一　简谐运动

1 机械振动

物体或物体的某一部分在一定位置附近来回往复的运动

平衡位置

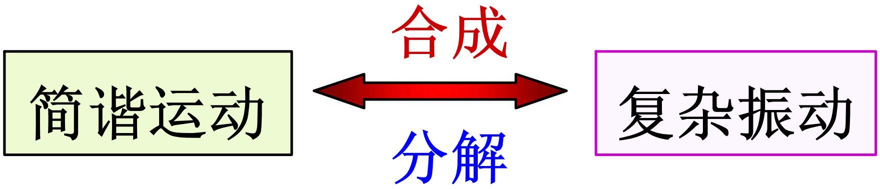
实例:

心脏的跳动，钟摆，乐器，　地震等

9-1 简谐运动 振幅 周期和频率 相位

2 简谐振动

◆ **简谐运动** 最简单、最基本的振动



简谐运动

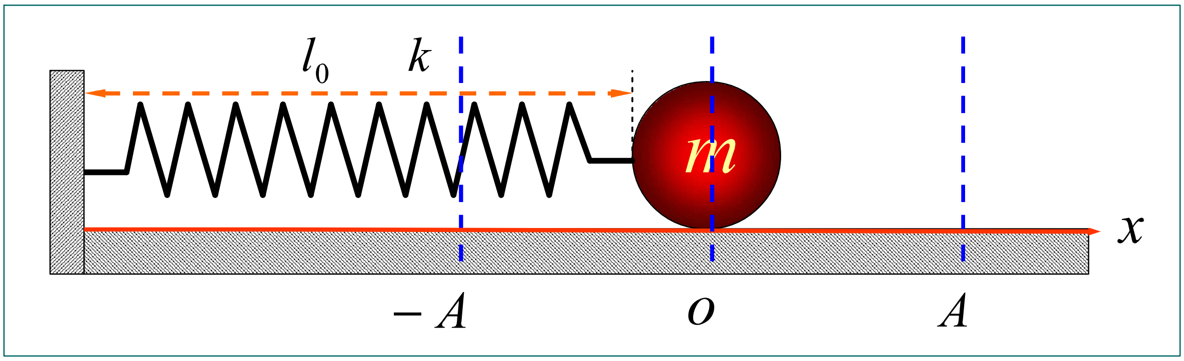
合成

分解

复杂振动

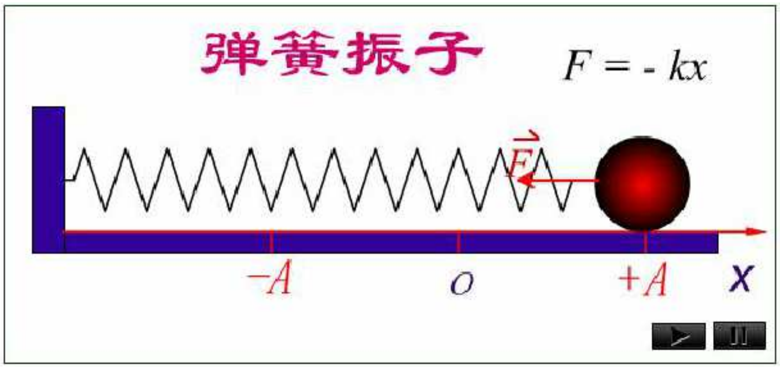
谐振子 作简谐运动的物体

◆ 弹簧振子的振动



$$x = 0 \quad F = 0$$

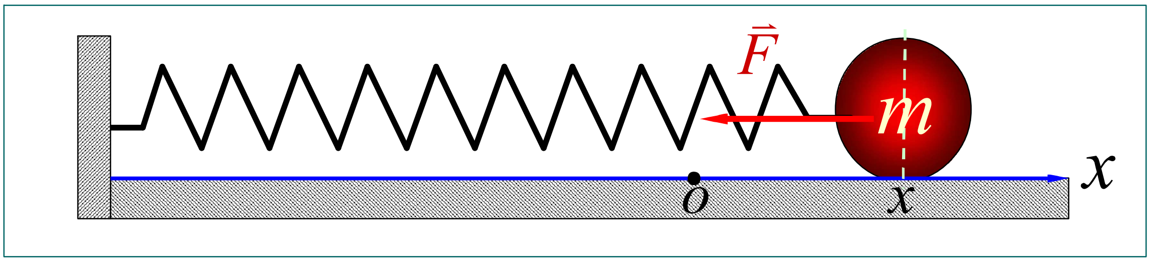
9-1 简谐运动 振幅 周期和频率 相位



振动的成因：

回复力+惯性

3 弹簧振子的运动分析



$$F = -kx = ma$$

令 $\omega^2 = \dfrac{k}{m}$

得 $\dfrac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 x$

即 $a = -\omega^2 x$

简谐运动的特征：加速度 a 与位移的大小 x 成正比，方向相反

解方程

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 x$$

简谐运动的微分方程

设初始条件为:

$t = 0$ 时，$x = x_0$ ，$v = v_0$

解得 $x = \boxed{A}\cos(\omega t + \boxed{\varphi})$ $\longleftarrow$ 简谐运动方程

积分常数，根据初始条件确定

9-1 简谐运动 振幅 周期和频率 相位

由 $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ ← 简谐运动方程

得 $v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$

$$a = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$$

其中 $$\begin{cases} A = \sqrt{x_0^2 + \left(\dfrac{v_0}{\omega}\right)^2} \\ \varphi = \arctan\left(-\dfrac{v_0}{\omega x_0}\right) \end{cases}$$

9-1 简谐运动 振幅 周期和频率 相位

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

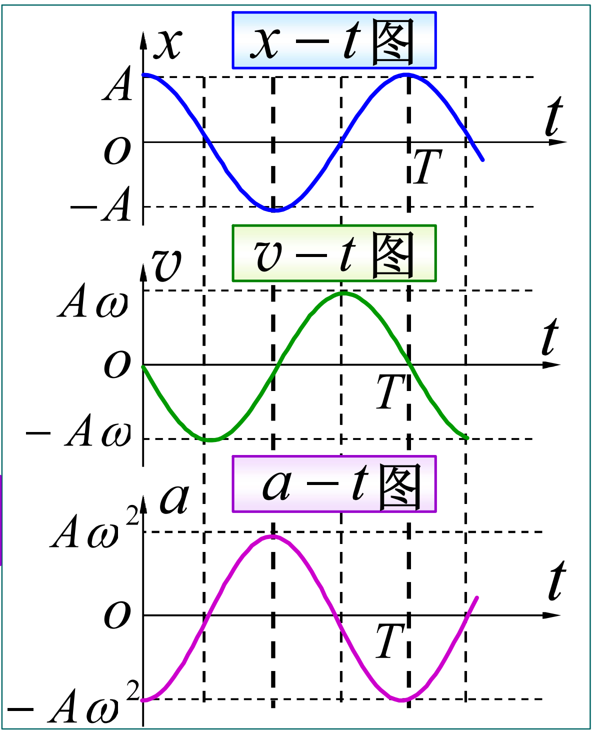
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$ 取 $\varphi = 0$

$$\boxed{v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)}$$

$$= A\omega\cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

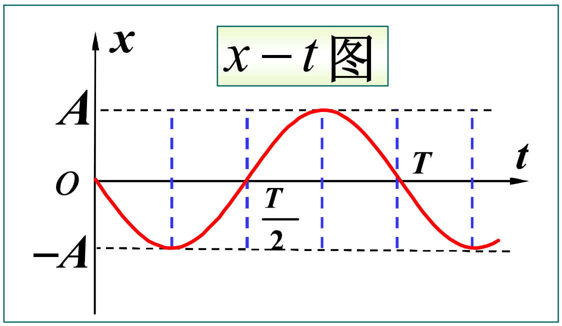
$$\boxed{a = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)}$$

$$= A\omega^2\cos(\omega t + \varphi + \pi)$$



简谐运动方程

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) = A\cos(\frac{2\pi}{T}t + \varphi)$$



