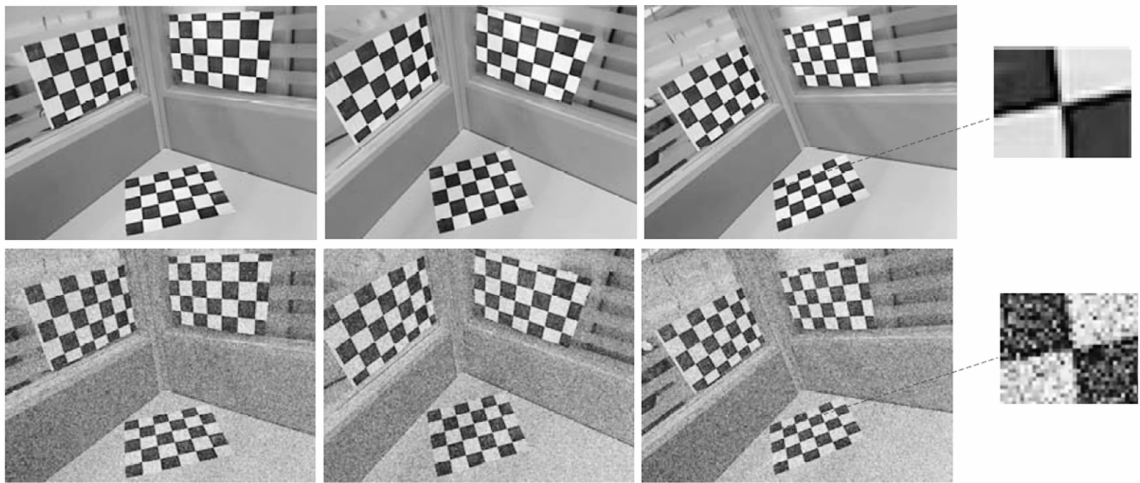
方法	$f$	$rf$	$s$	$u_0$	$v_0$
标准参数	2759.48	2764.16	0	1520.69	1006.81
线性自标定方法	2623.48	2625.35	6.15	1528.97	1012.97
半正定规划自标定方法	2598.48	2600.08	5.89	1529.16	1025.29

为测试算法在强噪声图像序列中的精度, 我们在一个由三块棋盘格标定板组成的三平面装置上, 通过摄像机拍摄得到一组  $640 \times 480$  分辨率的三平面图像, 如果 4 中的原始图像序列所示. 在实际中, 常因为外界的影响而导致图像成像质量不高, 如图 4 中的带高斯噪声的图像序列, 这就给图像特征点的提取带来了误差, 最终也影响了标定精度.

在原始图像序列上使用张氏标定法得到摄像机参数作为基准参数, 在这个过程中, 我们使用了棋盘格的尺度信息, 因此可以得到相对精确的标定结果. 但在自

标定过程中,我们忽略了棋盘格的尺度信息,仅利用图像间的点对应关系,使用线性自标定方法和基于半正

定规划的自标定方法分别对原始图像序列和带噪声的图像序列进行标定,标定结果如表 3 所示.



(a) 视角1原图及噪声图像

(b) 视角2原图及噪声图像

(c) 视角3原图及噪声图像

图4 三平面图像序列及加入高斯噪声的图像序列

表 3 三平面图像序列标定结果比较

方法	$f$	$f_r$	$s$	$u_0$	$v_0$
张氏标定(基准参数)	527.340	524.974	0	317.954	229.025
线性自标定法(原始序列)	544.047	546.020	-2.04	323.293	236.019
半正定规划自标定法(原始序列)	519.749	520.388	1.53	320.515	232.898
线性自标定法(带噪声序列)	488.547	481.261	35.070	204.472	150.832
半正定规划自标定法(带噪声序列)	536.839	541.545	-13.232	338.544	245.859

显然,对于噪声较小的原始图像序列,因为射影重构的精度也较高,使用线性自标定和半正定规划的自标定方法都能得到接近于基准参数的标定结果,这时可以通过非线性自标定或捆集调整进一步提高摄像机参数的精度.但对于带有较大噪声的图像序列来说,线性自标定方法的标定结果已远远偏离了基准参数,而使用基于半正定规划的自标定方法的标定误差仍在一个可以接受的范围内.

