

颗粒增强橡胶复合材料有效力学性能预测分析

谢悦, 宿晓如, 冯春冬, 罗冬梅

(佛山科学技术学院 土木工程系, 广东 佛山 528000)

摘要:采用几种经典预测计算方法分析颗粒半径大小、颗粒百分比、颗粒弹性模量等参数对随机颗粒增强橡胶复合材料有限元模型有效力学性能的影响。结果表明:高百分比、小半径、低弹性模量的颗粒有利于改善随机颗粒增强橡胶复合材料的有效力学性能;所用方法中,经典 Mori-Tanaka 法、Halpin-Tsai 法和以应变能法和广义虎克定律为基础的有限元法都有一定的局限性,而修正的经典 Halpin-Tsai 公式能有效改善经典公式预测的结果,另一种多尺度均质化方法的结果介于数值法与经典公式法之间,说明修正 Halpin-Tsai 法和均质化法的预测更为可靠。

关键词:颗粒;橡胶;复合材料;有效力学性能;均质化法

本文引用格式:谢悦,宿晓如,冯春冬,等.颗粒增强橡胶复合材料有效力学性能预测分析[J].兵器装备工程学报,2017(7):142-147.

Citation format:XIE Yue, SU Xiao-ru, FENG Chun-dong, et al. Prediction of Effective Mechanical Properties of Rubber Composites Reinforced with Particles [J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2017(7):142-147.

中图分类号: O343.5; TJ04

文献标识码: A

文章编号: 2096-2304(2017)07-0142-06

Prediction of Effective Mechanical Properties of Rubber Composites Reinforced with Particles

XIE Yue, SU Xiao-ru, FENG Chun-dong, LUO Dong-mei

(Department of Civil Engineering, Foshan University, Foshan 528000, China)

Abstract: The influence of radius, volume fraction, particle's elastic modulus and the other parameters on the effective mechanical properties of composite materials is analyzed by several classical calculation methods. The results show that it is beneficial to improve the effective mechanical properties of random particles reinforced rubber composite by using the particles with high volume fraction, small radius and low elastic modulus. The results of the finite element method based on the strain-energy method and the generalized Hooke's law are greater than those from other methods, which is effected by the mesh division and boundary condition in the finite element method. The results from the traditional Mori-Tanaka method and Halpin-Tsai theory are limited for some factors, and they cannot consider the influence of the sizes of particles and their inter-action. The modified Halpin-Tsai formula can improve the results from traditional Halpin-Tsai theory effectively, and the results from multi-scale homogenization methods are always among of the proposed methods, and it is proved that the homogenization method and the modified Halpin-Tsai formula are more reliable.

Key words: particle; rubber composites; effective mechanical properties; homogenization method

收稿日期: 2017-01-17; **修回日期:** 2017-02-26

基金项目:国家自然科学基金项目(10772047/A020206, 11172066/A020305);广东省自然科学基金项目(S2011010004874);佛山科学技术学院大学生创新创业资助项目“佛山市高校和医院科研基础平台”(2016AG100341)

作者简介:谢悦(1992—), 硕士, 主要从事土木工程结构的分析与研究。

通讯作者:罗冬梅(1965—), 女, 博士, 教授, 主要从事纳微米复合材料的力学性能研究。

橡胶基复合材料因其弹性大、可设计性强、可以人工合成、价格低廉等优良性能广泛应用于航空航天、土木建筑、交通运输及体育器材等领域,通过添加纤维、颗粒等形状和性能不一样的增强相能够进一步改善橡胶的性能。目前对于这类材料的研究一般是通过大量的物理实验进行配方设计。李福强等^[1]研究了未处理棉短纤维、尼龙短纤维和木质纤维素短纤维的用量对短纤维增强三元乙丙橡胶复合材料物理力学性能的影响;谢尊虎等^[2]分析了提高硅橡胶各项性能的主要途径和方法,指出了提高硅橡胶相关性能的发展方向;王作龄等^[3]通过编译橡胶试验方法,对橡胶的实验材料尺寸、试验方法、试验数据处理做了统一,为后续工作者提供试验参考,齐海波等^[4]通过试验,利用电子显微镜对颗粒增强复合材料中颗粒长径比的影响进行统计分析,推导出颗粒长径比与其体积分数的关系,并将其运用到复合材料有效弹性模量计算的 Eshelby 等效夹杂理论及改进的自洽法中;研究结果表明:颗粒体积分数较低时,从 Eshelby 等效夹杂理论得到的结果具有较高的精度;体积分数较高时,改进的自洽法能作出较准确的预测;柏振海等^[5]通过大量实验找出复合材料有效弹性模量和体积分数的关系式,利用 Voigt 等应变假设和 Reuss 等应力假设成功引入 J 因子,预测各种不同复合材料体系的弹性模量。