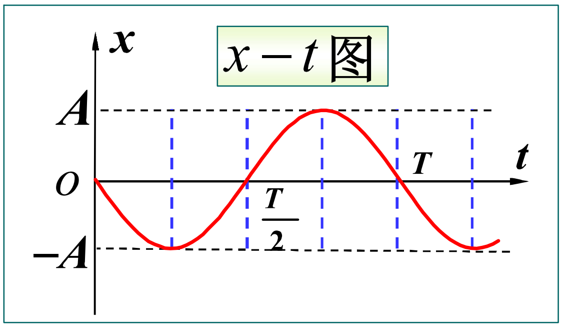
二 振幅

$$A = |x_{\max}|$$

三 周期、频率

$$x = A\cos(\omega t+\varphi) = A\cos[\omega(t+T)+\varphi]$$

◆ 周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$



注意

弹簧振子周期

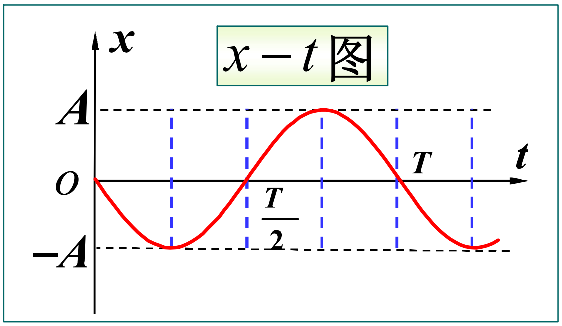
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

9-1 简谐运动 振幅 周期和频率 相位

$$x = A\cos(\omega t+\varphi) = A\cos[\omega(t+T)+\varphi]$$

- **频率** $\nu = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$
- **圆频率**

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$



周期和频率仅与振动系统本身的物理性质有关

9-1 简谐运动 振幅 周期和频率 相位

例如，心脏的跳动80次/分

周期为 $$T=\frac{1}{80}(\min)=\frac{60}{80}(\mathrm{s})=0.75\ \mathrm{s}$$

频率为 $$\nu=1/T=1.33\ \mathrm{Hz}$$

动物的心跳频率(参考值,单位:Hz)

大象	0.4~0.5	马	0.7~0.8
猪	1~1.3	兔	1.7
松鼠	6.3	鲸	0.13

昆虫翅膀振动的频率（Hz）

雌性蚊子	355~415
雄性蚊子	455~600
苍　　蝇	330
黄　　蜂	220

四 相位 $\boxed{\omega t+\varphi}$

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

相　位　　$\Phi(t) = \omega t + \varphi$

初相位 φ　　$t = 0$时，$\Phi(t) = \varphi$

相位的意义: 表征任意时刻（t）物体振动状态．物体经一周期的振动，相位改变 2π ．

五 常数 A 和 φ 的确定

$$\begin{cases} x = A\cos(\omega t + \varphi) \\ v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

初始条件 $t = 0 \quad x = x_0 \quad v = v_0$

$$\begin{cases} A = \sqrt{x_0^2 + \dfrac{v_0^2}{\omega^2}} \\ \tan\varphi = \dfrac{-v_0}{\omega x_0} \end{cases}$$

对给定振动系统，周期由系统本身性质决定，振幅和初相由初始条件决定.

讨论

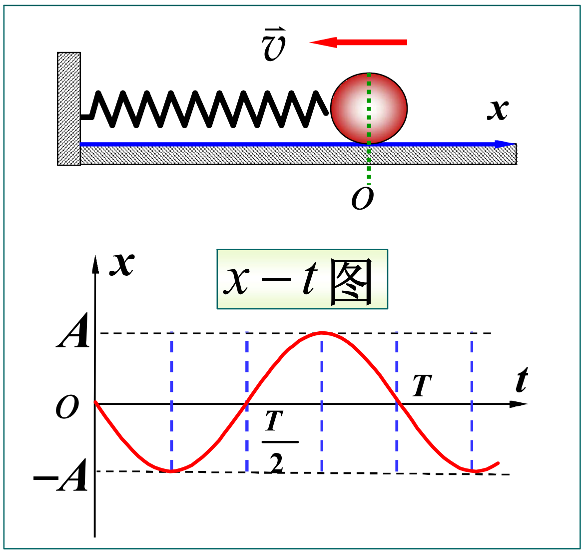
已知 $t=0, x=0, v_0<0$ 求 φ

$$0=A\cos\varphi \Rightarrow \varphi=\pm\frac{\pi}{2}$$

$$\because v_0=-A\omega\sin\varphi<0$$

$$\therefore \sin\varphi>0 \text{ 取 } \varphi=\frac{\pi}{2}$$

$$x=A\cos(\omega t+\frac{\pi}{2})$$



本章目录

选择进入下一节：

9-0 教学基本要求
9-1 简谐运动 振幅 周期和频率 相位
9-2 旋转矢量
9-3 单摆和复摆
9-4 简谐运动的能量
9-5 简谐运动的合成

END