

文章编号: 1000-4750(2017)06-0017-11

考虑时效损伤劣化的变参数非线性蠕变损伤模型

蒲成志¹, 曹平², 张春阳^{2,3}, 章求才¹

(1. 南华大学核资源工程学院, 湖南, 衡阳 421001; 2. 中南大学资源与安全工程学院, 湖南, 长沙 410083;

3. 武汉理工大学资源与环境工程学院, 湖北, 武汉 430070)

摘 要: 应力长期作用下岩体内部损伤不断累积、扩展, 导致部分承载单元丧失承载能力, 使得岩体内部真实应力强度大于表观应力。该文以流变学理论为基础, 将损伤因子引入弹性元件及黏性元件中, 给出弹性损伤元件及黏性损伤元件的蠕变特征方程, 用以描述持荷过程中由于损伤累积而呈现出蠕变与时间相关的非线性变形特征; 然后以弹性损伤元件及黏性损伤元件的蠕变特征方程为基础, 给出考虑损伤效应的经典组合模型的蠕变状态方程, 并依据稳定蠕变过程中蠕变变形的组成特征, 构建了用于描述软岩稳定蠕变的五元件变参数非线性蠕变损伤模型, 同时给出了蠕变损伤组合模型的蠕变变形特征方程; 最后以江西东乡铜矿砂质页岩稳定蠕变阶段实验数据为基础, 分析并验证了蠕变损伤模型在描述软岩非线性蠕变特征方面的准确性及适用性, 拟合结果表明: 引入损伤因子的蠕变模型元件, 能够很好的描述蠕变的时效-非线性特征。

关键词: 稳定蠕变; 损伤因子; 损伤元件, 时效-非线性; 蠕变损伤模型

中图分类号: TU45 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2015.12.0967

VARIABLE PARAMETERS NONLINEAR CREEP DAMAGE MODEL OF ROCK WITH CONSIDERATION OF AGING, DAMAGE AND DETERIORATION

PU Cheng-zhi¹, CAO Ping², ZHANG Chun-yang^{2,3}, ZHANG Qiu-cai¹

(1. School of Nuclear Resources Engineering, University of South China, Hengyang, Hunan 421001, China;

2. School of Resource and Safety Engineering, Central South University, Changsha, Hunan 410083, China;

3. School of Resources and Environment Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan, Hubei 430070, China)

Abstract: The loss in bearing capability of partial bearing elements, which are subjected to the loads in the long-term, will be induced by the accumulation and development of internal damage. Because of the above phenomenon, the actual stress strength in internal parts of rocks is usually higher than the apparent stress strength. Based on rheology theory, the damage factor is introduced into the elastic and viscous elements. The creep equations of elastic-damage and viscous-damage element, which are used to depict the time-depending nonlinear characteristics of creep caused by damage accumulation in the process with constant loading, is proposed. Then, based on the characteristic creep equations of elastic-damage and viscous-damage elements, the creep equation of state of the classical combined model, where damage effects have been considered, is proposed. According to component characteristics of creep in the steady creep state, the nonlinear creep-damage model, which is characterized by five-element parameters, has been established and used to depict the steady creep of soft rock. At the same time, the characteristic equation of the combined model, which is characterized by creep damage, has

收稿日期: 2015-12-07; 修改日期: 2016-04-13

基金项目: 国家自然科学基金项目(51404179); 南华大学校级创新团队计划项目(NHCXTD04); 南华大学博士启动基金项目(2014XQD09)

通讯作者: 章求才(1980—), 男, 江西人, 讲师, 博士, 主要从事岩土工程技术方面的研究工作(E-mail: 993346194@qq.com).

作者简介: 蒲成志(1986—), 男, 山东人, 讲师, 博士, 主要从事岩土工程方面的理论和实验研究工作(E-mail: puchengzhi@foxmail.com);

曹平(1959—), 男, 湖南人, 教授, 博士, 主要从事岩土工程方面的理论研究工作(E-mail: pcao_csu@sina.com);

张春阳(1981—), 男, 湖南人, 讲师, 博士, 主要从事采矿工程方面的理论研究工作(E-mail: 178455716@qq.com).

also been established. Finally, based on the experimental data in steady creep stage conducted on the sandy shale from the Dongxiang copper mine in Jiangxi, analysis of the accuracy and feasibility of the combined model, which is used to depict the nonlinear creep characteristics of soft rocks, is conducted. The results of curve-fitting show that the aging-nonlinear characteristics can be depicted satisfactorily by introducing the damage factor into the creep elements.

Key words: steady creep; damaged factor; damaged components; aging-nonlinear; creep damaged model

岩石的流变性是指岩石在力、温度、辐射等条件下呈现的与时间有关的变形、流动和破坏等性质,即时间效应^[1]。1948年,陈宗基开辟了国内岩石流变学研究的先河,并以流变学的基本观点对各种岩石力学问题进行了一系列的研究工作^[2]。在岩石流变实验与理论研究工作中,基于基本流变元件的不同串并联组合模型,对许多岩石的蠕变规律给出了合理而有效的表述,并将组合模型用于实际问题的分析。这种模型理论研究中一般把本构模型的力学参数(如弹性模量、黏滞系数、屈服强度等)假定为不变的常数,因此人们将其称为线性模型。但实际上,由于岩体材料固有的复杂性,其力学参数随时间变化的特征十分明显,采用非线性的流变模型代替传统的线性流变模型来描述岩体的变形特征,将能更准确的预测工程岩体的时效非线性变形特征^[3]。一般来说,建立岩石非线性流变模型的方法主要有两种:一是设计新的非线性流变元件代替常规的线性流变元件,建立能描述岩石非线性变形特征的流变模型;二是引入新的理论,如内时理论、断裂及损伤力学理论等,建立岩石流变本构模型^[4]。其中前者常用来建立能够描述岩石加速蠕变阶段的非线性模型,如邓荣贵等^[5]、曹树刚等^[6]、陈沅江等^[7]、徐卫亚等^[4]、蒋昱州等^[8]、李良权等^[9]建立的非线性加速蠕变体;康永刚等^[10]基于非牛顿流体的幂律函数形式提出了修正凯尔文体模型;赵延林等^[11]与高赛红等^[12]基于线性流变模型分析岩石蠕变数据时发现,模型参数的非线性并不仅仅体现在岩石的加速蠕变阶段,在稳定蠕变阶段同样存在。第二种方法则为建立全时参数非线性蠕变模型提供了可能;陈沅江等^[13]基于内时理论建立了软岩的内时流变本构方程;沈才华等^[14]基于应变能理论,采用 Perzyna 黏塑性理论与西原模型相结合,建立了能够描述蠕变全过程的统一本构模型;而损伤力学理论则是建立岩石非线性蠕变损伤模型的最常用方法^[15-20]。