随着电子计算机的发展,数值模拟的优越性越来越显著,通过建立合理的细观力学模型分析复合材料的微观结构对宏观力学性能的影响已经成为复合材料设计的重要辅助手段,材料和力学工作者一直致力于研究直接用数值方法进行复合材料设计。黄乾钰^[6]利用 Laplace 变换与逆变换从基体的黏弹性出发推导了复合材料的黏弹性模型,沈珉等^[7]采用细观力学的 Mori-Tanaka 法研究非理想界面刚度对复合材料有效弹性模量的影响,姜剑等^[8]在细观力学基础上利用数值模拟法分析了大变形条件下短纤维增强复合材料的力学性能,李庆^[9-10]通过细观力学有限元方法对炭黑颗粒填充橡胶复合材料的宏观力学行为进行模拟仿真,重点分析单个圆形和方形炭黑填料粒子模型的变形场和应力场。上述结果表明有限元法对研究单个增强相复合材料的力学性能非常有效。

此外,雷友峰等^[11]通过分析复合材料细观结构代表性体积元的力学响应,基于能量等效原理计算复合材料有效弹性模量,数值计算结果与部分实验结果有较好的吻合度;高剑虹^[12]利用该方法计算了短纤维增强橡胶复合材料的有效弹性模量。Charles L. 等^[13]比较了用不同方法计算短纤维增强复合材料有效刚度的差异,证明 Mori-Tanaka 法是预测短纤维复合材料有效弹性模量的理想方法。黄永霞等^[14]基于均匀化理论对随机夹杂分布的应力场计算模拟,得出 Voronoi 单元有限元法在计算多相复合材料时比普通位移有限元法效率高,并且能够反映夹杂分布的随机性。

汪文学等^[15]明确指出了复杂应力状态下材料主应力分量之间的非线性耦合对材料非线性行为的影响,并基于余应变能密度函数提出了新的、包含了非线性耦合效应的应力应变关系式。刘熠等^[16]以远场球对称应力作用下非线性基体

中含单个球形刚性粒子或单个球形孔洞为例,给出了非线性基体中 Eshelby 等效夹杂方法的精确解,表明材料线性情况的 Eshelby 等效夹杂方法不能简单地推广应用于非线性基体中含刚性粒子或孔洞的力学分析中。

本文在 ansys 平台上利用 Monte-Carlo 随机投放法建立了随机颗粒增强橡胶复合材料的有限元模型,分别用广义虎克定律(有限元法)、应变能法^[11-12]、Mori-Tanaka 法^[17]、Halpin-Tsai 法^[18]、修正的 Halpin-Tsai^[19]法和均质化法^[20]六种方法研究颗粒增强橡胶复合材料中填充颗粒的半径大小、百分含量、弹性模量等参数对复合材料有效力学性能的影响,通过比较各方法的计算结果,分析各个方法的差异,讨论其优劣,为准确预测随机颗粒增强橡胶复合材料的有效力学性能提供可靠方法。

1 有效弹性模量计算的理论基础

1) 广义虎克定律(有限元法)

以平面应力状态为例,考虑线弹性情况,利用广义虎克定律

$$\{\sigma_{ij}\} = [D]\{\varepsilon_{ij}\} \quad (1)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\mu^2} & \frac{\mu E}{1-\mu^2} & 0 \\ \frac{\mu E}{1-\mu^2} & \frac{E}{1-\mu^2} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (2)$$

可得出:

$$\mu = \frac{\sigma_y \varepsilon_x - \sigma_x \varepsilon_y}{\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y} \quad (3)$$

$$E = \frac{(1-\mu^2)\sigma_x}{\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y} \quad (4)$$

