

# 基于 Householder 多级维纳滤波器的全联通 WSN 分布式 LCMV 波束形成器方法

黄庆东, 庞胜利, 卢光跃

(西安邮电大学通信与信息工程学院信息与通信技术国家级实验教学中心, 陕西西安 710121)

**摘要:** 针对减少分布式 LCMV 波束形成器在全联通 WSN 中的计算量问题, 提出基于 Householder 多级维纳滤波器(HMSWF)的分布式 LCMV 波束形成器方法. 该方法通过有效引入 HMSWF 技术避免本地协方差矩阵估计及求逆运算, 能以更少的计算量获得分布式 LCMV 波束形成器相同的输出性能. 另外, 还可以在递推过程中进行合理截断处理来进一步降低运算量. 计算机仿真结果验证了算法的优良性能.

**关键词:** 无线传感器网络; 分布式信号估计; 线性约束最小方差波束形成器

**中图分类号:** TN911. 23      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2015)02-0283-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.02.012

## A Householder Multistage Wiener Filter Method for Distributed LCMV Beamforming in Fully Connected WSN

HUANG Qing-dong, PANG Sheng-li, LU Guang-yue

(*Informations and Communications Technology of National Experimental Teaching Center, School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an, Shaanxi 710121, China*)

**Abstract:** Due to reduce the calculation of distributed LCMV beamforming in fully connected WSN, a Householder Multistage Wiener Filter (HMSWF) based method for distributed LCMV beamforming is proposed. The new method effectively introduces HMSWF technology to avoid the local covariance matrix estimation and inversion. Consequently it can get the same output performance as distributed LCMV beamforming with less amount of calculation. In addition, the new method can be truncated in the recursive processing to further reduce the amount of calculation. Computational simulation results show that the new method achieves an excellent performance.

**Key words:** wireless sensor network (WSN); distributed signal estimation (DSE); linearly constrained minimum variance (LCMV) beamforming

### 1 引言

无线传感器网络(WSN)技术中节点的计算量、网络的通信带宽以及算法的收敛速度是最重要的三个问题. 集中式处理方法<sup>[1]</sup>虽然容易获取最优输出, 但网络通信量和计算量大. 分布式处理方法<sup>[2~10]</sup>具有通信带宽小、节点处理能力要求低且算法可扩展性强等优点, 引起普遍关注. 分布式参数估计(DPE)<sup>[2~4]</sup>通过网络节点交换中间局部估计结果来迭代估计参数向量. 分布式信号估计(DSE)<sup>[5,6,10]</sup>类似于块处理算法, 不需要对每个样本进行迭代估计, 它对传感器数据进行基于波束形成技术

的网内压缩, 节点间只需网内压缩形成的单通道(标量)信号信息交互. 因此 DSE 算法比 DPE 算法通信带宽小, 能够工作在更高的数据率. DSE 算法中最优化分布式波束形成器在一定条件下可通过自适应途径解决<sup>[5,8,10]</sup>. 文献[5]研究了无约束分布式节点特定的信号估计, 每个节点估计不同的信号, 某节点的期望信号源可能是另一节的干扰源; 文献[8]研究线性约束节点特定的信号估计, 需要多通道传输线性约束. 在此基础上, 文献[10]提出并研究了分布式线性约束最小方差(D-LCMV)波束形成方法, 每个节点估计相同的信号, 具有相同的线性约束; 它只需单个通道用于网内压缩信号传输, 且每个

节点的波束形成器输出相同. 另外, 不需计算全网络信号协方差矩阵的情况下, 每个节点仍能获得与集中型 LCMV 波束形成器相同的输出. 此外, D-LCMV 波束形成方法采用较小局部协方差矩阵, 小样本情况下优于集中型 LCMV 波束形成方法, 在数值上是有利的.

本文对文献 [10] 的算法进行改进, 提出了基于 Householder 多级维纳滤波器 (HMSWF) [11, 12, 13] 的 D-LCMV (简记为 D-LCHMSWF) 波束形成方法. 新算法在继承原有算法优点的基础上, 将 HMSWF 算法低复杂度、快收敛特性、数值稳健性有机融入进来. 新算法可以避免本地节点局部协方差矩阵的估计和求逆运算, 进而有效降低了节点的运算量, 另外还可以合理进行截断处理进一步节约节点的计算量. 通过仿真发现新算法在较小的运算量基础上, 每个节点仍然能获得与集中型 LCMV 波束形成器相同的输出.