尤明庆^[21]在其讨论稿中提出:确定某一应力状

态下工程的预期寿命,或者工程达到预期寿命所能允许的最大载荷,是岩土工程流变理论研究的关键。而稳定蠕变阶段参数非线性的准确描述和定义,是进行这方面研究的关键。许宏发^[22]最早注意到岩石蠕变与弹模的时间效应关系,并给出了长期弹模与损伤变量之间的函数表达式,丁志坤等^[23]、张强勇等^[18]、Xu Tao 等^[24]、杨振伟等^[25]等对其进行了更为深入的研究和分析。

将损伤因子引入岩石蠕变组合模型中建立非线性的蠕变损伤模型,用以描述岩石在定常应力作用下的非线性变形规律,是一种行之有效的非线性蠕变模型构建方法^[18]。夏才初等^[26]在系统总结现有参数非线性理论流变力学模型及其建立方法基础上,指出了一些参数非线性理论流变模型和建立方法所存在的问题甚至错误,尤其是在线性参数非线性拟合方面。而在引入损伤因子来表达模型参数的非线性变形特征后,线性元件的本构关系同时转化为非线性,相应地蠕变状态方程也变为了更为复杂的非线性方程;同时,由于损伤因子的引入,使得模型的非线性本构方程表述也更为复杂,增大了蠕变状态方程的描述难度,这也是现阶段存在的主要问题。本文在蠕变损伤模型已有研究成果基础上,通过在基本流变元件中引入损伤因子,实现了线性元件的非线性化描述,并给出了弹性损伤元件及黏性损伤元件的本构方程及蠕变状态方程,同时对经典组合模型在考虑损伤效应时的非线性变形特征给予了描述,建立了用于描述稳定蠕变阶段的变参数非线性蠕变损伤模型,并结合江西东乡铜矿砂质页岩的蠕变数据,对蠕变损伤模型的适用性进行了研究与论证。通过本文的研究工作,期望能够在岩石非线性流变学研究领域实践一种新的方法和理论。

1 蠕变损伤因子

无论是蠕变量趋于稳定的村山体模型^[11]或 Kelvin 模型,还是蠕变速率趋于稳定的 Burgers 模

型或西原正夫模型,他们虽然都具有非线性蠕变特征,但是各组成元件的线性变形特征决定了其无法描述由时效损伤劣化带来的非线性变形规律,尤其是在加速蠕变阶段。当基于线性组合模型描述损伤劣化带来的非线性变形特征时,需要实现对组合模型中线性参数的非线性化描述。

由于蠕变实验涉及到两个基本变量:时间与应力,使得蠕变模型中弹性模量与黏滞系数均为应力与时间的函数,即 $E(\sigma, t)$ 与 $\eta(\sigma, t)$ 是流变参数的非线性化表达方式。当流变参数 E 与 η 仅是应力相关变量时(即 $E = E(\sigma)$ 与 $\eta = \eta(\sigma)$),表征在同一应力水平下流变参数为常数,此时视流变参数为线性,因此,是否与时间相关联,是衡量模型线性与否的关键。损伤力学认为:损伤因子是随加载历时的增加而变化的,它是应力与时间的函数,即 $D = D(\sigma, t)$,而当应力水平保持不变时,其仅为时间的函数。基于此,在线性元件或模型中引入损伤因子,视其为时效劣化的表征因素,可以实现线性元件或模型的参数非线性化描述,进而实现组合模型的非线性表达。

张强勇等^[18]在对许宏发^[22]岩石弹性模量时效弱化规律深入研究和分析的基础上,提出损伤演化方程的优化表达式,并将其应用于线性模型蠕变参数的非线性处理工作中,得到了变参数的蠕变损伤本构模型。笔者认为,这种基于损伤力学进行的变参数分析能够准确、全面地反映蠕变试验中岩石损伤的累积与耗散过程,尤其是将其用于衰减蠕变及稳定蠕变进程分析中,能够从模型和力学原理上解释黏性系数硬化机理。

损伤力学中,损伤因子 $D(t)$ 的定义主要有两种方法:一种是根据材料破损过程中有效受载面积的变化定义损伤变量;另一种是根据材料加载过程中弹性模量的变化定义损伤变量。其中第一种定义方法需要借助于分析设备时时监测试件加载过程中破损现象的发生,以定义有效承载面积;第二种则需要对循环加卸载数据进行处理,得到等时应力-应变曲线,以获得不同时刻试件的弹性模量。对比来讲,采用第二种方法能够更为方便地定义损伤变量。因此笔者定义损伤变量表达式为:

$$D(t) = 1 - \frac{E_t}{E_0} \quad (1)$$

式中: $D(t)$ 表征 t 时刻试件损伤因子; E_t 表征 t 时刻弹性模量; E_0 表征起始时刻试件弹性模量。朱昌

星等^[19]认为,岩石蠕变条件下的损伤由加载瞬时损伤和时效蠕变损伤两部分组成,而陈沅江等^[7]的瞬时塑性蠕变体可以描述瞬时加载对损伤的贡献,因此,本文重点考虑时效蠕变损伤部分。

张强勇等^[18]给出了形如式(2)所示的损伤演化方程:

$$D(t) = D_t = \frac{E_0 - E_\infty}{E_0} [1 - \exp(-\alpha t)] \quad (2)$$

式中: α/t^{-1} 为与损伤程度相关的系数; E_∞ 为稳定蠕变阶段试件长期弹性模量^[22]。

2 变参数蠕变损伤模型

2.1 基本流变模型元件的参数非线性化研究

基本流变模型元件中,能够实现参数非线性化处理的包括弹性元件和黏性元件,分别对应弹性模量 E 与黏滞系数 η 两个流变参数。依据式(2)可以得到相应地损伤元件流变参数的非线性表达式为:

$$\begin{cases} E(t) = E(1 - D_t) = E \frac{(E_0 - E_\infty) + E_\infty \exp(\alpha t)}{E_0 \exp(\alpha t)} \\ \eta(t) = \eta(1 - D_t) = \eta \frac{(E_0 - E_\infty) + E_\infty \exp(\alpha t)}{E_0 \exp(\alpha t)} \end{cases} \quad (3)$$

由式(3)可以看出,引入损伤因子表述模型元件非线性变形特征时,可以认为其基本流变参数仍然保持线性变形特征(即仅为应力 σ 的函数),非线性部分由引入的损伤因子来表征。采用这一方法处理线性元件非线性化问题时,物理意义明确,表述方式简洁。

2.1.1 弹性损伤元件

根据式(3)所示弹性损伤元件的弹性模量 $E(t)$ 的非线性表达式,可以得到考虑损伤时效劣化效应时弹性损伤元件的蠕变状态方程表达式为:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0 E_0 \exp(\alpha t)}{E[(E_0 - E_\infty) + E_\infty \exp(\alpha t)]} \quad (4)$$

式中, E 为弹性损伤元件的初始弹性模量。

式(4)表明,与常规弹性元件不同的是,由于弹性模量 E 是时间的函数,导致弹性损伤元件的应变随持荷时间的增加而增大,损伤因子的引入使得弹性损伤元件具有了应力松弛的特性。

