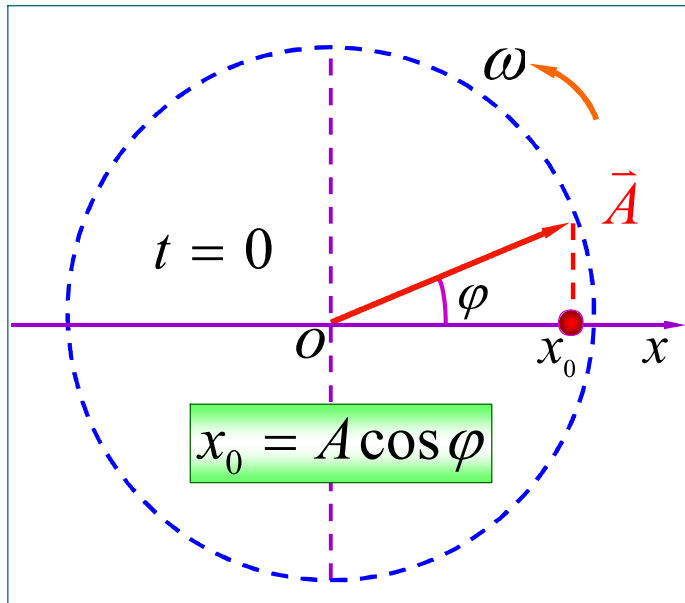
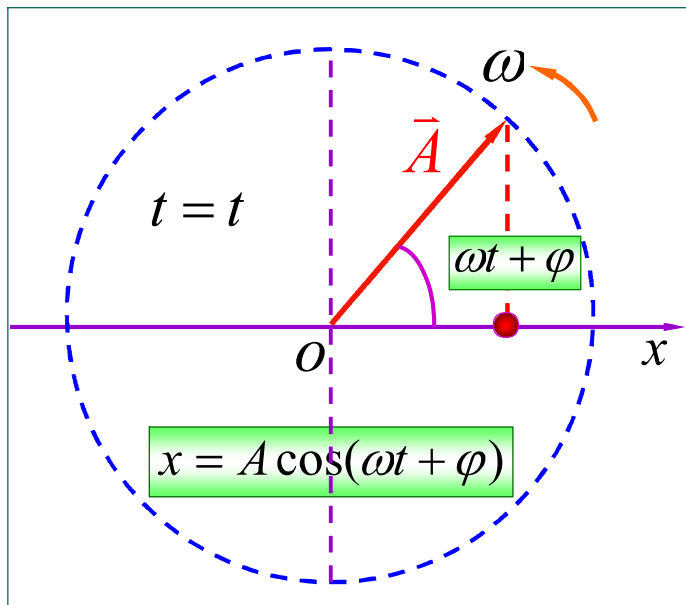


旋转矢量



自 Ox 轴的原点 O 作一矢量 \vec{A} ，使它的模等于振动的振幅 A ，并使矢量 \vec{A} 在 Oxy 平面内绕点 O 作**逆时针**方向的匀角速转动，其角速度 ω 与振动频率相等，这个矢量就叫做**旋转矢量**。

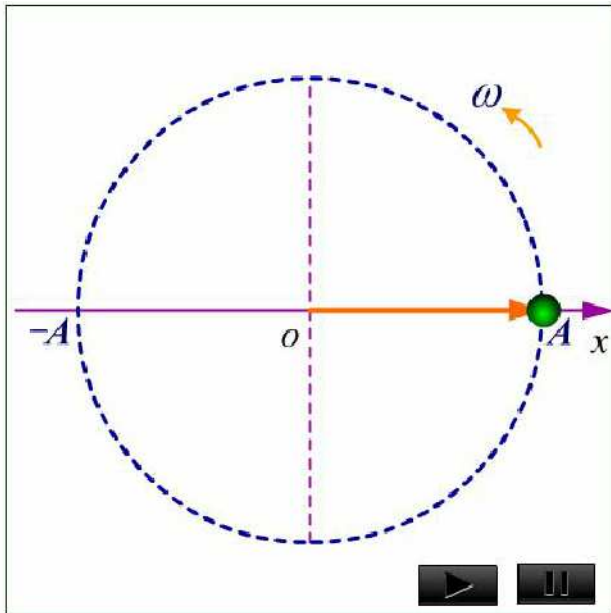




以 O 为原点旋转矢量 \vec{A} 的端点在 x 轴上的投影点的运动为简谐运动.