## 2 集中型 LCMV 波束形成器

假设无线传感器网络由节点集合  $\kappa = \{1, 2, \dots, K\}$  构成. 节点  $k$  的  $M_k$  个不同的传感器接收到  $M_k$  维平稳随机信号  $\mathbf{y}_k$ . 定义  $M$  维信号  $\mathbf{y}$  由节点信号  $\mathbf{y}_k$  堆叠构成, 其中  $M = \sum_{k \in \kappa} M_k$ . 集中型 LCMV 波束形成器  $\hat{\mathbf{w}}$  由如下最优问题定义 [9]:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}} &= \arg \min \mathbb{E} \{ |\mathbf{w}^H \mathbf{y}|^2 \} \\ \text{s.t. } & \mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{f} \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $\mathbf{C}$  是  $M \times Q$  约束矩阵,  $\mathbf{f}$  是  $Q$  维非零响应矢量,  $\mathbb{E} \{ \cdot \}$  为求数学期望, 上标 H 表示共轭转置. 代价函数记为  $J(\mathbf{w}) = \mathbb{E} \{ |d|^2 \} = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{yy} \mathbf{w}$ , 是波束形成器输出  $d = \mathbf{w}^H \mathbf{y}$  的方差. 假设  $\mathbf{R}_{yy}$  和  $\mathbf{C}$  是满秩的, 集中型 LCMV 波束形成器的解为

$$\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{R}_{yy}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{R}_{yy}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (2)$$

考虑到  $\mathbf{y}$  具有各态历经性,  $\mathbf{R}_{yy}$  可以利用  $\mathbf{y}$  的  $N$  个观测数据估计得到, 比如

$$\mathbf{R}_{yy} \approx \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} \mathbf{y}(t) \mathbf{y}(t)^H \quad (3)$$

这里  $\mathbf{y}(t)$  为采样时刻  $t$  对  $\mathbf{y}$  的观测数据. 为了计算式 (3), 所有节点需要发送其  $N$  个具体观测  $\mathbf{y}_k$  到融合中心, 然后才能计算式 (3) 和 (2). 因此中心节点需要很大的计算能力和通信带宽. 本文 D-LCHMSWF 算法可以避免计算本地局部协方差矩阵估计及求逆运算, 以更少的运算量产生最佳的 LCMV 波束形成器的输出  $\hat{d} = \hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{y}$ .

## 3 全联通 WSN 中基于 HMSWF 的 D-LCMV 波束形成器

在全联通网络的广播网络中, 节点发送的信号可

以被所有其他节点接收到. 与集中式处理不同, D-LCMV 波束形成器中的每一节点  $k$  只需传输  $M_k$  维信号数据压缩形成的单维 (标量) 信号  $z_k = \mathbf{r}_k^H \mathbf{y}_k$ , 其中  $\mathbf{r}_k$  是融合矢量. 经过自适应迭代处理, D-LCMV 波束形成器就可以实现集中型 LCMV 波束形成器式 (2), 并在每个节点产生相应的输出  $\hat{d} = \hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{y}$ . 很明显, 如果集中型 LCMV 的解  $\hat{\mathbf{w}}$  已知, 那么  $\mathbf{r}_k$  是  $\hat{\mathbf{w}}$  的一部分, 可以得到  $\hat{d} = \hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{y} = \sum_{k \in \kappa} z_k$ . 在 D-LCMV 算法中, 不同节点的融合矢量  $\mathbf{r}_k$  被迭代计算. 如果引入迭代参数  $i$ , 可表示为  $z_k^i = \mathbf{r}_k^{iH} \mathbf{y}_k$ .

定义  $K$  维向量  $\mathbf{z}^i$  是由所有的  $z_k^i$  堆叠构成, 另外定义  $\mathbf{z}_{-k}^i$  为去除  $z_k^i$  后的矢量  $\mathbf{z}^i$ . 当节点  $k$  获得  $\mathbf{y}_k$  和  $\mathbf{z}_{-k}^i$ , 形成节点  $k$  的  $(M_k + K - 1)$  维输入信号:

$$\tilde{\mathbf{y}}_k^i = [\mathbf{y}_k^H \quad \mathbf{z}_{-k}^{iH}]^H \quad (4)$$

在 D-LCMV 波束形成器中, 每个节点  $k$  计算基于本地输入信号  $\tilde{\mathbf{y}}_k^i$  的局部 LCMV 波束形成器  $\tilde{\mathbf{w}}_k^i$ , 即:

$$\tilde{\mathbf{w}}_k^i = [\mathbf{w}_k^{iH} \quad \mathbf{g}_{-k}^{iH}]^H \quad (5)$$

故  $\tilde{\mathbf{w}}_k^{iH} \tilde{\mathbf{y}}_k^i = \mathbf{w}_k^{iH} \mathbf{y}_k + \mathbf{g}_{-k}^{iH} \mathbf{z}_{-k}^i$ . 定义  $\mathbf{w}^i$  由  $\mathbf{w}_k^i$  堆叠构成的

$$\mathbf{w}^i = [\mathbf{w}_1^{iH} \quad \mathbf{w}_2^{iH} \quad \dots \quad \mathbf{w}_K^{iH}]^H \quad (6)$$

同样, 可以划分定义约束矩阵

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_1^H \quad \mathbf{C}_2^H \quad \dots \quad \mathbf{C}_K^H]^H \quad (7)$$

这样  $\mathbf{C}^H \mathbf{w}^i = \sum_{k \in \kappa} \mathbf{C}_k^H \mathbf{w}_k^i$ . 通过引入约束矢量  $\bar{\mathbf{c}}_k^i = \mathbf{C}_k^H \mathbf{w}_k^i$ , 我们定义了压缩约束矩阵