同时可以得到弹性损伤元件的蠕变本构方程为:

$$\sigma(t) = E(t) \cdot \varepsilon \quad (5a)$$

设弹性损伤元件在 t_1 时刻开始保持应变变量 ε_1 不

变, 即 $\dot{\varepsilon} = 0$, 由式(5a)所示本构方程, 可以得到考虑时效损伤劣化效应的弹性损伤元件松弛方程表达式, 为:

$$\sigma(t) = \varepsilon_1 E \frac{(E_0 - E_\infty) + E_\infty \exp(\alpha t)}{E_0 \exp(\alpha t)} \quad (5b)$$

2.1.2 黏性损伤元件

同样地, 根据式(3)所示黏性损伤元件的黏滞系数 $\eta(t)$ 的非线性表达式, 可以得到考虑时效损伤劣化效应时黏性元件本构方程的非线性表达式为:

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \frac{\sigma}{\eta} \times \frac{E_0 \exp(\alpha t)}{(E_0 - E_\infty) + E_\infty \exp(\alpha t)} \quad (6)$$

式中, η 为黏性损伤元件的初始黏滞系数。

对式(6)中 ε 关于时间 t 求积分, 并满足 $t=0$ 时, $\varepsilon=0$; 得到黏性损伤元件的非线性蠕变状态方程:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0 E_0}{\eta \alpha E_\infty} \ln \left(\frac{(E_0 - E_\infty) + E_\infty \exp(\alpha t)}{E_0} \right) \quad (7)$$

2.2 经典组合流变模型的参数非线性化研究

张强勇等^[18]基于考虑时效损伤劣化的流变参数非线性变形特征, 给出了经典组合模型的蠕变状态方程, 但是其在表述组合模型的蠕变状态方程时, 仅仅将式(2)的前半部分代入线性表达式中, 这在弹性元件中尚可, 但是在黏性元件上, 由于黏滞系数表征的是蠕变速率, 为时间的一阶导数, 这时如果仅仅通过代换黏滞系数的表达式, 同样会犯夏才初等^[26]教授所提到的数学概念上的错误。

基于上述分析, 本文将弹性损伤元件及黏性损伤元件引入经典组合流变模型-村山体中, 进一步分析和描述考虑蠕变损伤效应后变参数非线性蠕变损伤模型所具有的独特变形特征, 同时为构建考虑时效损伤劣化效应的非线性黏弹塑性蠕变模型做准备, 并为今后从事非线性研究工作的学者提供参考和借鉴。

2.2.1 Kelvin 体损伤模型

经典 Kelvin 模型由弹性元件与黏性元件并联组成, 模型应变关系满足 $\varepsilon_1(t) = \varepsilon_2(t) = \varepsilon(t)$, 当引入损伤因子, 考虑时效损伤劣化带来的 Kelvin 体损伤模型非线性变形特征时, 由弹性元件带来的变形非线性等价于黏性元件蠕变非线性, 而弹性元件的时效损伤劣化与黏性元件无关, 仅与时间相关, 因此可以得到 Kelvin 体损伤模型的本构方程:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = E(t)\varepsilon + \eta(t) \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (8)$$

在常应力 σ_0 的作用下, 根据式(8)所示本构方程, 可以变形得到:

$$\sigma_2 = \eta(t) \frac{d\varepsilon}{dt} = \sigma_0 - E(t)\varepsilon \quad (9)$$

将式(3)代入式(9), 并注意初值条件: $\varepsilon(t=0) = 0$, $\varepsilon(t \rightarrow \infty) = (\sigma_0 / E_K) \times (E_0 / E_\infty)$; 可以得到 Kelvin 体损伤模型的蠕变状态方程为:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_K} \left(\frac{E_0 \exp(\alpha t)}{E_0 - E_\infty + E_\infty \exp(\alpha t)} - \exp\left(-\frac{E_K}{\eta_K} t\right) \right) \quad (10)$$

式中, E_K 与 η_K 为 Kelvin 损伤体初始弹性模量与黏滞系数。

式(10)表明: 考虑时效损伤劣化影响时的 Kelvin 体损伤模型具有与经典 Kelvin 模型相似的蠕变方程, 但是由于损伤因子的存在, 使得 Kelvin 体损伤模型的非线性蠕变特征有别于经典 Kelvin 模型。

表 1 直观地给出了 Kelvin 体损伤模型与经典 Kelvin 模型蠕变状态方程的差异性。在经典 Kelvin 模型中, 由于弹性元件及黏性元件的流变参数 E 与 η 均为常数, 使得模型蠕变最终趋近于一定值, 且其不随加载时间的延长而增大; 在 Kelvin 体损伤模型中, 由于弹性元件及黏性元件的流变参数 E 与 η 均为损伤因子的函数, 即与时间相关, 为非线性参数, 使得模型蠕变趋势趋近于一个非线性变量, 相比经典 Kelvin 模型, 根据式(10)所示, 其蠕变量相比经典 Kelvin 体为 E_0 / E_∞ 倍。

表 1 Kelvin 体损伤模型与经典 Kelvin 模型差异性对比
Table 1 Comparison of differences between Kelvin damaged model and classic Kelvin model

	经典 Kelvin 模型	Kelvin 体损伤模型	差异性
渐近线	$\frac{\sigma_0}{E}$	$\frac{\sigma_0}{E} \times \frac{E_0 \exp(\alpha t)}{E_0 - E_\infty + E_\infty \exp(\alpha t)}$	不相同
蠕变路径	$\exp\left(-\frac{E}{\eta} t\right)$	$\exp\left(-\frac{E}{\eta} t\right)$	相同

根据式(10)及经典 Kelvin 模型的蠕变方程可以绘制两种 Kelvin 模型的蠕变状态曲线及其渐近线, 通过蠕变曲线图能够更为直观的观察两者之间的差别。图 1 所示为基本流变参数相同条件下, 不同 Kelvin 模型的蠕变曲线。

观察图 1, Kelvin 体损伤模型的蠕变状态曲线,

黏性元件的蠕变量虽然在早期即接近于弹性元件初始蠕变量,但是由于时效损伤劣化作用的存在,使得弹性元件的蠕变量并没有保持为定值,而是随持荷时间的增加而缓慢增大,并在无限远处,损伤不再积累时保持为常量,因此其渐近线为一条具有较大曲率的曲线。而经典 Kelvin 模型的蠕变渐近线则为一条水平直线。

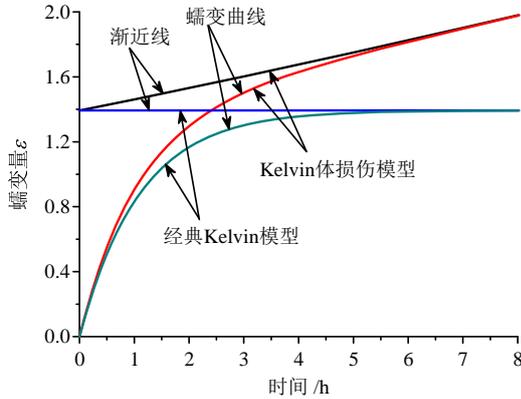


图1 不同 Kelvin 模型的蠕变曲线(绘图参数: $\sigma_0 = 5$; $E_1 = 3.59$; $\eta_1 = 3.95$; $E_0 = 3.85$; $E_\infty = 1.5$; $\alpha = 0.07$)
 Fig.1 Creep curves of Kelvin models with different creep characteristics (Plotting parameters: $\sigma_0 = 5$; $E_1 = 3.59$; $\eta_1 = 3.95$; $E_0 = 3.85$; $E_\infty = 1.5$; $\alpha = 0.07$)