2) 应变能法

雷友峰等^[11]依据能量等效原理,利用细观力学有限元法推导了以平均应变能密度和平均应变为变量的计算复合材料有效弹性模量的计算公式:

$$E = \frac{2 \sum U_{ij}}{\varepsilon^2 V} \quad (5)$$

式中: $\sum U_{ij}$ 为复合材料单元平均应变能密度, ε 为复合材料平均应变, V 为复合材料单元体的总体积。

3) Mori-Tanaka 法与 Halpin-Tsai 理论

Mori 和 Tanaka 利用 Eshelby 夹杂理论和平均应力-应变的概念推导出一个计算短纤维增强复合材料有效力学性能的经典方法^[17]。

设均质材料在其边界上受到远场均匀的应力 σ^0 的作用,其本构关系为:

$$\sigma^0 = L_0 \varepsilon^0 \quad (6)$$

式中, L_0 为基体材料的弹性常数张量,当基体中存在夹杂时,夹杂之间的相互作用会产生一个扰动应变 $\tilde{\varepsilon}$,此时基体的平均应力成为

$$\sigma^{(0)} = \sigma^{(0)} + \tilde{\sigma} = L_0(\varepsilon^0 + \tilde{\varepsilon}) \quad (7)$$

基体中应力的扰动部分为

$$\tilde{\sigma} = L_0 \tilde{\varepsilon} \quad (8)$$

利用 Eshelby 等效夹杂原理处理,得到夹杂相的应力为

$$\sigma^{(1)} = \sigma^0 + \tilde{\sigma} + \sigma' = L_1(\varepsilon^0 + \tilde{\varepsilon} + \varepsilon') = L_0(\varepsilon^0 + \tilde{\varepsilon} + \varepsilon' - \varepsilon^*) \quad (9)$$

式中: L_1 为夹杂相的弹性常数张量; ε^* 为夹杂的等效本征应变; σ' 与 ε' 为由于单个夹杂的存在而相对于原本基体所引起的扰动应力和应变,采用 Eshelby 的推导结果有

$$\varepsilon' = S\varepsilon^* \quad (10)$$

式中, S 为 Eshelby 四阶张量,根据平均场理论,最终得到复合材料的等效弹性模量为

$$L = L_0(I + v_f A)^{-1} \quad (11)$$

式中, v_f 为夹杂相体积比, A 为:

$$A = \{L_0 + (L_1 - L_0)[v_f I + (1 - v_f)S]\}^{-1}(L_0 - L_1) \quad (12)$$

由式(11)可以看出, Mori-Tanaka 法得到的有效弹性模量除了与夹杂的体积比和弹性模量有关,还通过 Eshelby 张量体现夹杂之间的相互作用。但该公式无法体现夹杂的排列方式和夹杂尺寸大小的变化,不能很好体现夹杂之间的相互作用。

Halpin-Tsai 经典理论源于利用连续介质理论推出的广义自洽模型,对于体积含量较小的连续纤维增强复合材料有效弹性模量预测具有较高的准确率。该理论导出的通式:

$$\frac{P}{P_m} = \frac{1 + \xi\eta v_f}{1 - \eta v_f}, \quad \eta = \frac{(P_f/P_m) - 1}{(P_f/P_m) + 1} \quad (13)$$

可以用于包括弹性模量、剪切模量和泊松比在内的所有有效力学性能参数的计算。式中: P 表示 E_{11} 、 E_{22} 、 G_{12} 、 γ_{12} 等不同的力学性能参数, f 表示颗粒材料, m 表示基质材料, η 表示取不同力学性能计算得到的一个参数, ξ 是一个与长径比 (l/d) 有关的材料参数,其定义见表 1 所示,表 1 同时定义了 P 代表的几种典型的力学性能。

从 Halpin-Tsai 经典公式(13)可以看出,公式只包含了基体和夹杂材料的体积比和各自的材料参数,无法体现夹杂相的几何形状及夹杂相之间的相互作用。

表 1 Halpin-Tsai 经典公式 P 代表的力学性能

P	P_f	P_m	ξ	定义
E_{11}	E_f	E_m	$2(l/d)$	纵向弹性模量
E_{22}	E_f	E_m	2	横向弹性模量
G_{12}	G_f	G_m	1	纵向剪切模量
γ_{12}				泊松比