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{C}}^i &= [(\mathbf{w}_1^{iH} \mathbf{C}_1)^H \quad (\mathbf{w}_2^{iH} \mathbf{C}_2)^H \quad \dots \quad (\mathbf{w}_K^{iH} \mathbf{C}_K)^H]^H \\ &= [\bar{\mathbf{c}}_1^i \quad \bar{\mathbf{c}}_2^i \quad \dots \quad \bar{\mathbf{c}}_K^i]^H \end{aligned} \quad (8)$$

定义  $\bar{\mathbf{C}}_{-k}^i$  为矩阵  $\bar{\mathbf{C}}^i$  的第  $k$  行删除后的矩阵. 最后, 定义

$$\mathbf{D}_k^i = [\mathbf{C}_k^H \quad \bar{\mathbf{C}}_{-k}^{iH}]^H \quad (9)$$

本文提出的基于 HMSWF 的 D-LCMV (D-LCHMSWF) 波束形成器是将 D-LCMV 中的权值  $\tilde{\mathbf{w}}_k^i$  的计算采用 HMSWF 方法进行等效替代得到. HMSWF 通过采用一系列嵌套 Householder 投影变换 (又称初等反射算法) 等效替代 MSWF [14] 的阻塞矩阵和相关匹配滤波器计算, 从而降低了运算量, 而且避免了采用样本协方差矩阵时数据域存储字长对计算精度的影响. HMSWF 方法不需要估计协方差矩阵, 不需要协方差矩阵的特征值分解, 计算复杂度比 MSWF 低, 收敛速度比 LMS 算法快 [12]. 基于上面的符号, D-LCHMSWF 波束形成器算法步骤如下.

全联通网络中 D-LCHMSWF 波束形成器算法步骤:

**步骤 1** 初始化:  $i = 0, q = 1$ , 并对所有  $\mathbf{w}_k^0, \forall k \in \kappa$  中的元素初始化为随机数值;

**步骤 2** 每个节点  $k \in \kappa$  将其约束矢量  $\bar{\mathbf{c}}_k^i = \mathbf{C}_k^H \mathbf{w}_k^i$  广播给所有其它节点;

**步骤 3** 每个节点  $k \in \kappa$  将其  $N$  个新压缩的传感器观测信号  $z_k^i (iN + j) = \mathbf{w}_k^{iH} \mathbf{y}_k (iN + j), j = 1, \dots, N$ , 广播

给所有其它节点;

**步骤 4** 每个节点  $k \in \kappa$  根据这一批观测值计算波束形成器输出信号  $d$ , 计算如下:

$$d(iN+j) = \mathbf{w}_k^{\text{H}} \mathbf{y}_k(iN+j) + \sum_{l \in \kappa \setminus \{k\}} z_l(iN+j) \quad (10)$$

**步骤 5** 节点  $q$  执行如下任务:

(1) 基于  $\tilde{\mathbf{y}}_q^i$  的  $N$  个新观测值, 类似于式(3), 重新计算  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{y}}_q^i} = \mathbf{E}\{\tilde{\mathbf{y}}_q^i \tilde{\mathbf{y}}_q^{i\text{H}}\}$ ;

(2) 根据  $\mathbf{C}_q$  和  $\bar{\mathbf{c}}_k^i, k \in \kappa \setminus \{q\}$  构建  $\mathbf{D}_q^i$ ;

(3) 利用 HMSWF 方法隐式计算本地 LCMV 波束形成器  $\tilde{\mathbf{w}}_q^{i+1}$  (详见算法后面陈述):

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{w}}_q^{i+1} &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_q^{i+1} \\ \mathbf{g}_{-q}^{i+1} \end{bmatrix} \\ &= (\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{y}}_q^i}^i)^{-1} \mathbf{D}_q^i (\mathbf{D}_q^i (\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{y}}_q^i}^i)^{-1} \mathbf{D}_q^i)^{-1} \mathbf{f} \end{aligned} \quad (11)$$

(4) 将矢量  $\bar{\mathbf{c}}_q^i$  更新为  $\bar{\mathbf{c}}_q^{i+1} = \mathbf{C}_q^{\text{H}} \mathbf{w}_q^{i+1}$ ; 并将矢量  $\bar{\mathbf{c}}_q^{i+1}$  和  $\mathbf{g}_{-q}^{i+1}$  广播给所有其它节点.

**步骤 6** 每个节点  $k \in \kappa \setminus \{q\}$  更新本地  $\bar{\mathbf{c}}_k^i$ , 如下

$$\bar{\mathbf{C}}_{-q}^{i+1} = \text{diag} \mathbf{g}_{-q}^{i+1} \bar{\mathbf{C}}_{-q}^i \quad (12)$$

其中  $\text{diag}(\mathbf{X})$  是将矢量  $\mathbf{X}$  的元素作为对角阵的主对角线元素来构造对角阵.

