

DOI: 10.13973/j.cnki.robot.2016.0557

基于平面柔顺机构的 $\theta_x\theta_yZ$ 微动台静力学分析及优化设计

魏华贤, 李 威, 杨雪锋, 王禹桥, 王承涛

(中国矿业大学机电工程学院, 江苏 徐州 221116)

摘 要: 设计了基于平面柔顺机构的 $\theta_x\theta_yZ$ 微动台. 只考虑平面柔顺机构的平面内变形建立其静力学分析过程, 对各支腿对动平台的作用进行独立分析. 通过卡氏位移定理求得输入输出之间的转换关系, 并建立了平面支腿位移放大比与结构尺寸的直接关系, 基于遗传算法进行了结构尺寸优化. 最后完成了样机有限元分析及实验研究, 结果验证了分析及优化方法的可靠性, 理论模型与有限元仿真及实验结果的误差分别小于 4% 和 12%.

关键词: 柔性铰链; $\theta_x\theta_yZ$ 微动台; 静力学; 尺寸优化

中图分类号: TP24

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2016)-05-0557-06

Static Analysis and Optimal Design of $\theta_x\theta_yZ$ Micropositioner with Planar Compliant Mechanisms

WEI Huaxian, LI Wei, YANG Xuefeng, WANG Yuqiao, WANG Chengtao

(School of Mechatronic Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

Abstract: A $\theta_x\theta_yZ$ micropositioner is developed based on planar compliant mechanism. The static analysis is completed where only the planar deformation of each leg is taken into consideration. The effects of each leg on the mobile platform are analyzed separately. The Castigliano's theorem is utilized to derive the relationships between inputs and outputs. The relation between the displacement amplification of each planar leg and the structure dimensions is formulated. Then, the dimension parameters are optimized by means of genetic algorithm. Finally, the finite element analysis (FEA) and the experimental tests on two prototypes are accomplished. The results show that the static analysis and optimization method are reliable. The errors between the analytical model and the FEA are less than 4% while the errors between the analytical model and the experimental tests are less than 12%.

Keywords: flexure hinge; $\theta_x\theta_yZ$ micropositioner; statics; dimension optimization

1 引言 (Introduction)

近年来, 精密微动机械快速发展成为精密工程中的关键技术之一, 在光刻、扫描隧道电子显微镜、微装配及生物操作等高新领域得到应用^[1-2]. 为了实现微纳尺度的精度, 柔顺机构被广泛使用, 用柔性铰链代替传统运动副可实现无间隙无摩擦传动^[3]. 随着应用需求增加, 空间 3 自由度 $\theta_x\theta_yZ$ 微动台受到越来越多的关注^[4-7]. 研究者针对这一机构进行了刚度分析、工作空间分析等研究, 但是从材料变形角度分析输入位移与空间位姿关系的较少, 且已有研究中空间结构及空间柔铰的存在导致此类空间柔顺机构加工制造困难, 难以得到应用. 此外, 由于柔顺机构是通过柔性铰链的变形实现运

动传递的, 其运动分析与传统机构有明显区别, 尽管伪刚体模型提出了一种利用刚体等效的简便分析方法, 但对于空间结构及空间变形的柔顺机构, 该方法反而过于复杂. 在柔顺机构设计优化中, 简便有效的分析模型是非常有益的.

对单块板材进行平面切割制造是目前获得柔顺机构最有效可靠的方法之一, 可以充分保护柔铰的薄弱处, 因此利用平面柔顺机构构造空间柔顺机构的方法获得应用^[8]. 要实现空间 3 自由度微运动, 可采用 2 种基本结构: 三腿并联式及四腿差动式^[9-10]. 三腿并联式能实现节约紧凑的设计, 本文探索了基于平面柔顺机构的三腿并联式 $\theta_x\theta_yZ$ 微动台的分析及尺寸优化过程, 对此类微动台的开发设计及性能改进具有参考价值.

基金项目: 国家自然科学基金 (51305444); 江苏省“六大人才高峰”计划 (ZBZZ-041); 江苏高校研究生科研创新计划 (KYLX15_1421); 江苏高校优势学科建设工程 (PAPD).