4) 修正的 Halpain-Tsai 法

刘平等^[15]进一步探讨 Halpin-Tsai 修正混合率计算模型及其原理,并对其经验拟合参数 q 进行理论识别,导出了著名的 Halpin-Tsai 修正混合率公式,扩展了该公式的应用范围:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{v_f E_1(q + E_2) + v_m E_2(q + E_1)}{v_f(q + E_2) + v_m(q + E_1)} \quad (14)$$

$0 < q < \infty$

其中, v_f 和 v_m 分别代表颗粒和基体的体积分数, $q = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}$,其中 σ_1 和 ε_1 分别代表颗粒的主应力和主应变, σ_2 和 ε_2 代表基体的主应力和主应变,采用这些数据进行有限元计算,其结果可以间接体现夹杂相(颗粒)之间的相互作用。

4) 均质化法

多尺度均质化法将宏观结构分解为无数周期性特征体积单元,引入摄动参变量 ξ ,利用摄动理论将与宏微观变量有关的边界值问题解耦为宏观边值问题和细观边值问题。在宏观边值问题中,组成 Ω 的非均匀材料被等效为一种均匀材料,而其等效材料性能通过在单胞上求解细观边值问题得到,细观边值问题的控制方程为均匀化方程,利用多尺度均匀化法能够得到具有足够精度的近似结果,同时还能理解不同的微结构材料性质对非均匀材料整体和局部响应的影响。

根据均质化原理,细观尺度的位移展开量与宏观位移之间满足如下关系

$$u_k^i(x, y) = -\chi_k^{pq}(x, y) \frac{\partial u_p^0(x)}{\partial x_q} + u_k^i(x) \quad (15)$$

式中,特征函数 $\chi_k^{pq}(x, y)$ 是宏细观位移之间的传递函数,是与宏微观变量有关的非解耦函数。将方程(15)代入基本控制方程(几何方程、物理方程和静力平衡方程),得到

$$\int_Y E_{ijkl} \frac{\partial \chi_k^{pq}}{\partial y_l} \frac{\partial v_i(y)}{\partial y_j} dY = \int_Y E_{ijkl} \frac{\partial v_i(y)}{\partial y_j} dY \quad (16)$$

$\chi_k^{pq}(x, y)$ 为非齐次方程(16)的解。由于方程(16)中载荷项处理困难,通用有限元软件中没有对应的载荷形式,难以直接求解,因此有许多研究关注 $\chi_k^{pq}(x, y)$ 的求解。

罗冬梅等^[20]通过引进新的解耦特征函数,得到一个齐次微分方程,只要利用周期性边界条件的基本变形求得每种变形情况下的应变,就可以确定精确的特征函数,得到复合材料的有效弹性模量。

通过 Kronecker 函数

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{if } i \neq j \\ 1 & \text{if } i = j \end{cases} \quad (17)$$

定义过渡函数

$$\chi_{0k}^{pq} = \frac{1}{2}(\delta_{pk} Y_q + \delta_{qk} Y_p) \quad (18)$$

得到解耦特征函数

$$\tilde{\chi}_k^{pq}(x, y) = \chi_{0k}^{pq}(y) - \chi_k^{pq}(x, y) \quad (19)$$

将式(19)代入方程(16),即可得到求解解耦特征函数的齐次微分方程:

$$\int_Y E_{ijkl} \frac{\partial \tilde{\chi}_k^{pq}}{\partial y_l} \frac{\partial v_i(y)}{\partial y_j} dY = 0 \quad (20)$$

从而得到均质化有效弹性模量

$$D_{ijkl}^H(x) = \frac{1}{Y} \int_Y E_{ijkl} \frac{\partial \tilde{\chi}_k^{pq}}{\partial y_l} dY \quad (21)$$

二维情况下,矩形截面的周期性位移边界条件为:

$$[u^1] \Big|_{side1} = [u^1] \Big|_{side3} \quad [u^1] \Big|_{side2} = [u^1] \Big|_{side4} \quad (22)$$