**步骤 7** 设  $\mathbf{g}_{-q}^{i+1} = [g_1^{i+1}, \dots, g_{q-1}^{i+1}, g_{q+1}^{i+1}, \dots, g_K^{i+1}]^T$ , 每个节点  $k \in \kappa \setminus \{q\}$  更新其  $\mathbf{w}_k^i$

$$\mathbf{w}_k^{i+1} = g_k^{i+1} \mathbf{w}_k^i \quad (13)$$

**步骤 8** 赋值:  $i = i + 1, q = (q \bmod K) + 1$ ; 返回步骤 3.

D-LCHMSWF 波束形成器利用  $\mathbf{r}_k^i = \mathbf{w}_k^i$  来生成融合信号  $z_k^i$ . 节点  $k$  上的  $z_k$  和  $d^i$  的计算如图 1 所示意, 为了简化将图中表示迭代次数的符号上标  $i$  省略. 在迭代过程中, 每个节点产生相同的波束形成器的输出信号

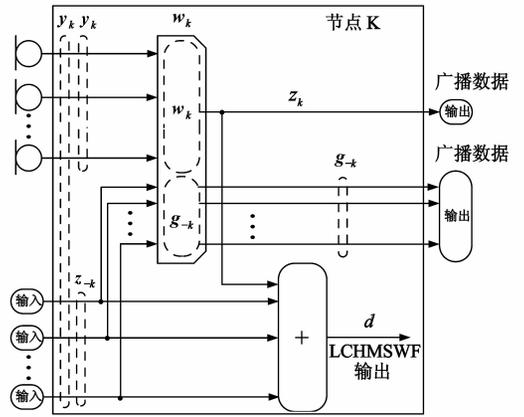


图1 全联通网络中节点k的信号处理图

$$\begin{aligned} d^i &= \mathbf{w}_k^{\text{H}} \mathbf{y}_k + \sum_{l \in \kappa \setminus \{k\}} z_l^i \\ &= \tilde{\mathbf{w}}_k^{\text{H}} \mathbf{y}_k = \mathbf{w}_k^{\text{H}} \mathbf{y} \end{aligned} \quad (14)$$

在一定条件下, 可以证明当  $i \rightarrow \infty$  时,  $\mathbf{w}^i \rightarrow \hat{\mathbf{w}}$ , 证明过程与文献[2]相似, 在这里省略.

下面介绍步骤 5 中式(11)的 HMSWF 计算方法. 图 1 中权值  $\tilde{\mathbf{w}}_k^i$  的计算采用 HMSWF 进行等效替代后处理流程如图 2 所示(以 4 级 HMSWF 为例), 为了简化将处理图中迭代上标  $i$  省略. 由图可知, 通过将信号  $\tilde{\mathbf{y}}_k$  进行约束正交投影(其中  $\mathbf{B} \mathbf{w}_f = \mathbf{0}$ ), 投影后的数据  $d_0$  和  $\mathbf{X}_0$  送入 HMSWF 进行处理. 另外线性约束  $\mathbf{w}_f^{\text{H}} \mathbf{D}_k = \mathbf{f}^{\text{H}}$  可保证算法与 LCMV 等效, 并可求得  $\mathbf{w}_f = \mathbf{D}_k (\mathbf{D}_k^{\text{H}} \mathbf{D}_k)^{-1} \mathbf{f}$ , 且容易得到  $\mathbf{B} \mathbf{D}_k^i = \mathbf{0}$ . 对于阻塞矩阵  $\mathbf{B}$  的计算, 可通过对  $\mathbf{D}_k^i$  奇异值分解得到  $\mathbf{D}_k^i = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^{\text{H}}$ , 则  $\mathbf{B}$  为矩阵  $\mathbf{U}$  删去前  $Q$  列后所得矩阵的共轭转置. 图 2 中, 由  $d_0 = \mathbf{w}_f^{\text{H}} \tilde{\mathbf{y}}_k$  和  $\mathbf{X}_0 = \mathbf{B} \tilde{\mathbf{y}}_k$  可计算得到投影后数据  $d_0$  和  $\mathbf{X}_0$ . 图 2 中, 矩形虚线框表示的权值关系为  $\mathbf{W}_{X_0} = \mathbf{T} \mathbf{W}_Z$  [13, 15].

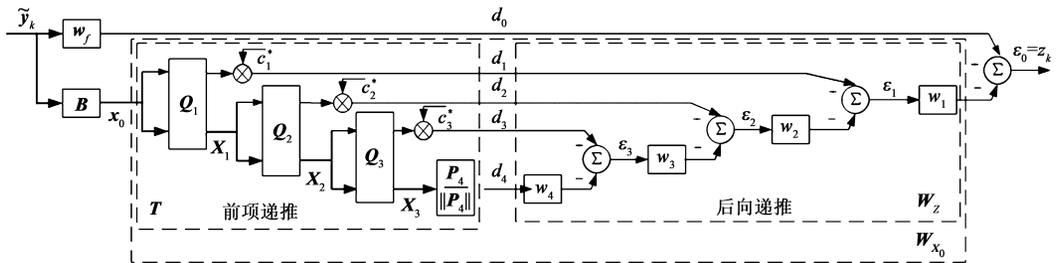


图2 节点k的D-LCHMSWF算法处理图

HMSWF 算法的具体步骤如下:

**步骤 1** 初始化: 得到  $d_0$  和  $\mathbf{X}_0$ ;

**步骤 2** 前项递推: For  $i' = 1, 2, \dots, D$

$$\mathbf{p}_{i'} = \mathbf{E}[d_{i'-1}^* \mathbf{X}_{i'-1}] / \|\mathbf{E}[d_{i'-1}^* \mathbf{X}_{i'-1}]\|_2;$$

$$\delta_{i'} = \|\mathbf{E}[d_{i'-1}^* \mathbf{X}_{i'-1}]\|_2;$$

$$c_{i'} = \pm p_{i',1} / |p_{i',1}|, p_{i',1} \text{ 是 } \mathbf{p}_{i'} \text{ 的第一个元素};$$

$$\mathbf{v}_{i'} = \mathbf{p}_{i'} - c_{i'} \delta_{i'} \mathbf{u}_1;$$

$$\mathbf{u}_1 = [1, 0, \dots, 0]^T \text{ 是和 } \mathbf{p}_{i'} \text{ 同维数的矢量};$$

$$\beta_{i'} = -1 / (c_{i'}^* \delta_{i'} v_{i',1}), v_{i',1} \text{ 是 } \mathbf{v}_{i'} \text{ 的第一个元素};$$

$$\mathbf{Q}_{i'} = \mathbf{I} - \beta_{i'} \mathbf{v}_{i'} \mathbf{v}_{i'}^{\text{H}};$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{d}_{i'} \\ \mathbf{X}_{i'} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}_{i'} \begin{bmatrix} d_{i'-1} \\ \mathbf{X}_{i'-1} \end{bmatrix};$$

$$d_{i'} = c_{i'}^* \tilde{d}_{i'};$$

**步骤 3** 后项递推:

$$\varepsilon_D = d_D, \text{ For } i' = D, D-1, \dots, 1$$

$$w_{i'} = E[d_{i'-1}^* \epsilon_{i'}] / E[|\epsilon_{i'}|^2]; \epsilon_{i'-1} = d_{i'-1} - w_{i'}^* \epsilon_{i'}$$

**说明** 其中  $D$  表示递推级数. 算法中符号  $\| \cdot \|_2$  表示 2 范数, 上标 \* 表示共轭计算.

上面算法中  $\mathbf{Q}_{i'}$  为 Householder 矩阵. 图 2 中  $\mathbf{W}_Z$  为

$$\mathbf{W}_Z = \begin{bmatrix} w_1 & -w_1 w_2 & \cdots & (-1) D + 1 \prod_{i'=1}^D w_{i'} \end{bmatrix}^T \quad (15)$$

在图 2 中的满秩分解预处理算子  $T$  可以表示为 (以  $D=4$  级为例)

$$T = \mathbf{Q}_1 \begin{bmatrix} c_1^* & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & c_2^* & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & \mathbf{Q}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{Q}_4 \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中  $\mathbf{Q}_1$  为 4 维方阵,  $\mathbf{Q}_2$  为 3 维方阵,  $\mathbf{Q}_3$  为 2 维方阵,  $\mathbf{Q}_4$  为一复数. 因此式 (11) 的 HMSWF 等效计算式为

$$\tilde{\mathbf{w}}_q^{i+1} = \mathbf{w}_f - \mathbf{B}^H \mathbf{W}_X = \mathbf{w}_f - \mathbf{B}^H (\mathbf{T} \mathbf{W}_Z) \quad (17)$$

HMSWF 算法还可以采用基于相关相减结构的 Householder 多级维纳滤波器<sup>[11,13]</sup> (CSA-HMSWF) 来避免 Householder 矩阵  $\mathbf{Q}_i$  的构造, 进一步减少计算复杂度. 关于 CSA-HMSWF 算法详细内容请参阅 [11, 13]. 由于 CSA-HMSWF 与 HMSWF 是同一算法的不同实现结构, 可以相互直接等效替代, 其详细算法结构和步骤可通过文献 [11, 13] 来获得, 故而这里不再赘述.

需要注意的是, 节点中  $M_k$  必须大于约束数  $Q$ , 否则节点的自由度完全用于满足线性约束, 那么 D-LCHMSWF 波束形成器会由于不能执行更新而处于非最优平衡点. 另外, 如果  $Q \approx K$  时, 处于非理想的平衡点会相当频繁地出现. 然而, 对于次优平衡点可以通过监测是否  $\bar{\mathbf{C}}^i$  的第  $Q$  个大奇异值是否趋近于零 (即  $\sigma_Q(\bar{\mathbf{C}}^i) \rightarrow 0$ ) 来判定, 然后采取追溯措施排除它. 例如, 节点  $k$  可以将本地的  $\mathbf{w}_k^i$  分为两个线性独立分量,

$$\mathbf{w}_k^i = \mathbf{w}_{k,1}^i + \mathbf{w}_{k,2}^i \quad (18)$$

并传播  $z_k^i$  信号的两个部分, 就像由两个不同的 (虚拟) 节点产生, 即,  $z_{k,1}^i = \mathbf{w}_{k,1}^{iH} \mathbf{y}_k$ ,  $z_{k,2}^i = \mathbf{w}_{k,2}^{iH} \mathbf{y}_k$ . 每当  $\sigma_Q(\bar{\mathbf{C}}^i) \rightarrow 0$  时, 就可以执行这样的修正, 直到收敛到  $\hat{\mathbf{w}}$ . 注意到, 增加  $z_k^i$  信号的数量需要一个较大的通信带宽. 然而一旦不理想的点消失了, 这两个本地滤波器  $\mathbf{w}_{k,1}^i$  和  $\mathbf{w}_{k,2}^i$  可以合并为一个信号  $z_k^i$  传输.