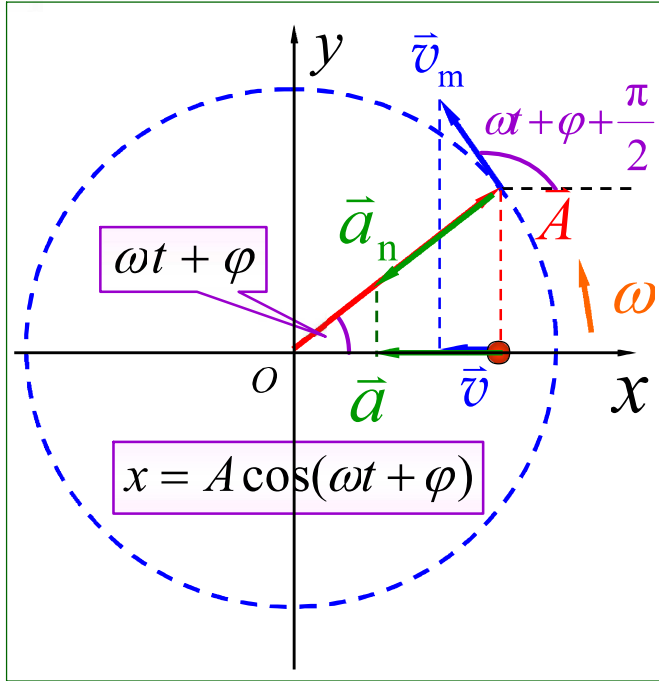


$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$



以 O 为原点旋转矢量 \vec{A} 的端点在 x 轴上的投影点的运动为简谐运动.





$$v_m = A\omega$$

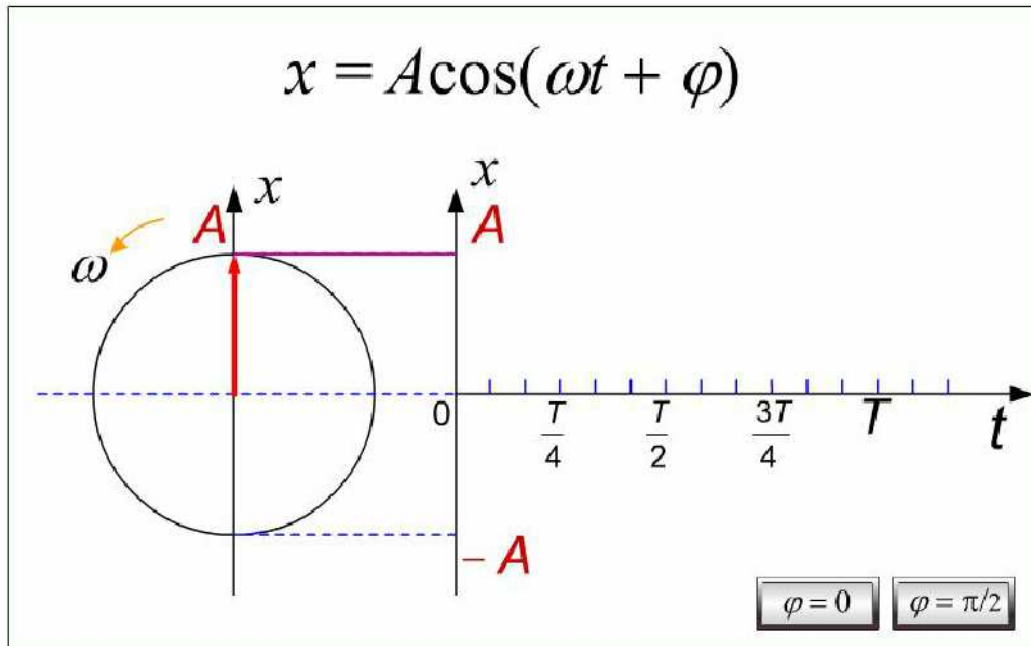
$$v = -A\omega \cos(\omega t + \varphi)$$