式中, u^1 代表细观坐标中任意的水平和竖直位移。

2 有限元建模

由于单颗粒夹杂代表性单元只适用于研究颗粒分布均匀的复合材料,对于颗粒分布不均匀的复合材料并不适用,所以,为了建立比较接近真实情况的代表性单元,考虑到颗粒之间的相互作用,本文利用 Monte-Carlo 随机投放技术,先在指定的投放区域用 ANSYS 中的命令生成方框模型,调用数组 SPH 中的数据,使用 WPAVE 命令、SPH4 命令和 APDL 参数化设计语言中的循环语句生成随机颗粒模型,然后使用 VSBV 命令(体相减命令)将立方体区域减去颗粒区域即得到基体区域。最后用 VGLUE(粘结体命令)将颗粒区域和基体区域相粘结,完成模型的构建,用来分析复合材料的有效力学性能。图 1 为随机颗粒增强橡胶复合材料的代表性单元,图 2 为对应的有限元网格模型。

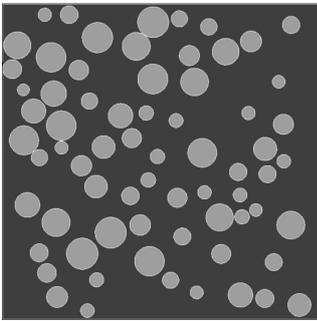


图 1 二维颗粒生成和投放模型

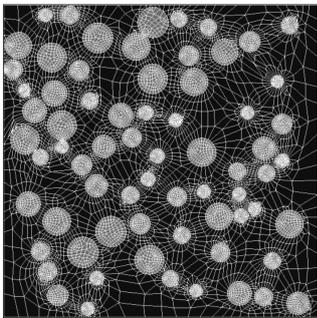


图 2 有限元网格模型

3 计算结果与讨论

橡胶属于大变形超弹性材料,不是常规的线弹性材料,弹性模量没有固定值,本文的研究对象是丁腈橡胶,一般弹性模量为 2~8 MPa,耐热性 120℃,耐寒性 -40℃,耐候性佳,耐磨损,抗变形性好,不抗燃,储存稳定年份 5 到 10 年。

橡胶的本构关系采用 Mooney 模型,其应变能函数为

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (23)$$

其中: C_1 和 C_2 为橡胶的材料常数, I_1 和 I_2 分别为橡胶的第一和第二应变不变量,为方便比较,取 $C_1 = 7E/48$, $C_2 = E/48$,将橡胶材料的初始弹性模量 $E = 2$ MPa 代入其中得到: $C_1 = 0.292$, $C_2 = 0.042$,泊松比为 0.499^[7];颗粒的弹性模量为 200 MPa,泊松比为 0.3,本文主要讨论有效弹性模量和有效泊松比的变化。

3.1 颗粒半径的影响

设随机投放的颗粒半径分别为 2、2.5、3、4、6 nm,所占面积百分比为 15%,以常应变 0.4 进行加载运算,得到半径与有效弹性模量之间的关系如图 3 所示。