## 4 计算量分析

在计算量方面, D-LCHMSWF 对信号进行约束正交投影, 然后采用 HMSWF 算法对投影后数据进行处理, 来等效替代 D-LCMV 中计算式 (11) 的计算. 因此, 算法计算量方面的分析主要是 D-LCHMSWF 中约束正交投

影时进行的  $\mathbf{D}_k^i$  奇异值分解计算量以及 HMSWF 算法的计算量两部分之和与 D-LCMV 中直接计算式 (11) 的计算量方面的对比. 下面将 D-LCMV 和 D-LCHMSWF 算法的计算量进行列表对比.

表 1 D-LCHMSWF 与 D-LCMV 的对比

运算	D-LCHMSWF 计算式(11)	D-LCMV 直接计算式(11)
$\mathbf{D}_k^i$ 奇异值分解来计算矩阵 $\mathbf{U}$ 的复乘运算量	$10Q^3$ <sup>[16]</sup>	无
估计 $\mathbf{R}_{\mathbf{y}_q^i}^i$ 的复乘运算量	无	$O((P+Q)^2N)$
$\mathbf{R}_{\mathbf{y}_q^i}^i$ 求逆的复乘运算量	无	$O((P+Q)^3)$

注: 设  $P$  为  $\mathbf{X}_0$  的维数,  $(P+Q)$  为  $\mathbf{y}_q^i$  的维数,  $N$  为样本量,  $Q$  为约束条件数.

为了表示简单, 此部分均假设信号  $\mathbf{X}_0$  维数为  $P$ , 样本量为  $N$  (即  $\mathbf{X}_0$  为  $P \times N$  复信号矩阵), 线性约束条件数为  $Q$ ,  $\tilde{\mathbf{y}}_k^i$  为  $(P+Q) \times N$  复信号矩阵. 如表 1 所示, 采用 D-LCHMSWF 相比 D-LCMV 直接计算式 (11) 来说, 避免了协方差矩阵  $\mathbf{R}_{\mathbf{y}_q^i}^i$  估计及求逆运算, 每个节点可节约复乘运算量约为  $O((P+Q)^3 + (P+Q)^2N)$ . 虽然 D-LCHMSWF 约束正交投影部分需要进行  $\mathbf{D}_k^i$  的奇异值分解, 按照文献 [16] 提供的方式精确计算矩阵  $\mathbf{U}$ , 计算复杂度约为  $10Q^3$ ,  $Q$  为约束数量, 一般来说  $Q \ll P \ll N$ , 故而  $\mathbf{D}_k^i$  奇异值分解的计算量相比  $O((P+Q)^3 + (P+Q)^2N)$  来说可以忽略. 因此采用 D-LCHMSWF 比 D-LCMV 可节约运算量约为  $O((P+Q)^3 + (P+Q)^2N)$ .

下面分析当 D-LCHMSWF 算法采用 HMSWF 与 CSA-HMSWF 结构来实现时的计算量对比. 如表 2 所示.

表 2 不同结构的 HMSWF 算法对比

算法	计算式	复乘运算量
HMSWF	直接计算 $\mathbf{Q}_i \mathbf{X}_{i-1}$	$O((P-i'+1)^2N)$
CSA-HMSWF	间接计算 $\mathbf{Q}_i \mathbf{X}_{i-1}$	$O((P-i'+1)N)$

注: 设  $P$  为  $\mathbf{X}_0$  的维数,  $N$  为样本量,  $i'$  为递推级数.

实际上, HMSWF 与 CSA-HMSWF 主要差别就是在 Householder 矩阵  $\mathbf{Q}_i$  的处理方式上, 体现出不同的计算量. 利用 HMSWF 直接计算  $\mathbf{Q}_i \mathbf{X}_{i-1}$  需要的复数乘法计算量为  $O((P-i'+1)^2N)$ , 其中  $i'$  为递推级数;  $\mathbf{X}_{i-1}$  为  $(P-i'+1) \times N$  复信号矩阵,  $\mathbf{Q}_i$  为  $(P-i'+1)$  维方阵; 而在 CSA-HMSWF 中, 采用  $\mathbf{X}_{i-1} - \beta_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \mathbf{X}_{i-1}$  的形式间接计算来代替 HMSWF 中  $\mathbf{Q}_i \mathbf{X}_{i-1}$  的直接计算, 此时需要的计算量仅为  $O((P-i'+1)N)$ . 由于 CSA-HMSWF 的每一级均可得到从  $O((P-i'+1)^2N)$  到  $O((P-i'+1)N)$  的降低, 因此采用 CSA 结构可进一步降低 D-LCHMSWF 的计算量.

