

烟台大学2017年攻读硕士研究生入学考试初试试题

考试科目代码: 830 考试科目名称: 高等代数
 所用试卷类型: B 报考专业名称: 数学

注意事项: 1. 本试题共 九 道大题, 满分 150 分, 答题时间为 180 分钟。 2. 考生在本试题上答题无效, 请将试题答案誊写在自命题专用答题纸上, 注意保持答题纸的整洁、完整。 3. 考生须用蓝、黑钢笔或签字笔答题, 否则无效。

一、设 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是实数域 R 上的两个多项式, 且 $f(x) \neq 0$ 。证明: 如果在实数域 R 上有 $f(x)$ 不整除 $g(x)$, 则在复数域 C 上也有 $f(x)$ 不整除 $g(x)$ 。 (本题 10 分)

二、计算行列式: $D_n = \begin{vmatrix} \alpha_1 - \beta & \alpha_2 & \cdots & \alpha_n \\ \alpha_1 & \alpha_2 - \beta & \cdots & \alpha_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_n - \beta \end{vmatrix}$ 。 (本题 10 分)

三、设 A 和 B 都是 $s \times n$ 级矩阵, 证明: 秩 $(A+B) \leq$ 秩 (A) + 秩 (B) 。 (本题 10 分)
 四、设 A 是一个 $n \times n$ 级实矩阵, A' 是 A 的转置。证明: 秩 $(A'A) =$ 秩 (A) 。 (本题 20 分)

五、设矩阵 X 满足: $X \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 求矩阵 X 。 (本题 20 分)

六、叙述正定二次型的定义, 并求 m 取何值时下列二次型是正定的:
 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 + 2mx_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$ 。 (本题 20 分)

七、已知复系数矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$, 分别求 A 的行列式因子、不变因子、初等因子、若尔当标准形。 (本题 20 分)

八、设 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 求正交矩阵 T 使得 $T'AT$ 成对角形。 (本题 20 分)

九、证明: (1) 实对称矩阵的特征值都是实数。
 (2) 反对称实数矩阵的特征值是零或纯虚数。 (本题共 20 分, 每小题 10 分)