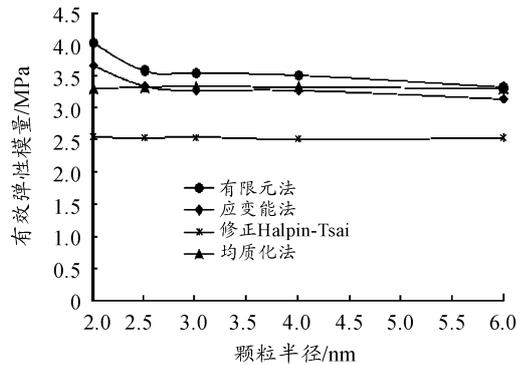


图 3 颗粒半径对复合材料有效模量的影响

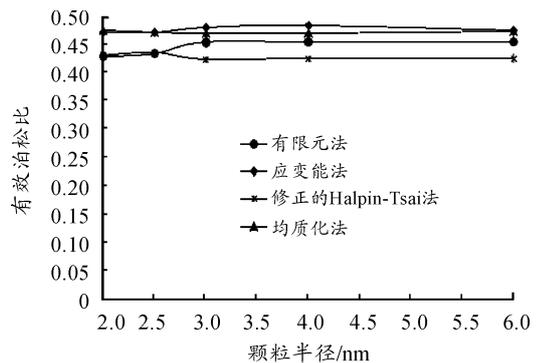


图 4 颗粒半径对复合材料有效泊松比的影响

从图 3 可以看出,(1)颗粒只在小半径情况对弹性模量影响较大,随半径的增大,弹性模量逐渐趋于稳定。(2)计算方法对弹性模量的影响较为显著,有限元法得到的结果偏大,修正 Halpin-Tsai 结果是几种计算方法中最为保守的。与有限元法结果相比,两者最大值相差 36.5%,均质化法结果与应变能法结果较为接近。Mori-Tanaka 法和 Halpin-Tsai 两个经典理论都难以体现颗粒半径的影响,图中没有显示这两种方法的结果,而修正的 Halpin-Tsai 法通过应力和应变的变化能够体现颗粒半径的影响,但结果比其他方法均小,偏于保守。(3)尽管颗粒弹性模量是橡胶基体材料的 100 倍,颗粒百分比也有 15%,但由于橡胶材料的超弹性特性,复合材料的有效弹性模量增长并不明显。

图 4 为半径变化对泊松比的影响,应变能法预测到的泊

松比最大,为 0.486,与均质化法得到的结果最接近。修正的 Halpin-Tsai 法预测的泊松比只有 0.428,依然是所有预测结果中最保守的值,与最大值相差 10.6%,有限元法得到的结果居中。总的来说,橡胶材料对大半径颗粒不敏感,Mori-Tanaka 法和 Halpin-Tsai 两个经典理论不能体现颗粒半径的影响,其他四种方法预测的结果差别不大。

3.2 颗粒百分比的影响

选取颗粒半径为 4 nm,颗粒弹性模量为 200 MPa,颗粒百分比分别为 5%、10%、15%、20%、25%、30%、40%,加载应变取 0.4。颗粒百分比与有效弹性模量和有效泊松比的关系分别如图 5 和图 6 所示。

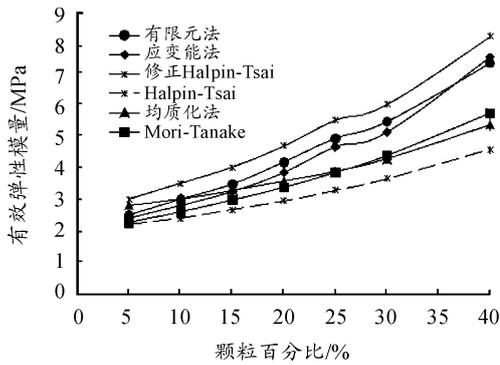


图5 颗粒百分比对有效弹性模量的影响

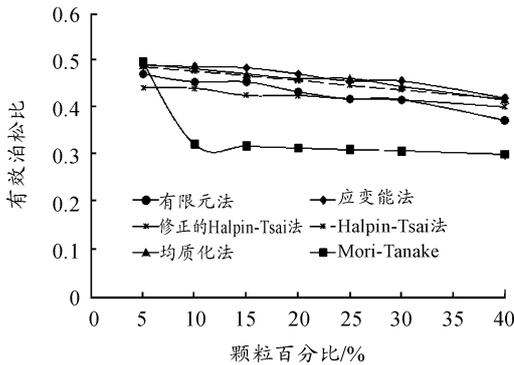


图6 颗粒百分比对有效泊松比的影响

图 5 显示颗粒百分比的增加使复合材料的有效弹性模量缓慢增大,其中修正的 Halpin-Tsai 法增长幅度最大,颗粒体积比为 40% 时,最大的有效弹性模量大约比基体材料增大 80%,Halpin-Tsai 得到的结果最小,由该方法算得的最大有效弹性模量只比基体材料增大 51.5%。不同方法得到的最大有效弹性模量相差 18.4%。有限元法和应变能法源自最基本的计算公式,其所用的应力-应变直接来自数值模拟,受网格尺寸、边界条件处理、加载方式的选择等因素的影响,其结果偏向修正的 Halpin-Tsai 法;经典 Mori-Tanaka 法在小体积比时的结果偏小,与 Halpin-Tsai 法接近,随着颗粒体积比的增加,越来越与均质化法结果接近,处于几种方法的中间,均质化法既考虑了颗粒之间的相互影响,也通过统计平均的