实际应用中,可根据精度要求,设定一较小门限值,当 HMSWF 算法中第  $i'$  级的输出  $d_{i'}$  小于门限时,说明算法已经收敛到稳定点,从而对 HMSWF 进行截断处理,从而在算法达到稳定状态时,在后续的迭代过程中可以大量节约节点的运算量。

## 5 仿真分析

对 D-LCHMSWF 在全联通 WSN 网络进行蒙特卡罗 (MC) 仿真,并与 D-LCMV 和集中型 LCMV 波束形成器进行比较. 在每次 MC 实验中,重新构造一个由 20 维随机变量  $\mathbf{x}$  定义的时间、空间上统计独立,服从区间  $[-0.5, 0.5]$  上均匀分布的 20 个本地信号. 这 20 个信号源由  $K$  个节点的 WSN 进行观测,其中每个节点配备  $M_k = 6$  个传感器(整个网络具有  $M = 6K$  个传感器). 由信号源到  $M$  个传感器形成 20 个  $M$  维导向矢量,这些导向矢量定义为  $M \times 20$  方向矩阵  $\mathbf{A}$  的列矢量. 假定方向矩阵  $\mathbf{A}$  的各个元素服从区间  $[-0.5, 0.5]$  上的均匀分布. 这  $M$  个传感器在采样时刻  $t$  收集的观测数据,表示为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (19)$$

这里  $\mathbf{x}(t)$  是随机变量  $x$  在  $t$  时刻的样本;  $\mathbf{n}(t)$  是在时间上服从零均值均匀分布,且在空间不相关的噪声观测矢量,其功率是随机变量  $\mathbf{x}$  中信号源功率的一半.

为了评估 D-LCHMSWF 波束形成器的性能,在不同的迭代之间计算分布式波束形成器和相应的集中型 LCMV 波束形成器的输出信噪比之间的差异 (dB). 即,

$$\Delta \text{SNR}^i = 10 \log(\widehat{\mathbf{w}}^H \mathbf{R}_{yy} \widehat{\mathbf{w}}) - 10 \log(E\{ |d^i|^2 \}) \quad (20)$$

理想的情况下,这种差异  $\Delta \text{SNR}^i \rightarrow 0 \text{dB}$ . 此外,还计算在不同的迭代之间,分布式与集中型 LCMV 波束形成器生成的权值的均方差. 即,

$$\frac{1}{M} \|\mathbf{w}^i - \widehat{\mathbf{w}}\| \quad (21)$$

在全联通无线传感器网络环境,基于式(19)产生传感信号模型,对波束形成器进行仿真. 约束矩阵  $\mathbf{C}$  总是选择方向矩阵  $\mathbf{A}$  的前  $Q$  列构成,响应向量为  $\mathbf{f} = [1 \cdots 1]^T$ . 这相当于期望输出响应是矩阵  $\mathbf{A}$  中前  $Q$  个信号源的求和. 相关矩阵基于  $N = 1000$  个样本的时间平均来估计,这些样本在每次迭代中被循环使用. 后者允许使算法就像协方差矩阵在每次迭代中被完美估计一样来分析算法. 对于每次选定的  $K$  和  $Q$  执行 30 次的 MC 仿真,并利用所得结果的中位数来绘制性能曲线.

对于  $K = 10$  个节点, D-LCHMSWF 算法按照式(20)和式(21)的仿真结果如图 3 和图 4. 并在每个图中,显示了  $Q = 1, 5, 10, 12$  的结果. 在每个实验中,当算法收敛到局部最优点时,会采用一个修正来使算法脱离局部最优点;修正方法在迭代到 200 次时(和迭代 200 次

之后)被应用. 图 3 和图 4 中,当  $Q = 12$  时可见  $i = 200$  时处于次优稳态,之后开始再次向最优解收敛. 值得注意的是,此修正需要临时通信带宽的增加. 从图 3,图 4 中可以看到,随着  $Q$  值变大,收敛速度逐渐减小.

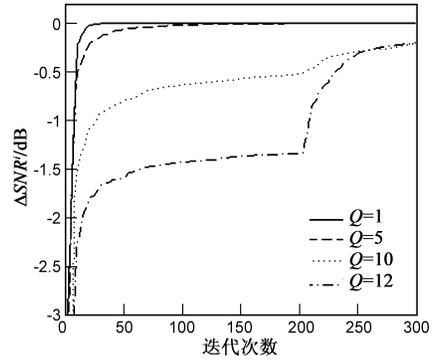


图3 不同约束条件下D-LCHMSWF的输出信噪比

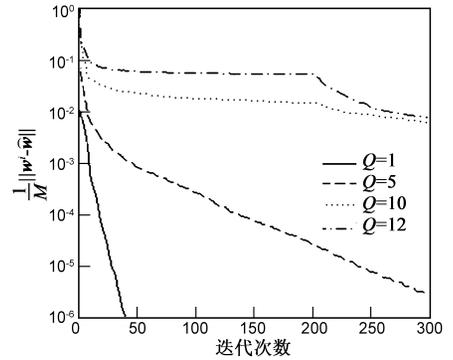


图4 不同约束条件下D-LCHMSWF的权值均方差

图 5 是在  $K = 8$  个节点, 样本数  $N = 1000$  时, 线性约束条件分别为  $Q = 5, 10$  个情况下, D-LCHMSWF 和 D-LCMV 波束形成器的输出结果对比. 从图中可以看出在不同线性约束条件  $Q$  下, 两者的各自对应的输出结果基本重合, 但 D-LCHMSWF 算法的性能略优于 D-LCMV 算法. 故而一方面验证了 D-LCHMSWF 和 D-LCMV 波束形成器的等效性, 另一方面说明 D-LCHMSWF 算法比 D-LCMV 算法具有更强的数值稳健性. 对比图 3 和图 5 还