Kelvin 体损伤模型在 t_1 时刻卸荷,此时式(8)的左边为 0,由于卸荷条件下,岩石损伤停止发展(即 D_t 保持常数),此时弹性元件与黏性元件的流变参数恢复为常数,因此, Kelvin 体损伤模型具有与经典 Kelvin 模型相同的卸荷路径,只是初值条件不同: $t = t_1$ 时, $\varepsilon = \varepsilon_1$, $E(t > t_1) = E(t_1)$, $\eta(t > t_1) = \eta(t_1)$; 此时可以得到 Kelvin 体损伤模型的卸荷方程为:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \times \exp\left(-\frac{E(t_1)}{\eta(t_1)}(t - t_1)\right) \quad (11)$$

式(11)表明: Kelvin 体损伤模型具有与经典 Kelvin 模型相同的卸荷路径。

岩石流变模型理论研究成果表明,经典 Kelvin 模型不具有应力松弛现象。但是由于 Kelvin 体损伤模型引入损伤因子的作用,根据图 1 也可看出:在应力保持不变的条件下(常应力蠕变曲线),模型蠕变量呈现缓慢增大的趋势,此时,若要保持模型蠕变量为常数,则需要不断卸载,因此,损伤因子的存在,使得 Kelvin 体损伤模型具有了应力松弛特征。

进一步分析 Kelvin 体损伤模型蠕变特征可以发现: Kelvin 体损伤模型保持应变为常量(应力松弛阶段)时,为保证黏性损伤元件的应变速率为零,模

型中的黏性损伤元件不能受力,因此 Kelvin 体损伤模型的松弛特征主要由弹性损伤元件的应力松弛来体现,即 Kelvin 体损伤模型的松弛方程与弹性元件相同,为式(5b)所示。

2.2.2 村山体损伤模型

经典村山体模型由 Kelvin 模型并联圣维南体组成。当引入损伤因子作用时,村山体模型中的弹性元件和黏性元件都进化为损伤体,因此,村山体损伤模型相当于圣维南体与 Kelvin 体损伤模型并联组合而成。根据组合模型蠕变规律,可以得到村山体损伤模型的本构方程为:

$$\begin{cases} \varepsilon = 0, & \sigma \leq \sigma_s \\ \sigma = \sigma_s + E(t)\varepsilon + \eta(t)\frac{d\varepsilon}{dt}, & \sigma > \sigma_s \end{cases} \quad (12)$$

根据式(12)所示村山体损伤模型的本构方程,结合式(10),可以得到村山体损伤模型的蠕变状态方程为:

$$\begin{cases} \varepsilon(t) = 0, & \sigma_0 \leq \sigma_c \\ \varepsilon(t) = \frac{(\sigma_0 - \sigma_c)}{E_c} \left(\frac{E_0 \exp(\alpha t)}{E_0 - E_\infty + E_\infty \exp(\alpha t)} - \exp\left(-\frac{E_c}{\eta_c} t\right) \right), & \sigma_0 > \sigma_c \end{cases} \quad (13a)$$

式中, E_c 与 η_c 为村山体损伤模型初始弹性模量与黏滞系数。

式(13a)即为考虑时效损伤劣化作用的村山体损伤模型蠕变状态方程。

同样地,村山体损伤模型中的圣维南体门槛值一般小于模型两端施加应力水平,本节下文的讨论均在此条件下完成。

特别地,当蠕变时间趋于无穷大,即蠕变趋于稳定时,式(13a)可以改写为:

$$\varepsilon = \frac{(\sigma - \sigma_c)E_0}{E_c E_\infty} \quad (13b)$$

根据村山体蠕变特征,考虑时效损伤作用时村山体损伤模型在 t_1 时刻产生的不可恢复黏塑性应变可以表示为:

$$\varepsilon_c^p(t_1) = \frac{\sigma_c}{E_c(t_1)} \quad (14a)$$

特别地,当 t_1 时刻模型应变量趋于稳定,即 $E_c(t_1)$ 趋近于 $E_c(\infty)$ 时,式(14a)可以改写为:

$$\varepsilon_c^p = \frac{\sigma_c}{E_c(\infty)} \quad (14b)$$

村山体损伤模型在恒载作用至 t_1 时刻时卸荷,此时,岩石损伤停止发展(即 D_1 保持常数),弹性元件与黏性元件的流变参数不再弱化,而保持常数,因此,村山体损伤模型具有与经典村山体模型相似的卸荷路径,只是弹性模型与黏滞系数的初值条件不同: $t = t_1$ 时, $E_c(t > t_1) = E_c(t_1)$, $\eta_c(t > t_1) = \eta_c(t_1)$ 。

村山体模型中,卸荷时能够恢复的应变只包含黏弹性应变,而黏塑性应变无法恢复,据此,基于式(13a)与式(14a),可以得到村山体损伤模型可恢复的黏弹性应变,进而得到村山体损伤模型的卸荷方程为:

$$\varepsilon(t) = (\varepsilon(t_1) - \varepsilon_c^p(t_1)) \exp\left(-\frac{E_c(t_1)}{\eta_c(t_1)}(t - t_1)\right) \quad (15a)$$

将式(15a)写成恢复黏弹性应变与时间的关系方程时,如下式所示:

$$\varepsilon(t) = \frac{(\sigma_0 - 2\sigma_c)}{E_c} \left(\frac{E_0 \exp(\alpha(t - t_1))}{E_0 - E_\infty + E_\infty \exp(\alpha(t - t_1))} - \exp\left(-\frac{E_c}{\eta_c}(t - t_1)\right) \right) \quad (15b)$$

根据式(14a),将式(3)代入后可以得到不可恢复黏塑性应变表示为:

$$\varepsilon_c^p = \frac{\sigma_c E_0 \exp(\alpha t)}{E_c (E_0 - E_\infty + E_\infty \exp(\alpha t))} \quad (16a)$$

特别地,当蠕变时间趋于无穷大,即蠕变趋于稳定时,式(16a)可以改写为:

$$\varepsilon_c^p = \frac{\sigma_c E_0}{E_c E_\infty} \quad (16b)$$

结合式(13b)与式(16b),可以得到蠕变趋于稳定时村山体损伤模型黏弹性应变表达式:

$$\varepsilon_c^e = \frac{(\sigma - \sigma_c) E_0}{E_c E_\infty} - \frac{\sigma_c E_0}{E_c E_\infty} = \frac{(\sigma - 2\sigma_c) E_0}{E_c E_\infty} \quad (17)$$