通信作者: 李威, liweicumt@163.com 收稿/录用/修回: 2016-01-21/2016-07-21/2016-07-22

机构的位置及运动分析是机构研究的基础,对柔顺机构的分析主要借助材料力学原理^[11].相关学者应用弹性梁理论、伪刚体法、矩阵法等方法,进行柔顺机构的位置、运动及刚度等分析研究^[12-15].对于微动台,从输入端的驱动位移到末端的空间位姿转换关系往往是后期检测、标定及控制等研究的基础.对于 θ_x, θ_y, Z 微动台,其末端的转动往往只能通过特定点的位置及运动进行描述,因此在分析及实验研究中需要观测多个点位移.基于前述已有分析研究方法,若考虑材料的6维形变,将导致复杂的分析及求解,因此结合机构特点建立简单有效的分析模型,对 θ_x, θ_y, Z 微动台的设计、结构优化及控制研究是有益的.

本文首先设计了基于平面柔顺机构的 θ_x, θ_y, Z 微动台,通过将结构投影到受激励支腿平面中进行分析,建立其静力学分析过程,应用卡氏位移定理及叠加原理得到了从输入端位移到平台位移的转换关系,建立起结构参数与结构位移放大比的直接联系,进而通过遗传算法实现了结构参数的优化设计,有限元分析及实验结果验证了该优化设计的可靠性.

2 θ_x, θ_y, Z 微动台结构设计 (Structure design of the θ_x, θ_y, Z micropositioner)

2.1 θ_x, θ_y, Z 微动台基本结构

如图1所示,要实现空间2个绕 x 和 y 轴的转动及1个沿 z 轴的平移运动,可采用2种基本结构.图1(a)为四腿差动式,其需要4个驱动输入 x_A, x_B, x_C 及 x_D ,2对支腿之间耦合影响较小,需要一定的驱动同步控制;图1(b)为三腿并联式,其只需3个驱动输入,各驱动之间配合运动,相互耦合影响.三腿并联式结构可实现简单紧凑的设计,本文研究了三腿并联式 θ_x, θ_y, Z 微动台的优化设计.

2.2 基于平面柔顺机构的三腿并联式 θ_x, θ_y, Z 微动台

如图2所示,基于平面柔顺机构的三腿并联式 θ_x, θ_y, Z 微动台由动平台、定平台及3只结构相同的平面支腿构成.3只支腿连接动平台与定平台,并关于动平台轴线呈轴对称分布.各支腿应用柔顺杠杆式位移放大机构来放大压电陶瓷致动器(PZT)的输入位移,通过一个空间柔铰来保证动平台的空间3维运动.柔顺杠杆机构中采用正圆形柔铰,空间柔铰为大长径比圆柱柔铰,各种柔铰尺寸相同.

由于使用圆柱柔铰,通过改变支腿平面与中轴线的夹角可得中间孔洞不同的多种微动台,见图2.但图2(a)具有对称结构,可更多地抵消各支腿间的耦合影响.