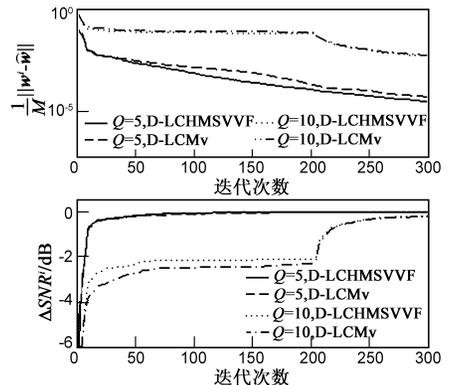


图5 不同约束条件下D-LCHMSWF与D-LCMV的权值均方差及输出信噪比对比

可以发现,在  $Q = 10$  时,节点数量  $K$  越多,则需要越多的迭代次数算法才能收敛稳定的最优值。

## 6 结论

本文研究了 D-LCHMSWF 在完全联通拓扑结构 WSN 中的波束形成算法,此算法由于避免协方差矩阵估计及求逆运算,与 D-LCMV 算法相比,每个节点节约复乘运算量约为  $O((P+Q)^3 + (P+Q)^2N)$ ,算法采用 CSA-HMSWF 结构与用 HMSWF 结构相比,每节点每一级递推时可得到从  $O((P-i'+1)^2N)$  到  $O((P-i'+1)N)$  的计算量降低。新算法在节约计算量的同时获得与 D-LCMV 一致的输出性能,由于采用投影计算,故具有更优的数值稳健性。当算法达到稳定状态时还可以通过截断处理大量节约节点的运算量。最后,通过仿真实验验证了 D-LCHMSWF 波束形成器的算法性能。

## 参考文献

- [1] Fang J, Li H. Optimal/near-optimal dimensionality reduction for distributed estimation in homogeneous and certain inhomogeneous scenarios[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8): 4339 – 4353.
- [2] Cattivelli F S, Sayed A H. Diffusion LMS strategies for distributed estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(5): 1035 – 1048.
- [3] Bertrand A, Moonen M, Sayed A H. Diffusion bias-compensated RLS estimation over adaptive networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(11): 5212 – 5224.
- [4] Bertrand A, Moonen M. Consensus-based distributed total least squares estimation in ad hoc wireless sensor networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(5): 2320 – 2330.
- [5] Bertrand A, Moonen M. Distributed adaptive node-specific signal estimation in fully connected sensor networks—Part I: Sequential node updating[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(10): 5277 – 5291.
- [6] Bertrand A, Szurley J, et al. Efficient calculation of sensor utility and sensor removal in wireless sensor networks for adaptive signal estimation and beamforming[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(11): 5857 – 5869.

- [7] Bertrand A, Moonen M. Distributed adaptive estimation of node specific signals in wireless sensor networks with a tree topology[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(5): 2196 – 2210.
- [8] Bertrand A, Moonen M. Distributed node-specific LCMV beamforming in wireless sensor networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(1): 233 – 246.
- [9] Himawan I, McCowan I, et al. Clustered blind beamforming from ad-hoc microphone arrays[J]. IEEE Transactions on Audio, Speech, Language Processing, 2011, 19(4): 661 – 676.
- [10] Bertrand A., Moonen M. Distributed LCMV beamforming in a wireless sensor network with single-channel per-node signal transmission[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(13): 3447 – 3459.
- [11] Werner S, With M, Koivunen V. Householder multistage wiener filter for space-time navigation receivers[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(3): 975 – 988.
- [12] 黄庆东, 张林让, 等. 基于数据选择 Householder 多级维纳滤波导航接收机空时抗干扰方法[J]. 电子学报, 2011, 39(6): 1368 – 1372.  
Huang Qing-dong, Zhang Lin-rang, et al. Interference suppression method of sample selected householder multistage wiener filter for space-time navigation receivers[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(6): 1368 – 1372. (in Chinese)
- [13] 黄庆东. 最小模级联相消器算法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2011.  
Huang Qing-dong. Research on minimum module cascaded canceller algorithm[D]. Xi'an: Xidian University, 2011. (in Chinese)
- [14] Goldstein J S, et al. A multistage representation of the wiener filter based on orthogonal projections[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(7): 2943 – 2959.
- [15] 王永良, 丁前军, 等. 自适应阵列处理[M]. 清华大学出版社, 2009 年.  
Wang Yongliang, Ding Qianjun, et al. Adaptive Array Processing[M]. Tsinghua University Press, 2009. (in Chinese)
- [16] Barlow J. More accurate bidiagonal reduction for computing the singular value decomposition[J]. SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, 2002, 23(3): 761 – 798.

## 作者简介



黄庆东 男, 1977 年生, 西安邮电大学副教授。主要从事分布式信号处理、阵列信号处理、低复杂度算法等方面研究。

E-mail: huangqingdong@xupt.edu.cn



庞胜利 男, 1980 年生, 西安邮电大学讲师。主要从事无线传感器网络、通信信号处理等方面研究。