3 非线性蠕变损伤组合模型

基于软岩在稳定蠕变阶段的变形特征,本文引入瞬时弹性体表征加载瞬时的变形特征,村山体损伤模型表征稳定蠕变阶段的变形特征,同时引入文献[7]所述瞬时塑性体描述软岩加载瞬时产生的瞬时塑性应变;得到用于描述软岩稳定蠕变的五元件变参数非线性蠕变损伤模型,基于此模型,用以验证前文用损伤因子进行模型元件非线性描述的正确性。

图2所示为用于描述软岩稳定蠕变的五元件变参数非线性蠕变损伤模型,其中 σ_{s1} 与 σ_{s2} 分别控制着瞬时塑性体和村山体的应力门槛。

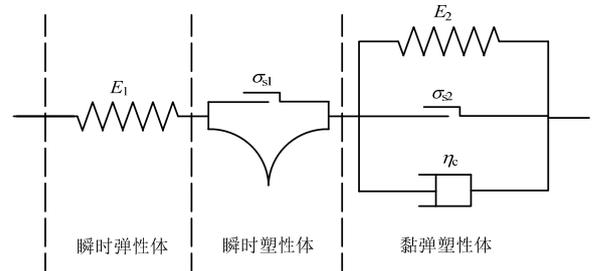


图2 软岩稳定蠕变的变参数非线性蠕变损伤模型

Fig.2 Variable parameter nonlinear creep damage model of soft rock in steady creep stage

根据前文所述损伤模型的非线性蠕变特征,可以得到如下关系。

1) 当模型中只有瞬时弹性体起作用时,因为瞬时弹性应变是在短时间发生的,因此无需考虑时效损伤带来的影响,从而得到相应的蠕变方程:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_1} \quad (18)$$

2) 当模型中的瞬时弹性体和瞬时塑性体共同起作用时,同样的,这两种应变均在短时间发生,也无需考虑时效损伤带来的影响,从而得到此时相应的蠕变方程^[7]为:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_1} + \varepsilon_L \left(1 - \left(1 + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{\sigma_L} \right)^{-2} \right) \quad (19)$$

式中: ε_L 为瞬时塑性体允许最大蠕变量; σ_L 为瞬时塑性体蠕变量为 $0.75\varepsilon_L$ 时的作用力。

3) 当模型中瞬时应变体和黏弹塑性体共同起作用时,其中瞬时应变体的应变不受时效损伤的影响,而黏弹塑性体的应变与时间相关;根据村山体损伤模型蠕变特征,可以得到与此应力水平相应的蠕变方程:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_1} + \varepsilon_L \left(1 - \left(1 + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{\sigma_L} \right)^{-2} \right) + \frac{(\sigma - \sigma_{s2})}{E_2} \cdot \left(\frac{E_0 \exp(\alpha t)}{E_0 - E_\infty + E_\infty \exp(\alpha t)} - \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_c} t\right) \right) \quad (20)$$

以上即为考虑时效损伤劣化作用时含原生节理岩石的变参数非线性黏弹塑性蠕变模型的变形特征。值得注意的是,在稳定蠕变阶段,常应力水平总是大于 σ_{s2} 的,这就意味着,常应力水平下,模型将始终服从式(20)所示蠕变规律。

3.1 稳定蠕变实验

为验证上述考虑时效损伤劣化作用时软岩稳定蠕变的变参数非线性蠕变模型的适用性及准确性, 本文以马明军^[27]在自主设计的 GFQ- I 型单轴压缩流变仪上, 对东乡铜矿砂质页岩进行的稳定蠕变试验和蠕变破坏试验为分析对象, 检验该蠕变损伤模型在描述软岩蠕变特征方面的准确性, 同时获取在蠕变模型中引入损伤因子影响的必要性判据。

文献[27]共进行了六组稳定阶段蠕变试验, 图3所示为稳定蠕变阶段岩石蠕变数据曲线。本节以此为分析对象, 完成以下的数据分析和整理工作。

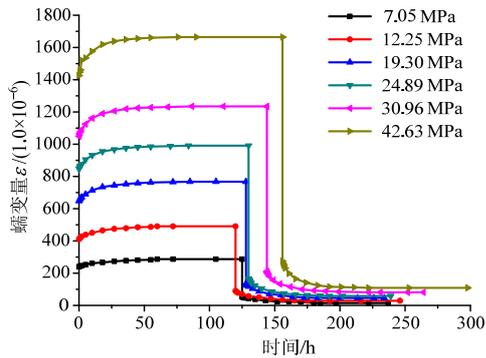


图3 岩石稳定蠕变阶段实验曲线

Fig.3 Testing curves of rock in steady creep stage

3.2 损伤因子的确定

根据图3所示蠕变实验数据, 处理后可以得到砂质页岩在稳定蠕变阶段的等时应力-应变曲线如图4所示。

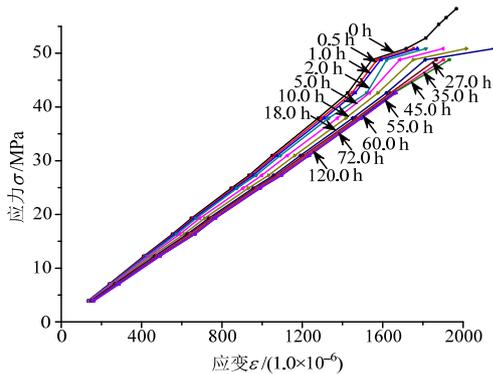


图4 等时应力-应变曲线

Fig.4 Isochronous stress-strain curves

根据图4中所示等时应力-应变曲线关系发现: 应力水平较低时, 等时应力-应变曲线保持为直线, 并随持荷时间的递增, 应力-应变曲线弹性模量逐渐降低, 并趋于定值。

对图4中直线段部分(应力水平小于40 MPa时)求取对应曲线的弹性模量平均值, 将其绘于图5中,

可以得到不同时刻弹性模量变化规律散点图。并根据式(2)所示不同时刻损伤因子与弹性模量之间的关系, 拟合图5中不同时刻弹性模量数据, 同时将拟合曲线绘于图5中。

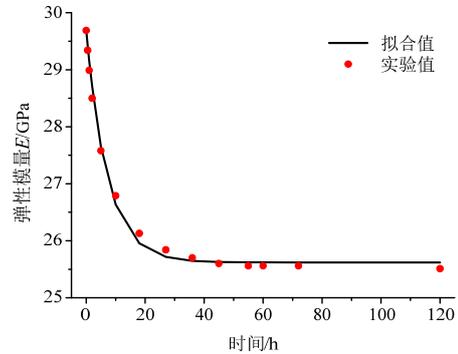


图5 不同时刻弹性模量及其拟合曲线

Fig.5 Elastic modulus and fitted curve at different times

将图5所示拟合曲线表达式根据式(2)形式可改写为:

$$D(t) = 0.137[1 - \exp(-0.1391t)] \quad (21)$$

其中, 拟合数据的相关系数 R 为 0.9978。

根据式(21), 并将 $t = 0$ 时弹性模量定义为出初始弹模 E_0 , 对比式(2)与式(21), 可以得到东乡铜矿砂质页岩稳定蠕变阶段时效损伤劣化作用相关系数为: $\alpha = 0.1391/h$, $E_\infty = 24.62 \text{ GPa}$, $E_0 = 29.69 \text{ GPa}$ 。从而得到 $E_0 / E_\infty = 1.1589$ 。