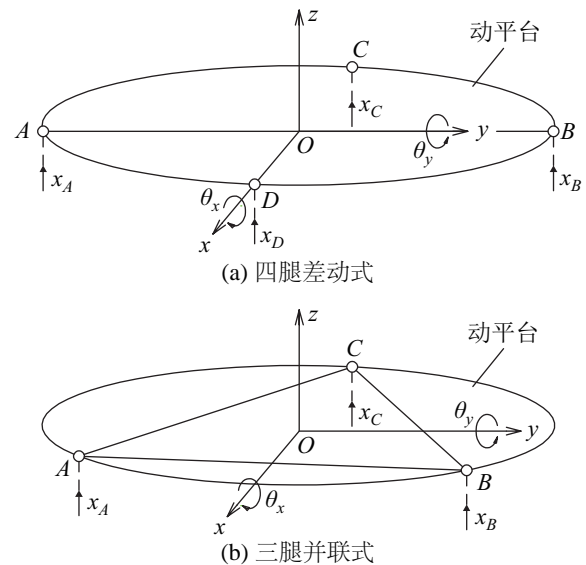


图1 θ_x, θ_y, Z 微动台基本结构

Fig.1 Basic structure of the θ_x, θ_y, Z micropositioner

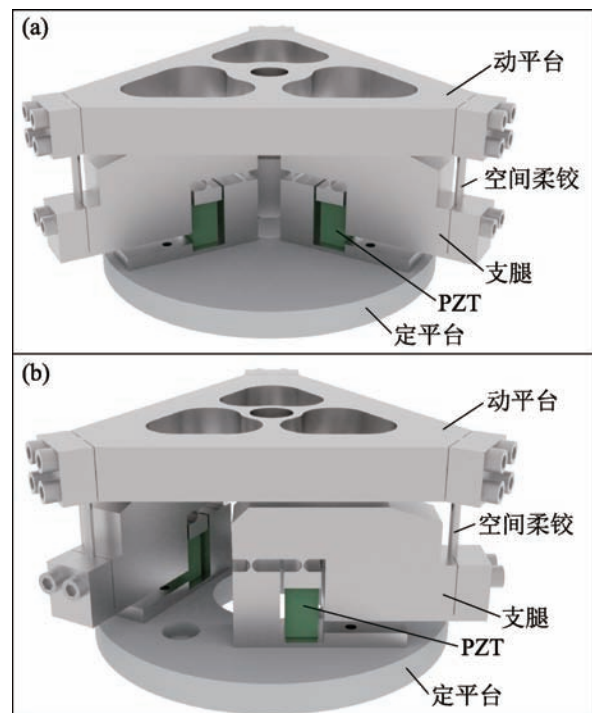


图2 基于平面柔顺机构的 θ_x, θ_y, Z 微动台

Fig.2 θ_x, θ_y, Z micropositioner based on planar compliant mechanism

3 微动台优化设计 (Optimal design of the micropositioner)

3.1 微动台的静力学分析

要进行微动台的性能优化,首先要建立起微动台的位置分析模型.首先,图1(b)所示动平台中心点 O 处位姿可通过平台上三点 A, B 及 C (后文称为测量点)来描述^[4],再建立起输入端位移至测量点位移的传递关系,则可得到输入端位移与动平台

空间位姿的关系. 图 1(b) 中, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 视动平台为绝对刚体, 则有:

$$\mathbf{O} = \mathbf{J}_o \cdot \mathbf{I} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{O} = [Z \ \theta_x \ \theta_y]^T$ 是动平台中心 O 处描述的平台空间 3 自由度位姿; $\mathbf{I} = [x_A \ x_B \ x_C]^T$ 为输入端

驱动位移; $\mathbf{J}_o = a \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{l_{AB}} & \frac{1}{l_{AB}} & 0 \\ \frac{-\sqrt{3}}{3 \cdot l_{AB}} & \frac{-\sqrt{3}}{3 \cdot l_{AB}} & \frac{2\sqrt{3}}{3 \cdot l_{AB}} \end{bmatrix}$, 是与

结构尺寸有关的矩阵, 其中 l_{AB} 为 $\triangle ABC$ 的边长, a 描述了柔顺支腿将输入端驱动位移转换至动平台上的放大或缩小作用.

首先尝试用伪刚体法进行静力学分析. 将平面柔顺机构内的各单轴柔铰用带扭簧的转动副代替, 将空间柔铰用带扭簧的球铰代替, 得到的微动台整体伪刚体模型是一个自由度小于 0 的过约束机构, 因此简单的伪刚体模型不适用于对基于平面柔顺机构的 θ_x, θ_y, Z 微动台进行静力学分析.

为了得到平台输出与驱动输入的关系, 采用基于卡氏位移定理的材料力学分析方法进行柔顺机构的静力学分析^[3,11,17]. 由于平面柔顺机构的各支腿具有大的平面柔度且能抵抗较大的非平面变形, 而动平台的空间运动由空间柔铰的 3 维形变保证, 在弹性范围内可将各支腿对动平台的作用进行单独分析研究, 最后进行叠加得到动平台的空间运动效果.

如图 3(a) 所示, 当各平面结构的支腿绕圆柱柔铰旋转角度 θ 时, 微动台结构变化从而可得不同的中间孔洞, 为了保证结构对称, 令各支腿旋转角度和方向相同. 如图 3(b) 所示, 各支腿均包含 2 个相同的正圆柔铰 23 和 35 以及 1 个圆柱柔铰 67, 其他杆件可视作刚性, 3 只支腿具有相同的结构. 考虑驱动器的限制作用, 将节点 4 所受驱动视为只发生垂直位移.