方法考虑了不同加载方式的影响,结果比较可靠。图 6 显示 Mori-Tanaka 法预测的泊松比偏小,与最大泊松比相差 28.3%,其他几种方法的结果变化趋势非常一致,且数值上也相差不大,说明 Mori-Tanaka 法在泊松比的预测上与其他方法有较大差异。

3.3 颗粒弹性模量的影响

选取颗粒半径为 4 nm,颗粒体积比为 15%,加载应变取 0.4,改变颗粒的弹性模量分别为 200 MPa、400 MPa、600 MPa、800 MPa、1 000 MPa。颗粒弹性模量的变化对复合材料有效弹性模量和有效泊松比的影响如图 7 和图 8 所示。

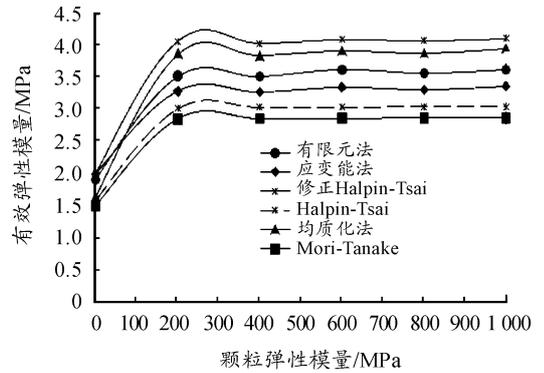


图7 颗粒弹性模量对有效弹性模量的影响

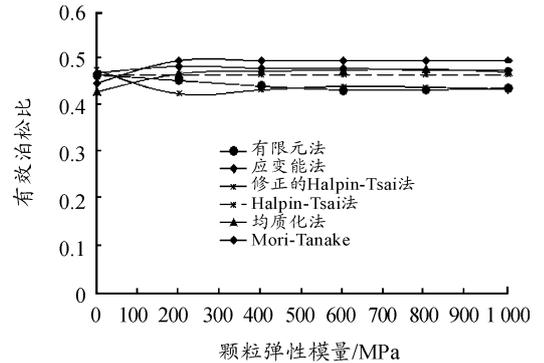


图8 颗粒弹性模量对有效泊松比的影响

从图 7 可以看出每一种方法都显示复合材料的有效弹性模量在颗粒弹性模量较小时变化较大。颗粒弹性模量超过 200 MPa 之后,颗粒弹性模量的变化几乎不再影响复合材料的有效弹性模量,有效弹性模量趋于常数。但不同的方法弹性模量趋近的值不一样,修正的 Halpin-Tsai 法得到的值最大,其次是均质化法,有限元法和应变能法结果居中,Mori-Tanaka 法得到的结果最小,与最大值相差 30%。图 8 也显示颗粒弹性模量小于 200 MPa 时泊松比才有变化,超过 200 MPa 后就趋近常数,Mori-Tanaka 法的结果最大,几乎接近橡胶基体的泊松比,较难体现体积比变化的影响,修正的 Halpin-Tsai 法则先下降然后逐渐趋于稳定,但其数值是所有结果中最小的。其他几种方法的结果介于两者之间,最大值与最小值相差 12.2%,有较好的一致性。

4 结论

本文用六种不同的方法计算了随机颗粒增强橡胶复合材料的有效弹性模量和有效泊松比,比较所得到的结果及其相互之间的差异,得出以下结论:

1) 颗粒增强橡胶复合材料有效弹性模量随颗粒半径的增大而逐渐减小并趋于稳定,变化有效泊松比的大小也产生类似的变化趋势,证明小尺寸颗粒在提高材料的刚度方面作用更大。

2) 颗粒增强橡胶复合材料有效弹性模量随颗粒百分比增大而增大,说明用小颗粒大体积比的增强相能有效改善材料的刚度;与其他方法相比,Mori-Tanaka法预测的有效泊松比过于偏小。