$$a_n = A\omega^2$$

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$$



用旋转矢量图画简谐运动的 $x - t$ 图



讨论

▶ 相位差：表示两个相位之差

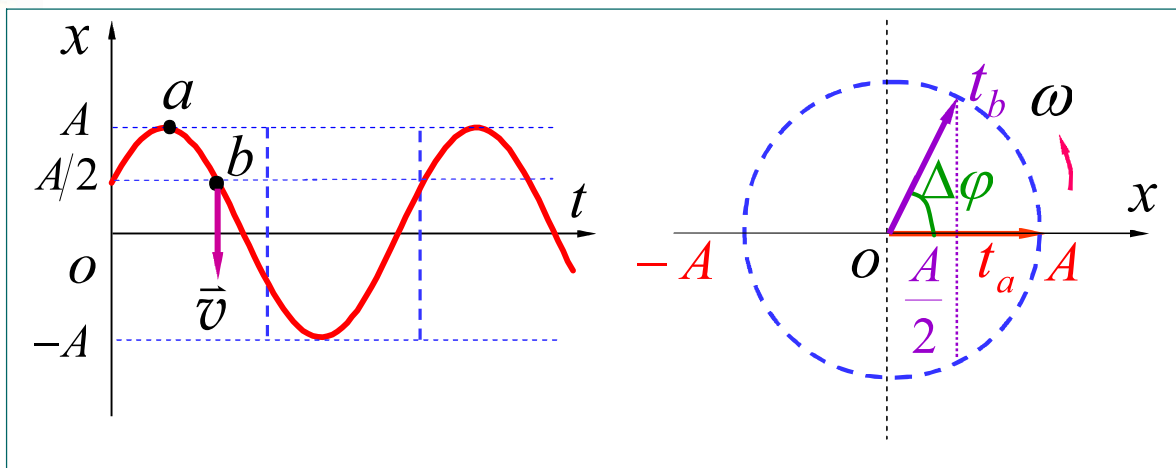
(1) 对同一简谐运动，相位差可以给出两运动状态间变化所需的时间。

$$x_1 = A \cos(\omega t_1 + \varphi) \quad x_2 = A \cos(\omega t_2 + \varphi)$$

$$\Delta\varphi = (\omega t_2 + \varphi) - (\omega t_1 + \varphi)$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\Delta\varphi}{\omega}$$





$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{3} \quad \Delta t = \frac{\pi/3}{2\pi} T = \frac{1}{6} T$$



(2) 对于两个同频率的简谐运动，相位差表示它们间步调上的差异（解决振动合成问题）。

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

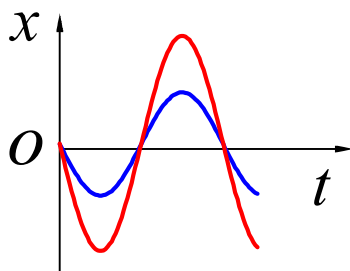
$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