仅考虑 1 只支腿受到激励时, 忽略另 2 只支腿的变形影响, 且此时只考虑空间柔铰在受此激励时的变形, 以支腿 A 为例建立图 4 所示静力学分析模型, 其中 F 和 M 分别表示节点所受外力轴力及扭矩, 右下标为节点序号及力的坐标方向, 上标为节点所在支腿, S 、 N 和 M_b 表示柔铰的截面内力. 此时只考虑支腿 A 的正圆柔铰 $2^A 3^A$ 和 $3^A 5^A$ 在支腿平面内的变形, 如图 4(a) 所示, 其受力分析均在支腿平面内进行, 其中节点 6^B 和 6^C 外力取其平

面投影; 由于结构对称性, 当 A 点提升时, 圆柱柔铰 $6^A 7^A$ 只在包含 OA (图 3(a)) 的竖直平面内变形, 圆柱柔铰 $6^B 7^B$ 、 $6^C 7^C$ 的变形也平行于此平面, 如图 4(b) 和 4(c) 所示, 圆柱柔铰的受力分析在 OA 平面内进行. 其中, 节点 4^A 受到平动约束, 节点 6^B 和 6^C 受到固定约束, 将 4^A 的约束解除并用约束力 $(F_{y4}^A, F_{x4}^A, M_{z4}^A)$ 代替, 将 6^B 和 6^C 的约束解除并用约束外力 $(F_{y6}^B, F_{x6}^B, M_{z6}^B, F_{y6}^C, F_{x6}^C, M_{z6}^C)$ 代替, 在平台的 A 点引入虚拟力 F_{x7}^A , 应用拉氏位移定理可方便地求解此时的点位移及外力.

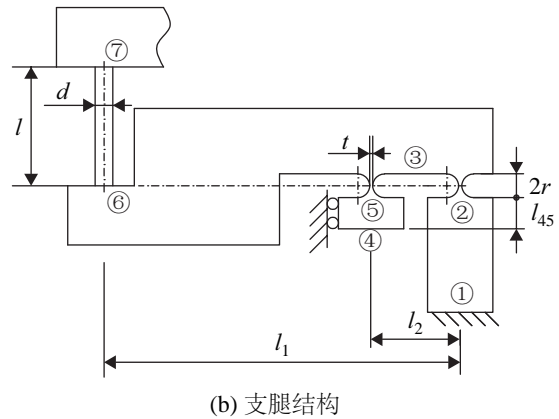
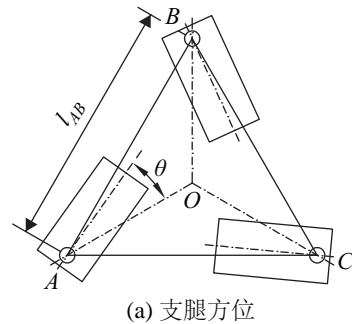


图 3 微动台静力学分析示意图

Fig.3 Statics model of the micropositioner stage

考虑平面内拉伸、剪切及弯曲作用, 将柔性铰链的弹性势能用所受外力进行表示:

$$U = \sum_{i=1}^n \left(\int_0^{l_i} \frac{N_i^2}{2E_i A(x_i)} dx_i + \int_0^{l_i} \frac{\alpha(1+\mu)S_i^2}{E_i A(x_i)} dx_i + \int_0^{l_i} \frac{M_{bi}^2}{2E_i I(x_i)} dx_i \right) \quad (2)$$

其中 E 是杨氏模量, μ 是泊松比, α 是短柔铰时截面形状对剪切作用的影响系数, $A(x_i)$ 和 $I(x_i)$ 是柔铰的截面积及惯性矩, N 、 S 和 M_b 分别表示各柔铰内拉力、剪力和弯矩, 如图 4 所示可通过将柔铰截断后受力平衡得到. 应用卡氏第二定理建立约束等式:

$$\begin{cases} u_{6x}^j = \frac{\partial U}{\partial F_{6x}^j} = 0 \\ u_{6y}^j = \frac{\partial U}{\partial F_{6y}^j} = 0 \\ \theta_{6z}^j = \frac{\partial U}{\partial M_{6z}^j} = 0 \\ u_{4y}^A = \frac{\partial U}{\partial F_{4y}^A} = 0 \\ \theta_{4z}^A = \frac{\partial U}{\partial M_{4z}^A} = 0 \\ u_{in}^A = \frac{\partial U}{\partial F_{4x}^A} \end{cases} \quad (3)$$