3) 颗粒增强橡胶复合材料有效弹性模量中颗粒弹性模量的影响只在比较小的情况下较明显,随着颗粒弹性模量的增大逐渐趋于稳定,但每种方法所得到的值有一定差异;泊松比与弹性模量的变化趋势相互吻合。

4) 用于预测有效力学性能的几种方法中,经典 Halpin-Tsai 和 Mori-Tanaka 法在全面体现颗粒特性影响方面有一定的局限性,有限元法和应变能法的结果容易受单元划分和边界条件的影响,修正的 Halpin-Tsai 法综合考虑了经典理论与有限元结合的优势,均质化法通过统计平均克服了有限元计算中的累积误差,因此修正的 Halpin-Tsai 法和均质化法所得的结果具有更高的可靠性。

参考文献:

- [1] 李福强,陈福林. 几种短纤维对三元乙丙橡胶/短纤维复合材料性能的影响[J]. 广东橡胶,2010(8):7-10.
- [2] 谢尊虎,曾凡伟,肖建斌. 硅橡胶性能及其研究进展[J]. 特种橡胶制品,2011,32(2):69-72.
- [3] 王作龄(编译). 橡胶试验方法(二十六)—摘自日本《ゴム试验法》[J]. 橡塑资源利用,2011(1):36-48.
- [4] 齐海波,吕宝华,王文华. 颗粒增强复合材料弹性模量的统计分析方法[J]. 工程力学,2001(S):295-299.
- [5] 柏振海,黎文献,罗兵辉. 一种复合材料弹性模量的计算方法[J]. 中南大学学报,2006,37(3):438-443.
- [6] 黄乾钰. 聚合物基复合材料黏弹性性能预测及其应用研究[J]. 武汉理工大学大学学报,2015(4).
- [7] 沈琨,郝培. 颗粒增强复合材料非理想界面刚度和有效

模量的理论估计[J]. 复合材料学报,2016(1):189-197.

- [8] 姜剑,顾伯勤,张斌. 大变形条件下短纤维增强橡胶基复合材料的力学行为[J]. 南京工业大学学报(自然科学版),2016,38(4):101-104.
- [9] 李庆. 周期性边界条件下炭黑增强橡胶基复合材料有效弹性性能数值模拟[J]. 福州大学学报(自然科学版),2013(1):97-103.
- [10] 李庆,杨晓翔. 颗粒增强橡胶细观力学性能二维数值模拟[J]. 应用力学学报,2012,29(5):607-612.
- [11] 雷友峰,魏德明,高德平. 细观力学有限元法预测复合材料宏观有效弹性模量[J]. 燃气涡轮试验研究,2003,1(3):11-16.
- [12] 高剑红,吴奕锦,陈佳彬. 短纤维橡胶复合材料的非线性有限元研究[J]. 泉州师范学院学报,2014,32(2):31-35.
- [13] CHARLES L., TUCKER III, ERWIN LIANG. Stiffness predictions for unidirectional short-fiber composites: Review and evaluation [J]. Composites Science and Technology, 1999, 59, 655-671.
- [14] 黄永霞,郭然,李伟. 颗粒增强复合材料有效模量的 Voronoi 单元有限元法分析[J]. 重庆大学学报,2016(5):63-72.
- [15] 汪文学,高雄善裕. 正交各向异性复合材料板的非线性弹性应力应变关系[J]. 固体力学学报,1991,12(3):353-358.
- [16] 刘熠,黄筑平,王仁. 关于非线性基体中 Eshelby 等效夹杂方法适[J]. 力学学报,1997,29(4):506-512.
- [17] MORI T, TANAKA K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions [J]. Acta Metallurgica, 1973(21):571-574.
- [18] HALPIN J C, KARDOS J L. The Halpin-Tsai equations: A review [J]. Polym Eng Sci, 1976(16):344-352.
- [19] 刘平,万泽青. 复合材料等效弹性模量预测方法的改进 [J]. 扬州大学学报,2007,10(1):21-23.
- [20] 罗冬梅,汪文学,高雄善裕,等. 确定均质化法中精确周期性边界条件的解法及其在复合材料刚度预测中的应用 [J]. 机械强度,2006,28(4):217-523.

(责任编辑 杨继森)