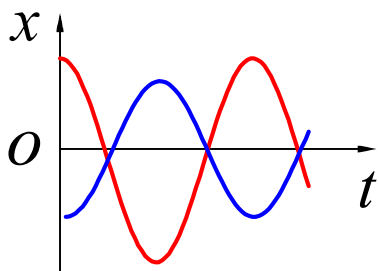


$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

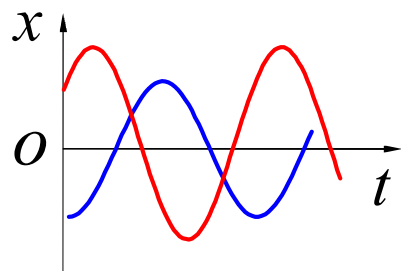
$\Delta\varphi = 0$ 同步



$\Delta\varphi = \pm\pi$ 反相

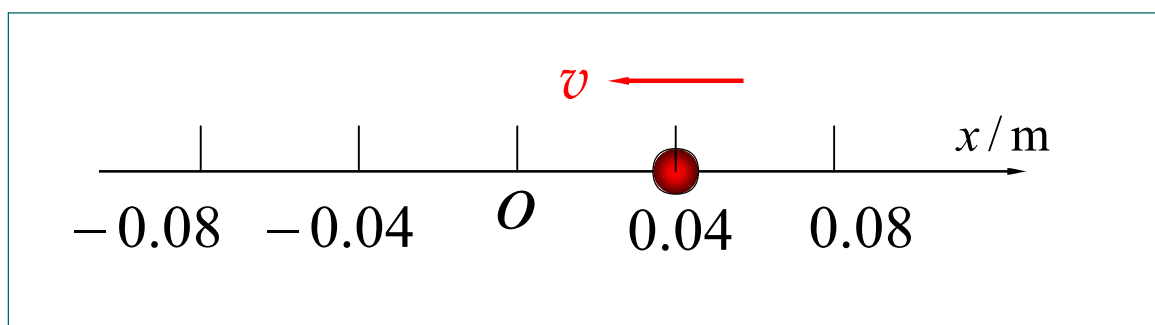


$\Delta\varphi$ 为其它 { 超前
落后



例 一质量为 0.01 kg 的物体作简谐运动，其振幅为 0.08 m ，周期为 4 s ，起始时刻物体在 $x=0.04\text{ m}$ 处，向 ox 轴负方向运动（如图）。**试求**

(1) $t=1.0\text{ s}$ 时，物体所处的位置和所受的力；



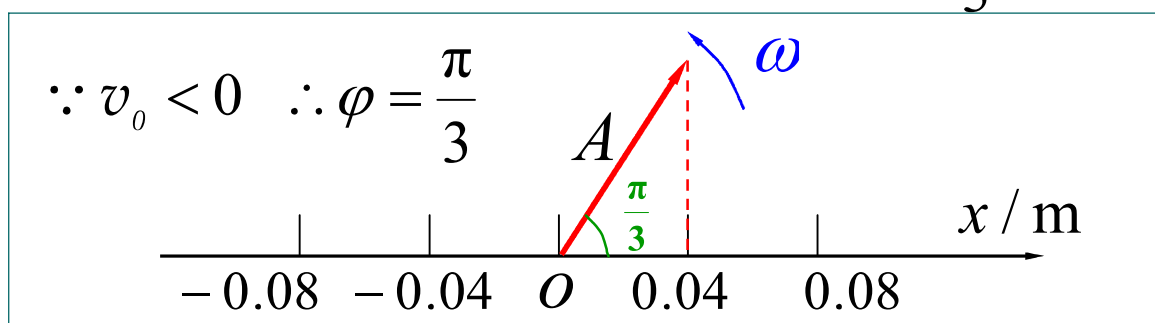
已知 $m = 0.01 \text{ kg}$, $A = 0.08 \text{ m}$, $T = 4 \text{ s}$

$t = 0$, $x = 0.04 \text{ m}$, $v_0 < 0$ 求 (1) $t = 1.0 \text{ s}$, x , F

解 $A = 0.08 \text{ m}$ $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \text{ s}^{-1}$

$t = 0$, $x = 0.04 \text{ m}$

代入 $x = A \cos(\omega t + \varphi) \longrightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{3}$



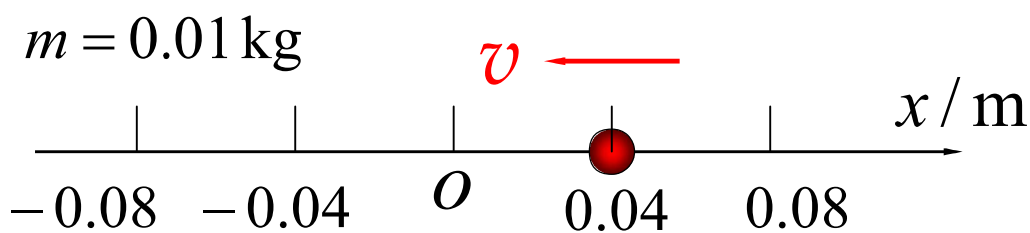
$$\because \varphi = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore x = 0.08 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right)$$

可求 (1) $t = 1.0 \text{ s}$, x , F

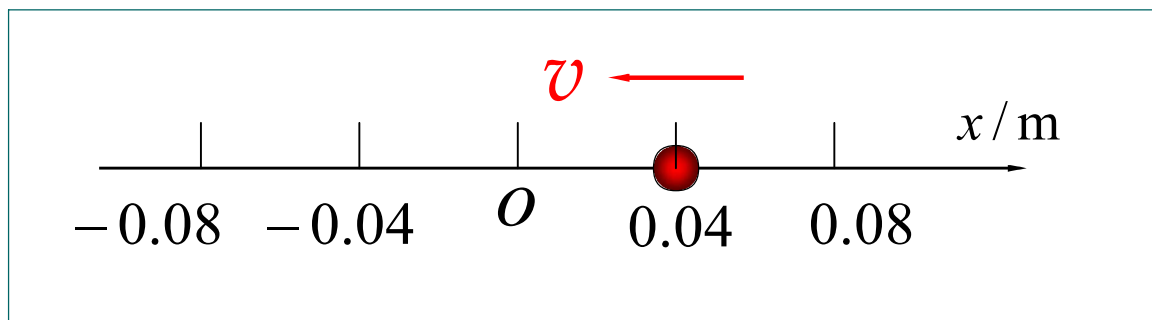
$t = 1.0 \text{ s}$ 代入上式得 $x = -0.069 \text{ m}$