其中 $j = B, C$ ，由于柔铰的截面变化，以上等式无法直接求解，在弹性范围内，考虑柔铰柔度的定义方法，将 $C_{ix-Fx} = \int_0^{l_i} \frac{dx_i}{EA(x_i)}$ ， $C_{iy-Fy} - 2\alpha(1 + \mu)C_{ix-Fx} = \int_0^{l_i} \frac{x_i^2 dx_i}{EI(x_i)}$ ， $C_{iy-Mz} = \int_0^{l_i} \frac{x_i dx_i}{EI(x_i)}$ 及 $C_{i\theta-Mz} = \int_0^{l_i} \frac{dx_i}{EI(x_i)}$ 代入式 (3)，并将通过经验公式或近似公式计算的以上各柔度视为常数，则可得各约束力的线性解。再对已知的输入端位移应用卡氏第二定理求解输入端作用力，最后对平台上的测量点应用卡氏定理求得测量点位移，如点 A 垂直方向的位移为

$$u_{out} = \frac{\partial U}{\partial F_{7x}} \quad (4)$$

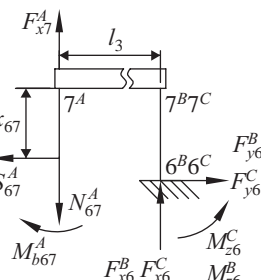
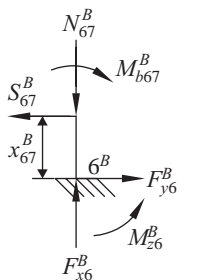
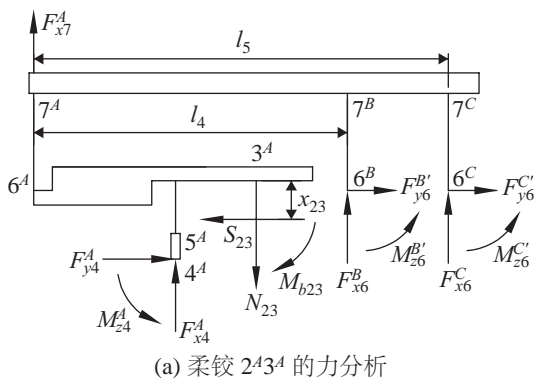


图 4 柔铰静力学分析

Fig.4 Statics analysis of the flexure hinge

A 点位移与输入端的位移比值即为支腿 A 对输入位移的放大比：

$$a = \frac{|u_{out}|}{|x_A|} \quad (5)$$

3.2 基于遗传算法的机构尺寸优化

静力学分析过程建立了支腿放大比与机构尺寸之间的关系，为了增大微动台的精密定位范围，希望支腿对输入位移的放大作用尽量大。如图 3 所示，基于杠杆结构的柔顺支腿，一方面杠杆尺寸 l_1, l_2 对放大比有影响，另一方面，由于柔顺机构是依靠柔铰的弹性变形工作的，柔铰尺寸对放大比也有显著影响^[16]，因此有必要对这些参数进行整体优化。根据静力学分析建立的支腿放大比与结构尺寸的关系，在综合考虑机构实际加工限制及应用要求的情况下，利用遗传算法对柔铰尺寸 r, t, D, l 、杠杆尺寸 l_1, l_2 及支腿方位角度 θ 进行优化，优化模型建立过程如下：

将前文推导的支腿位移放大比函数作为适应度函数，并希望获得最大值，即目标函数为

$$\text{maximum } a(r, t, D, l, l_1, l_2, \theta)$$

考虑柔铰加工安全性，柔铰尺寸不能小于一定值，同时太大的柔铰尺寸将导致机构不合理分布，因此建立各尺寸约束条件为

- $1 \leq r \leq 6$
- $0.3 \leq t \leq 1.2$
- $1 \leq D \leq 6$
- $5 \leq l \leq 25$
- $45 \leq l_1 \leq 60$
- $10.5 \leq l_2 \leq 30$