3.3 岩石蠕变实验曲线及模型参数识别

由图3所示蠕变实验曲线可知: 在稳定蠕变阶段, 岩石只发生瞬时蠕变和衰减蠕变。赵延林等^[11]基于二辉橄榄岩弹黏塑性蠕变实验提出: 岩石衰减蠕变阶段的实质是岩石材料的硬化流动过程。范秋雁等^[28]也认为, 在衰减蠕变阶段, 岩石的硬化效应强于损伤效应。观察图3所示蠕变实验的卸载曲线发现: 卸载瞬时回弹的蠕变量小于加载瞬时的蠕变量, 这表明加载瞬时蠕变中不仅包括瞬时弹性应变, 还有由于原生节理闭合效应带来的瞬时塑性应变; 而完全卸载时的永久残余应变大于加载瞬时产生的塑性应变, 表明在衰减蠕变过程中, 不仅有黏弹性应变, 还有黏塑性应变存在。

由此判断: 岩石任一时刻的蠕变量 ($\varepsilon(t)$) 是由瞬时弹性应变 (ε_e^0)、瞬时塑性应变 (ε_p^0)、黏弹性应变 ($\varepsilon_e^c(t)$) 和黏塑性应变 ($\varepsilon_p^c(t)$) 组成。即:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon^0 + \varepsilon_c(t) = \varepsilon_e^0 + \varepsilon_p^0 + \varepsilon_e^c(t) + \varepsilon_p^c(t) \quad (22)$$

基于岩石蠕变与卸载时应变恢复特征, 式(22)中各应变分量可按如下方法分解蠕变数据获得: ε_e^0

为卸荷瞬时恢复的应变变量,即图3所示蠕变曲线直线下降部分的量值; ε_p^0 为加载瞬时蠕变量与瞬时弹性应变量的差值,即 $\varepsilon_p^0 = \varepsilon^0 - \varepsilon_e^0$; $\varepsilon_c^e(t)$ 为卸荷瞬时残余蠕变量与卸荷变形稳定时残余应变量的差值; $\varepsilon_c^p(t)$ 为卸荷变形稳定时残余应变变量与加载瞬时塑性应变变量的差值。根据上述方法处理图3所示蠕变数据后,得到表2各分项数据^[13]。

表2 岩石瞬时弹性、瞬时塑性应变和黏弹性、黏塑性应变实测数据

Table 2 Testing results of instantaneous elastic and plastic strains, and viscoelastic and viscoplastic strains

σ/MPa	$\varepsilon_e^0/\mu\varepsilon$	$\varepsilon_p^0/\mu\varepsilon$	$\varepsilon_c^e(\infty)/\mu\varepsilon$	$\varepsilon_c^p(\infty)/\mu\varepsilon$
3.92	131	3	23	5
6.05	234	5	38	10
12.25	401	10	61	19
19.3	633	15	89	31
23.89	825	21	108	37
26.3	913	22	119	43
30.96	1024	26	130	55
36.92	1248	31	151	65
42.63	1391	35	165	74

基于表2中所列数据,结合式(18)、式(19)和式(20),可以得到变参数非线性黏弹塑性蠕变模型中瞬时弹性元件、瞬时塑性蠕变体和村山体的相应参数。

用式(18)与式(19)中瞬时塑性蠕变体部分拟合表2中的瞬时弹性应变 ε_e^0 和瞬时塑性应变 ε_p^0 ,可以得到:

$$\begin{cases} E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_e^0} = 30.36 \text{ GPa}, & R = 0.9999 \\ \varepsilon_L = 1299 \\ \sigma_{s1} = 0.7576 \text{ MPa}, & R = 0.9992 \\ \sigma_L = 3040 \text{ MPa} \end{cases} \quad (23)$$

表2中的黏弹塑性应变分为黏弹性与黏塑性两部分,其值均为蠕变稳定后的数值。将式(21)所得结果代入式(16b)与式(17)中,可以得到:

$$\varepsilon_c^p = 1.1589 \times \frac{\sigma_c}{E_2} \quad (24a)$$

$$\varepsilon_c^e = 1.1589 \frac{(\sigma - 2\sigma_c)}{E_2} \quad (24b)$$

用式(24)拟合表2中黏弹性与黏塑性数据,可以得到:

$$\begin{cases} \sigma_{s2}/E_2 = 1.5393\sigma - 2.7682, & R = 0.996 \\ \sigma_{s2} = 0.2447\sigma - 0.6231, & R = 0.997 \end{cases} \quad (25a)$$

将式(25a)拟合结果代入式(13a)中,拟合加载过程中黏弹塑性蠕变量与时间的关系,得到村山体损伤模型中黏质系数变化规律:

$$\eta_c = 7.889 / \sigma^{0.4431}, \quad R = 0.963 \quad (25b)$$

基于式(25)所示变参数非线性黏弹塑性组合模型中村山体流变参数变化规律,将其代入式(13a)中,可以得到模型描述的岩石试件加载历时中黏弹塑性应变的发展趋势,并将其与实测数据做对比(如图6所示),可以验证模型拟合参数变化规律的准确性。

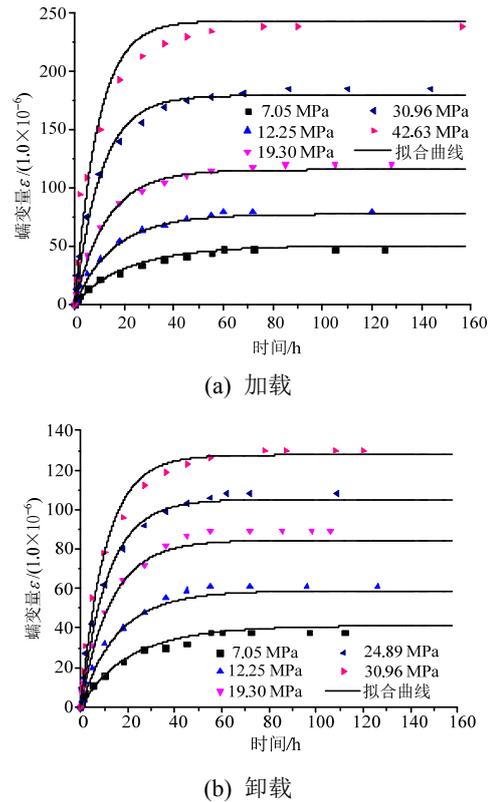


图6 黏弹塑性应变散点图及其拟合曲线
Fig.6 Scatter graph and fitted curves of viscoelasto-plastic strains