$$F = -kx = -m\omega^2 x = 1.70 \times 10^{-3} \text{ N}$$



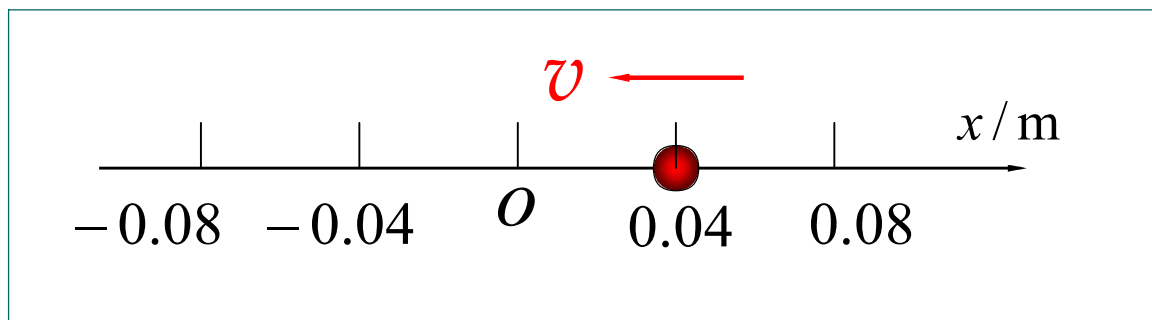
(2) 由起始位置运动到 $x = -0.04$ m处所需的最短时间.

法一 设由起始位置运动到 $x = -0.04$ m处所需的最短时间为 t

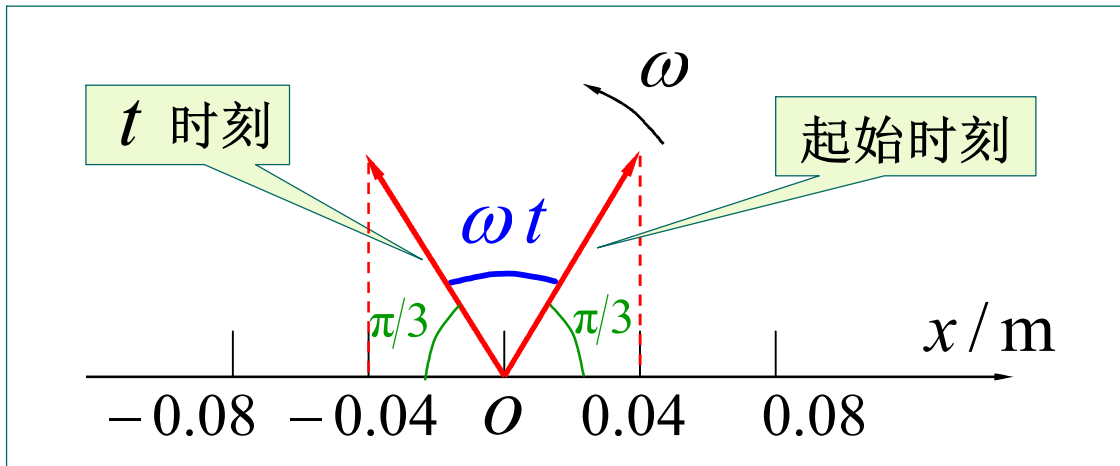


$$x = 0.08 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow -0.04 = 0.08 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$t = \frac{\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{\pi}{3}}{\pi/2} = \frac{2}{3} = 0.667 \text{ s}$$



法二



$$\omega t = \frac{\pi}{3} \quad \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \quad t = \frac{2}{3} = 0.667 \text{ s}$$



选择进入下一节:

- 9-1 简谐运动 振幅 周期和频率 相位
- 9-2 旋转矢量
- 9-3 单摆和复摆
- 9-4 简谐运动的能量
- 9-5 简谐运动的合成
- 9-6 阻尼振动 受迫振动 共振