以上尺寸的单位为 mm。为了保证支腿不超出动平台并保证结构对称性，令 $0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$ 。

为了保证与柔铰联接的刚性杆的强度，令 $(2 \times r + t) \times 2.5 \leq l_2$ 。

将上述优化模型通过 Matlab 的 GA 工具箱实现，鉴于遗传算法的特点，采用随机初值进行优化，得到优化尺寸结果后根据加工条件进行取整修正。由于遗传算法具有一定随机性，可有多个优化尺寸方案可供选择，出于对柔铰的保护，选择柔铰尺寸较大的方案，最终得到表 1 中的结构尺寸。

4 有限元分析及实验验证 (FEA and experimental validations)

根据优化结果建立微动台 3 维模型，首先通过有限元进行检验，然后制造样机并进行实验研究。

为了研究柔铰尺寸对支腿放大比的影响, 进行了两种柔铰尺寸方案的对比研究。

4.1 仿真分析

根据优化结果, 在 ANSYS Workbench 中建立微动台静力学分析系统, 使用 65Mn (GB/T 1222-2007) 作为分析及制造的材料, 微动平台的主要尺寸及所用材料属性见表 1, 其中 w 为平面柔顺支腿及动平台的板材厚度, 其他参数如图 3 及图 4 所示。有限元分析中省去压电陶瓷驱动器, 采用默认网格划分方法, 在柔铰处加密网格, 网格划分如图 5(a) 所示, 在输入端施加垂直位移作为激励。研究过程中发现装配体形式与单个零件形式的微动台 3 维模型在有限元中的分析结果相近, 本文给出了后者的仿真结果。

表 1 微动台结构尺寸及材料属性

Tab.1 Dimension parameters and material characteristics of the micropositioner

机构尺寸/mm	机构尺寸/mm	尺寸及材料属性
l_1	60	t 0.5 $\theta / (^\circ)$ 0
l_2	15	r 2 E / GPa 211
d	150	l 19.6 σ / MPa 430
l_4	10	D 3 μ / l 0.288
l_{45}	5.25	w 16.4 $\rho / (\text{kg}/\text{m}^3)$ 7.82×10^3

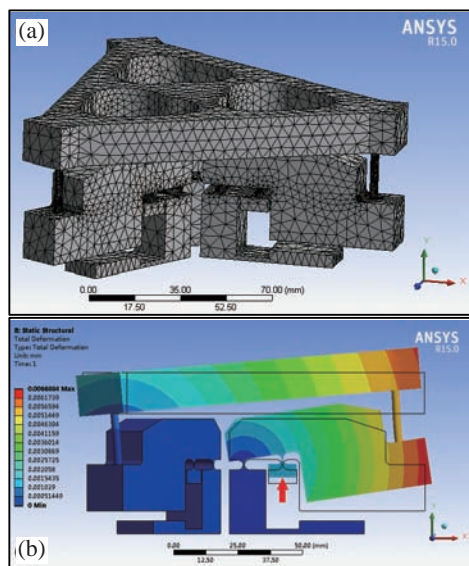


图 5 有限元分析

Fig.5 Finite element analysis

仿真中, 仅在一个输入端施加垂直位移约束, 两个未激励输入端为自由状态, 图 5(b) 所示为单个输入端受 $21 \mu\text{m}$ 激励时的变形云图, 可看出两只未激励支腿的变形可忽略不计, 动平台可实现空间偏摆定位。此时动平台上测量点 A 理论垂直位移为 $83.852 \mu\text{m}$, 仿真值为 $82.878 \mu\text{m}$ 。

修改表 1 中柔铰尺寸为 $r = 5.25 \text{ mm}$ 及 $D = 5 \text{ mm}$, 保持结构及其他尺寸不变, 得到样机 2, 按照同样步骤进行仿真, 此时测量点 A 理论垂直位移为 $82.422 \mu\text{m}$, 仿真值为 $81.018 \mu\text{m}$, 有限元仿真结果与理论计算的误差小于 4%, 验证了静力学模型的可行性, 且可知此时的柔铰尺寸改变对支腿位移放大作用影响较小, 但柔铰尺寸增大后机构强度也得到增大。