图6所示拟合结果显示:基于模型最终黏弹塑性蠕变量确定的村山体损伤模型参数,能够较好的描述加载历时中试件蠕变发展机制。这表明:低应力水平下,在非线性蠕变模型中引入损伤因子来考虑岩石试件的时效损伤劣化作用,很好地规避了线性参数非线性描述的问题,使得模型在保持非线性蠕变特征的同时,具有简洁且参数物理意义明确的优点。

根据式(25),可以得到变参数非线性黏弹塑性组合模型中村山体弹性元件与黏性元件流变参数随应力水平变化而变化的规律。

图7显示, 随应力水平的增大, 组合模型中村山体损伤模型的流变参数 E_2 与 η_c 具有不同的变化规律: 弹性参数随应力的增大呈类对数函数形式增大, 黏性参数随应力的增大呈负指数函数式减小。结合目前有关衰减蠕变阶段蠕变机理研究成果: 硬化效应强于损伤效应。根据图7所示衰减蠕变阶段流变参数变化规律可以判断: 在模型分析上, 衰减蠕变阶段硬化效应强于损伤效应的主要原因在于弹性元件的强化趋势强于黏性元件的弱化趋势, 总体表现为硬化效应显现, 而随应力水平的增高, 弹性元件强化趋势近乎停滞, 而黏性元件仍在小幅弱化, 使得后期损伤效应显著; 在物理意义上, 衰减蠕变阶段, 原生微裂纹的压密过程使得试件承载面积增大, 抵抗变形能力增强, 此时虽然存在局部区域的损伤发生, 但是发展趋势弱于承载能力的提高, 而随应力水平的不断增高, 后期原生微裂纹的压密现象较少发生或不发生, 而局部区域的损伤呈扩大趋势, 此时抵抗变形能力减弱, 损伤效应显现。

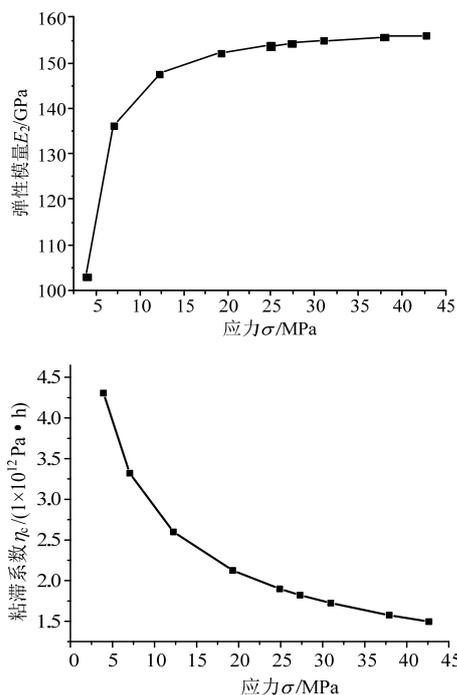


图7 变参数非线性黏弹塑性组合模型村山体流变参数随应力水平变化趋势

Fig.7 Change in creep parameters under different stresses in the variable parameters nonlinear viscoelasto-plastic combined model

4 结论

将损伤因子引入弹性元件及黏性元件中, 得到

弹性损伤元件及黏性损伤元件, 并重构了经典组合蠕变模型的蠕变损伤方程然后以江西东乡铜矿砂质页岩的稳定蠕变数据为依据, 分析并验证了蠕变损伤模型在描述稳定蠕变阶段的准确性与适用性。具体表现在:

(1) 将损伤因子引入线性流变元件中, 得到能够表征蠕变损伤特征的弹性损伤元件及黏性损伤元件, 并给出了损伤元件的蠕变特征方程, 然后对现有经典组合蠕变模型的蠕变损伤方程进行重构, 建立考虑损伤效应的蠕变组合模型, 并根据经典组合模型各元件的组合原则及蠕变规律, 给出了考虑损伤效应的组合模型蠕变损伤方程。

(2) 构建了用于描述软岩稳定蠕变的变参数非线性蠕变损伤模型, 并以江西东乡铜矿砂质页岩稳定蠕变实测数据为分析案例, 对所构建的变参数非线性蠕变损伤模型进行了参数标识工作, 并在参数标识过程中, 给出了模型参数拟合及实验数据分析处理方法。

(3) 实验数据拟合分析结果表明: 引入损伤因子的蠕变损伤模型, 能够很好的吻合实测数据, 并从根本上解决线性参数非线性描述的问题, 而且物理意义明确, 本文的研究工作, 为系统建立损伤流变学理论提供了参考, 指明了未来这一领域的研究方向。

参考文献:

- [1] 陈沅江. 岩石流变的本构模型及其智能辨识研究[D]. 长沙: 中南大学, 2003.
Chen Yuanjiang. Study on the rheological constitutive model of rock and its intelligent identification [D]. Changsha: Central South University, 2003. (in Chinese)
- [2] 付冰骏. 陈宗基院士生平[J]. 岩石力学与工程动态, 2002, 8(3): 1-9.
Fu Bingjun. Academician Chen Zongji's life [J]. Progress in Rock Mechanics and Engineering, 2002, 8(3): 1-9. (in Chinese)
- [3] 孙钧. 岩石流变力学及其工程应用研究的若干进展[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(6): 1081-1115.
Sun Jun. Rock rheological mechanics and its advance in engineering applications [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(6): 1081-1115. (in Chinese)
- [4] 徐卫亚, 杨圣奇, 谢守益, 等. 绿片岩三轴流变力学特性的研究(II): 模型分析[J]. 岩土力学, 2005, 26(5): 693-698.
Xu Weiya, Yang Shengqi, Xie Shouyi, et al. Investigation on triaxial rheological mechanical