## 5 结论

基于半正定规划的自标定方法是针对传统的线性自标定法的局限性而提出的一种鲁棒的自标定求解方案,从理论上来说是一种约束了可行域范围的线性自标定方法.通过绝对对偶二次曲面的半正定约束确保 DIAC 的正定性,通过绝对对偶二次曲面的不等式约束

确保摄像机参数在更合理的范围内取值,从而在强噪声条件下要比传统的线性自标定方法更具鲁棒性.经过合成数据和实际数据实验验证了本文提出的算法在较强噪声的情况下也能稳定地获得相机标定参数.

## 参考文献

- [1] Faugeras O, Luong Q, Maybank S. Camera self-calibration: Theory and experiments [A]. ECCV, Santa Margherita Ligure [C]. Italy: Springer, 1992. 321 - 334.
- [2] Zeller C, Faugeras O. Camera self-calibration from video sequences: The Kruppa equation revisited [D]. France: INRIA Sophia-Antipolis, 1966.
- [3] Hartley R. Euclidean reconstruction and invariants from multiple images [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1994, 16(10): 1036 - 1041.
- [4] Triggs B. Auto-calibration and the absolute quadric [A]. CVPR [C]. San Juan, Puerto Rico: IEEE Computer Society, 1997. 609 - 614.
- [5] Pollefeys M, Van Gool L, Oosterlinck A. The modulus constraint: A new constraint for self-calibration [A]. ICPR [C]. Vienna Austria: IEEE, 1996. 349 - 353.
- [6] Heyden A, Astrom K. Euclidean reconstruction from image sequences with varying and unknown focal length and principal point [A]. CVPR [C]. San Juan, Puerto Rico: IEEE Computer Society, 1997. 438 - 443.
- [7] Pollefeys M, Koch R, Van Gool L. Self-calibration and metric reconstruction in spite of varying and unknown internal camera parameters [A]. ICCV [C]. Bombay, India: IEEE Computer Society, 1998. 90 - 95.
- [8] Sturm P. Critical motion sequences for monocular self-calibra-

- tion and uncalibrated euclidean reconstruction [A]. CVPR [C]. San Juan, Puerto Rico: IEEE Computer Society, 1997. 1100 – 1105.
- [9] Ma Y, Soatto S, Kosecka J, Sastry S. Euclidean reconstruction and reprojection up to subgroups [C]. ICCV [C]. Kerkyra, Corfu, Greece: IEEE Computer Society, 1999. 773 – 780.
- [10] Hartley R, Zisserman A. Multiple View Geometry in Computer Vision [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [11] 孟晓桥, 胡占义. 摄像机自标定方法的研究与进展 [J]. 自动化学报, 2003, 29(1): 110 – 124.
- [12] Pollefeys M, Van Gool L, Vergauwen M, et al. Visual modeling with a hand-held camera [J]. IJCV, 2004, 59(3): 207 – 232.
- [13] 杨敏. 视频监控摄像机自标定的一种新方法 [J]. 南京邮电大学学报: 自然科学版, 2009, 29(4): 31 – 34.
- [14] Boyd S, Vandenberghe L. Convex Optimization [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [15] Fujisawa K, Fukuda M, Kojima M, et al. SDPA (Semidefinite Programming Algorithm)—User's Manual [M]. Tokyo, Japan: Tokyo Institute of Technology, 1995.
- [16] Sturm J. Using SeDuMi 1.02, a Matlab toolbox for optimization over symmetric cones [J]. Optimization Methods and Software, 1999, 11(1): 625 – 653.
- [17] Strecha C, Hansen W V, Gool L V, et al. On benchmarking camera calibration and multi-view stereo for high resolution imagery [A]. CVPR [C]. Anchorage, Alaska: IEEE Computer Society, 2008. 1 – 8.

### 作者简介



**吴晓军** 男, 2001 年于吉林大学获得硕士学位, 2004 年于中科院沈阳自动化研究所获得博士学位, 现为哈尔滨工业大学副教授, 主要研究方向为计算机视觉、三维重建、CAD 技术等。  
E-mail: wuxj@hitsz.edu.cn



**范东凯** 男, 2008 年于华南理工大学获得学士, 2010 年获得哈尔滨工业大学硕士学位. 主要研究方向为计算机视觉、图像处理。  
E-mail: hit.dongkai.fan@gmail.com