4.2 实验研究

经过有限元仿真的验证制造出试验样机, 所有零件均从一块弹簧钢 (65Mn) 板材中通过线切割制造得到。建立图 6 所示实验系统, 实验在隔振台上进行, 使用 3 个压电陶瓷 (芯明天 Pst150/1010/20) 作为致动器, 可产生最大 $21 \mu\text{m}$ 的输入; 使用 3 个侧向电感位移传感器 (中原量仪 DGC-6PG/A) 检测输入端位移, 在测微仪 (中原量仪 DGB-5B) 中显示测量值, 检测精度 $0.05 \mu\text{m}$, 回弹力小于 0.2 N ; 使用激光位移传感器 (基恩士 LK-G30) 测量动平台测量点垂直位移, 通过控制器 (基恩士 LK-G3001) 在计算机中显示测量数据。



图 6 实验系统实物图

Fig.6 Photograph of the experiment setup

分别在 3 个输入端激励多组位移, 通过激光位移传感器测量各圆柱柔铰顶点的垂直位移, 实验经过 10 次重复后取平均值, 结果见图 7。由于存在加工及装配误差, 3 只支腿对输入的放大作用存在差异, 样机 1 和样机 2 结果相近, 在输入端最大位移为 $21 \mu\text{m}$ 时, 动平台上 3 点的垂直位移在 $81 \mu\text{m} \sim 83 \mu\text{m}$ 之间, 在整个加载过程中实验与理论值的最大误差小于 12%, 实验与有限元仿真及理论计算较吻合, 验证了分析及优化模型的有效性。

5 结论 (Conclusion)

本文设计了基于平面柔顺机构的 θ_x, θ_y, Z 微动台, 通过静力学分析得到平面柔顺支腿将输入端位移

传递至动平台测量点的表达式,建立起结构尺寸与微动台定位性能的关系,基于遗传算法对机构尺寸及支腿布置进行了优化,根据优化结果对两台有相同结构、不同柔铰尺寸的样机进行了有限元仿真及实验研究,有限元仿真与理论计算的误差小于4%,实验结果与理论计算的最大误差小于12%,验证了分析模型及优化过程的可行性。由于圆柱柔铰仍然会引入较多装配误差,因此下一步将探寻更优的结构方案,并在考虑动力学性能的同时进行优化设计,以满足高速高精度的应用要求。

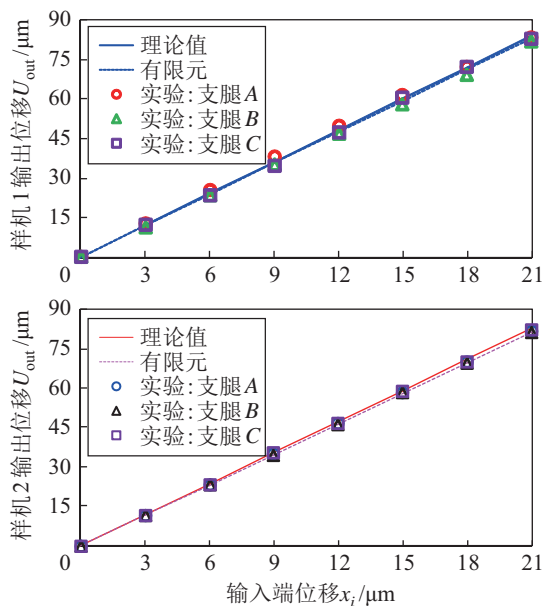


图7 样机1及样机2的位移结果

Fig.7 Displacement results of prototype 1 and prototype 2

参考文献 (References)