- properties of green schist specimen (II): Model analysis [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2005, 26(5): 693—698. (in Chinese)
- [5] 邓荣贵, 周德培, 张倬元, 等. 一种新的岩石流变模型[J]. *岩石力学与工程学报*, 2001, 20(6): 780—783.
Deng Ronggui, Zhou Depei, Zhang Daoyuan, et al. A new rheological model for rocks [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2001, 20(6): 780—784. (in Chinese)
- [6] 曹树刚, 边金, 李鹏, 等. 岩石蠕变本构关系及改进的西原正夫模型[J]. *岩石力学与工程学报*, 2002, 21(5): 632—634.
Cao Shugang, Bian Jin, Li Peng, et al. Rheologic constitutive relationship of rocks and a modified model [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, 21(5): 632—634. (in Chinese)
- [7] 陈沅江, 潘长良, 曹平, 等. 软岩流变的一种新力学模型[J]. *岩土力学*, 2003, 24(2): 209—214.
Chen Yuanjiang, Pan Changliang, Cao Ping, et al. A new mechanical model for soft rock rheology [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2003, 24(2): 209—214. (in Chinese)
- [8] 蒋昱州, 张明鸣, 李良权. 岩石非线性黏弹塑性蠕变模型研究及其参数识别[J]. *岩石力学与工程学报*, 2008, 27(4): 832—839.
Jiang Yuzhou, Zhang Mingming, Li Liangquan. Study on nonlinear viscoelasto-plastic creep model of rock and its parameter identification [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2008, 27(4): 832—839. (in Chinese)
- [9] 李良权, 徐卫亚, 王伟. 基于西原模型的非线性黏弹塑性流变模型[J]. *力学学报*, 2009, 41(5): 671—680.
Li Liangquan, Xu Weiya, Wang Wei. A nonlinear viscoelasto-plastic rheological model based on Nishihara's model [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2009, 41(5): 671—680. (in Chinese)
- [10] 康永刚, 张秀娥. 一种改进的岩石蠕变本构模型[J]. *岩土力学*, 2014, 35(4): 1049—1055.
Kang Yonggang, Zhang Xiu'e. An improved constitutive model for rock creep [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, 35(4): 1049—1055. (in Chinese)
- [11] 赵延林, 曹平, 文有道, 等. 岩石弹黏塑性流变试验和非线性流变模型研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2008, 27(3): 477—486.
Zhao Yanlin, Cao Ping, Wen Youdao, et al. Elastoviscoplastic rheological experiment and nonlinear rheological model for rocks [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2008, 27(3): 477—486. (in Chinese)
- [12] 高赛红, 曹平, 汪胜莲, 等. 改进的岩石非线性黏弹塑性蠕变模型及其硬化黏滞系数的修正[J]. *煤炭学报*, 2012, 37(6): 936—943.
Gao Saihong, Cao Ping, Wang Shenglian, et al. Improved nonlinear viscoelasto-plastic rheological model of rock and its correction of hardening coefficient of viscosity [J]. *Journal of China Coal Society*, 2012, 37(6): 936—943. (in Chinese)
- [13] 陈沅江, 潘长良, 曹平, 等. 基于内时理论的软岩流变本构模型[J]. *中国有色金属学报*, 2003, 13(3): 735—742.
Chen Yuanjiang, Pan Changliang, Cao Ping, et al. Endochronic rheological constitutive model of soft rock [J]. *The Chinese Journal of Nonferrous Metals*, 2003, 13(3): 735—742. (in Chinese)
- [14] 沈才华, 张兵, 王文武. 一种基于应变能理论的黏弹塑性蠕变本构模型[J]. *岩土力学*, 2014, 35(12): 3430—3436.
Shen Caihua, Zhang Bing, Wang Wenwu. A new visco-elastoplastic creep constitutive model based on strain energy theory [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, 35(12): 3430—3436. (in Chinese)
- [15] 金丰年, 范华林. 岩石的非线性流变损伤模型及其应用研究[J]. *解放军理工大学学报(自然科学版)*, 2000, 1(3): 1—5.
Jin Fengnian, Fan Hualin. Study on nonlinear rheology damage property of rock [J]. *Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science)*, 2000, 1(3): 1—5. (in Chinese)
- [16] 韦立德, 杨春和, 徐卫亚. 基于细观力学的盐岩蠕变损伤本构模型研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2005, 24(23): 4253—4258.
Wei Lide, Yang Chunhe, Xu Weiya. Study on creep damage constitutive model of salt rock based on mesomechanics [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(23): 4253—4258. (in Chinese)
- [17] 高文华, 陈秋南, 黄自永, 等. 考虑流变参数弱化综合影响的软岩蠕变损伤本构模型及其参数智能辨识[J]. *土木工程学报*, 2012, 45(2): 104—110.
Gao Wenhua, Chen Qiunan, Huang Ziyong, et al. Study on the creep damage constitutive model of soft rocks considering rheological softening and intelligent identification of the parameters [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2012, 45(2): 104—110. (in Chinese)
- [18] 张强勇, 杨文东, 张建国, 等. 变参数蠕变损伤本构模型及其工程应用[J]. *岩石力学与工程学报*, 2009, 28(4): 732—739.
Zhang Qiangyong, Yang Wendong, Zhang Jianguo, et al. Variable parameters-based creep damage constitutive model and its engineering application [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2009, 28(4): 732—739. (in Chinese)
- [19] 朱昌星, 阮怀宁, 朱珍德, 等. 岩石非线性蠕变损伤模型的研究[J]. *岩土工程学报*, 2008, 30(10): 1510—1513.

- Zhu Changxing, Ruan Huaining, Zhu Zhende, et al. Non-linear rheological damage model of rock [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(10): 1510—1513. (in Chinese)
- [20] 王贵君, 张磊, 张昱文, 等. 盐岩流变损伤破坏特性的实验研究[J]. 工程力学, 2013, 30(4): 288—293.
Wang Guijun, Zhang Lei, Zhang Yuwen, et al. Experimental investigation on the creep–damage–rupture characteristics of salt rock [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(4): 288—293. (in Chinese)
- [21] 尤明庆. 对“岩石非线性黏弹塑性流变模型(河海模型)及其应用”的讨论[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(3): 637—640.
You Mingqin. Discussion on ‘Nonlinear viscoelastoplastic rheological model (Hohai Model) of rock and its engineering application’ [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(3): 637—640. (in Chinese)
- [22] 许宏发. 软岩强度和弹模的时间效应研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16(3): 245—251.
Xu Hongfa. Time dependent behaviours of strength and elasticity modulus of weak rock [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1997, 16(3): 245—251. (in Chinese)
- [23] 丁志坤, 吕爱钟. 岩石粘弹性非定常蠕变方程的参数辨识[J]. 岩土力学, 2004, 25(增刊 1): 37—40.
Ding Zhikun, Lü Aizhong. Parameter identification of non-stationary creep equation of rocks [J]. Rock Soil Mech, 2004, 25(Suppl 1): 37—40. (in Chinese)
- [24] Xu Tao, Tang Chun’an, Zhao Jian, et al. Modelling the time-dependent rheological behaviour of heterogeneous brittle rocks [J]. Geophysical Journal International, 2012, 189(3): 1781—1796.
- [25] 杨振伟, 金爱兵, 高永涛, 等. 基于颗粒流程序的非定常西原体模型[J]. 工程科学学报, 2015, 37(7): 831—838.
Yang Zhenwei, Jin Aibing, Gao Yongtao, et al. Nonstationary Nishihara model in the particle flow code [J]. Chinese Journal of Engineering, 2015, 37(7): 831—838. (in Chinese)
- [26] 夏才初, 金磊, 郭锐. 参数非线性理论流变力学模型研究进展及存在的问题[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(3): 453—463.
Xia Caichu, Jin Lei, Guo Rui. Nonlinear theoretical rheological model for rock: a review and some problems. [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(3): 453—463. (in Chinese)
- [27] 马明军. 岩石流变性试验研究和理论分析[D]. 长沙: 中南矿业学院, 1986.
Ma Mingjun. The experimental study and theoretical analysis of rheological behavior of rock [D]. Changsha: Central South Polytechnic University, 1986. (in Chinese)
- [28] 范秋雁, 阳克青, 王渭明. 泥质软岩蠕变机制研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(8): 1554—1561.
Fan Qiuyan, Yang Keqing, Wang Weiming. Study of creep mechanism of argillaceous soft rocks [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(8): 1554—1561. (in Chinese)