- [1] 付锦江, 颜昌翔, 刘伟, 等. 快速控制反射镜两轴柔性支撑平台刚度优化设计[J]. 光学精密工程, 2015, 23(12): 3378-3386.
Fu J J, Yan C X, Liu W, et al. Stiffness optimization of two-axis flexible supporting platform for fast steering mirror[J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(12): 3378-3386.
- [2] Du Z, Su Y, Yang W, et al. Note: A piezo tip/tilt platform: Structure, kinematics, and experiments[J]. Review of Scientific Instruments, 2014, 85(4): No.046102.
- [3] Lobontiu N. Compliant mechanisms: Design of flexure hinges[M]. Boca Raton, USA: CRC Press, 2002: 472.
- [4] 王华, 张宪民. 整体式空间3自由度精密定位平台的优化设计与试验[J]. 机械工程学报, 2007, 43(3): 66-71.
Wang H, Zhang X M. Optimal design and experimental research for monolithic space 3-DOF precise positioning stage[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(3): 66-71.
- [5] Kim H, Kim J, Ahn D, et al. Development of a nanoprecision 3-DOF vertical positioning system with a flexure hinge[J]. IEEE Transactions on Nanotechnology, 2013, 12(2): 234-245.
- [6] 栾玉亮, 荣伟彬, 孙立宁. 基于有限元方法的3-PPSR大长径比柔性并联机器人刚度模型分析[J]. 机器人, 2014, 36(6): 730-736.
Luan Y L, Rong W B, Sun L N. Analysis on stiffness model of 3-PPSR flexible parallel robot with high aspect ratio based on finite element method[J]. Robot, 2014, 36(6): 730-736.
- [7] 王赞, 姚志远, 耿冉冉. 直线超声电机驱动的并联微操作手的结构设计[J]. 机器人, 2015, 37(5): 573-580.
Wang Y, Yao Z Y, Geng R R. Structure design of a parallel micromanipulator driven by linear ultrasonic motors[J]. Robot, 2015, 37(5): 573-580.
- [8] Reymond C, Le Gall B, Mohamed B. Ultra-high precision robotics: A potentially attractive area of interest for MM and IFToMM[M]//Technology Developments: The Role of Mechanism and Machine Science and IFToMM. Berlin, Germany: Springer, 2011: 439-450.
- [9] Kim H S, Cho Y M. Design and modeling of a novel 3-DOF precision micro-stage[J]. Mechatronics, 2009, 19(5): 598-608.
- [10] Lee H J, Kim H C, Kim H Y, et al. Optimal design and experiment of a three-axis out-of-plane nano positioning stage using a new compact bridge-type displacement amplifier[J]. Review of Scientific Instruments, 2013, 84(11): No.115103.
- [11] Du Z J, Shi R C, Dong W. A piezo-actuated high-precision flexible parallel pointing mechanism: Conceptual design, development, and experiments[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2014, 30(1): 131-137.
- [12] Tian Y, Shirinzadeh B, Zhang D, et al. Modelling and analysis of a three-revolute parallel micro-positioning mechanism[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2011, 225(5): 1273-1286.
- [13] 叶果, 李威, 王禹桥, 等. 柔性桥式微位移机构位移放大比特性研究[J]. 机器人, 2011, 33(2): 251-256.
Ye G, Li W, Wang Y Q, et al. Analysis on displacement amplification ratio of a flexible bridge-type micro-displacement mechanism[J]. Robot, 2011, 33(2): 251-256.
- [14] Lobontiu N. Compliance-based matrix method for modeling the quasi-static response of planar serial flexure-hinge mechanisms[J]. Precision Engineering - Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology, 2014, 38(3): 639-650.
- [15] 余跃庆, 周鹏. 柔顺机构PR伪刚体模型[J]. 北京工业大学学报, 2013, 39(5): 641-647.
Yu Y Q, Zhou P. PR pseudo-rigid-body model of compliant mechanisms[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2013, 39(5): 641-647.
- [16] Shi R C, Dong W, Du Z J. Design methodology and performance analysis of application-oriented flexure hinges[J]. Review of Scientific Instruments, 2013, 84(7): No.75005.
- [17] 杜志元, 闫鹏. 基于桥式放大机构的柔顺微定位平台的研究[J]. 机器人, 2016, 38(2): 185-192.
Du Z Y, Yan P. Analysis on compliant micro positioning stage based on bridge-type amplification mechanism[J]. Robot, 2016, 38(2): 185-192.

作者简介:

魏华贤 (1989-), 男, 博士生. 研究领域: 微操作并联机器人.

李威 (1964-), 男, 博士, 教授. 研究领域: 机电系统智能控制, 微机电系统设计及应用.

杨雪锋 (1979-), 男, 博士, 副教授. 研究领域: 微机电系统设计及应用.