

宁波大学 2017 年硕士研究生招生考试初试试题 (A 卷)

(答案必须写在考点提供的答题纸上)

科目代码: 743

科目名称:

农学基础数学

适用专业:

水产养殖 渔业资源

一. 选择题: 1-8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分, 下列每题给出的四个选项中, 只有一个选项符合题目要求.

- 考虑一元函数的下列四条性质: ① $f(x)$ 在点 x_0 连续; ② $f(x)$ 在点 x_0 可导; ③ $f(x)$ 在点 x_0 可微; ④ $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在. 其中 $P \Rightarrow Q$ 表示可由性质 P 推出 Q , 则下列四个说法中: (1) ② \Rightarrow ③ \Rightarrow ①; (2) ③ \Rightarrow ② \Rightarrow ①; (3) ③ \Rightarrow ④ \Rightarrow ①; (4) ③ \Rightarrow ① \Rightarrow ④, 正确的有 () 个.
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- 当 α 取哪个值时, 函数 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - \alpha$ 仅有两个相异实零点 ().
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8
- 下列广义积分中, 收敛的是 ().
(A) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$ (B) $\int_e^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$ (C) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$ (D) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{\ln x}} dx$
- 设 D 为平面上以 $(1,1), (-1,1)$ 和 $(-1,-1)$ 为顶点的三角形, D_1 为它的第一象限部分, 则积分 $\iint_D (xy + \cos x \sin y) dx dy$ 等于 ().
(A) $2 \iint_{D_1} \cos x \sin y dx dy$ (B) $2 \iint_{D_1} xy dx dy$
(C) $4 \iint_{D_1} (xy + \cos x \sin y) dx dy$ (D) 0
- 设 A^* , A^{-1} 分别为 n 阶方阵 A 的伴随矩阵和逆矩阵, 则 $|A^* A^{-1}| =$ ().
(A) $|A|^n$ (B) $|A|^{n-1}$ (C) $|A|^{n-2}$ (D) $|A|^{n-3}$
- 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 向量 β_1 可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示, 而向量 β_2 不能由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示. 则对于任意常数 k , 必有 ().
(A) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, k\beta_1 + \beta_2$ 线性无关 (B) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, k\beta_1 + \beta_2$ 线性相关
(C) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1 + k\beta_2$ 线性无关 (D) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1 + k\beta_2$ 线性相关

宁波大学 2017 年硕士研究生招生考试初试试题(A 卷)

(答案必须写在考点提供的答题纸上)

科目代码: 743 科目名称: 农学基础数学
适用专业: 水产养殖 渔业资源

7. 当随机事件 A 和 B 同时发生时, 随机事件 C 必定发生, 则 $P(C)$ 必定().

(A) 等于 $P(A \cup B)$ (B) 不大于 $P(A) - P(\bar{B})$

(C) 等于 $P(AB)$ (D) 不小于 $P(A) - P(\bar{B})$

8. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是取自正态总体 $X \sim N(0, 2)$ 的简单随机样本,

$Z = (X_1 - X_2)^2 + (X_3 + X_4)^2$, 则 $DZ = ($).

(A) 16 (B) 64 (C) 32 (D) 8

二. 填空题: 9-14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x^2 \sin x} =$ _____.

10. 设 $f(x) = \int_1^{\sqrt{x}} e^{-t^2} dt$, 则 $\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx =$ _____.

11. 微分方程 $(y + x^3)dx - 2xdy = 0$ 满足条件 $y|_{x=1} = \frac{6}{5}$ 的特解为_____.

12. 设 $z = f(x, y)$ 由方程 $z^5 - xz^4 + yz^3 = 1$ 所确定, 则 $f'_x(0, 0) =$ _____.

13. 若 $\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $A = \alpha\beta^T$, B 是 4 阶矩阵, 秩 $R(B)=2$. 则秩 $R(AB-2B) =$ _____.

14. 装有 5 个白球和 6 个黑球的罐中丢失一球, 不知其颜色, 现随机地从罐中取 2 个球, 结果全是白球, 则丢失的那个球是白球的概率为_____.

宁波大学 2017 年硕士研究生招生考试初试试题 (A 卷)

(答案必须写在考点提供的答题纸上)

科目代码: 743

科目名称:

农学基础数学

适用专业:

水产养殖 渔业资源

三. 解答题: 15-23 小题, 共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本题满分 10 分)

求不定积分 $I = \int \frac{dx}{(1+x^2)^{3/2} e^{3\arctan x}}$.

16. (本题满分 10 分)

设 $u = f(x, y, z)$, $\varphi(x^2, e^y, z) = 0$, $y = \sin x$, 其中 f, φ 具有一阶连续偏导数且 $\frac{\partial \varphi}{\partial z} \neq 0$, 求 $\frac{du}{dx}$.

17. (本题满分 10 分)

叙述并证明拉格朗日 (Lagrange) 中值定理.

18. (本题满分 10 分)

计算二重积分 $\iint_D |x^2 + y^2 - 1| dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$.

19. (本题满分 10 分)

设抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 满足条件:

- 1) $a < -1$, 且通过点 $(0,0)$ 和 $(1,2)$;
- 2) 与抛物线 $y = -x^2 + 2x$ 围成的图形面积最小.

试求此抛物线方程.

20. (本题满分 11 分)

设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & k+2 & -m-2 \\ 1 & -3k+1 & k+2m \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$. 问当 k, m 取何值时, 方程 $Ax = b$ 无解,

有唯一解, 有无穷多解, 并在有解时求其解.

宁波大学 2017 年硕士研究生招生考试初试试题 (A 卷)

(答案必须写在考点提供的答题纸上)

科目代码: 743

科目名称:

农学基础数学

适用专业:

水产养殖 渔业资源

21. (本题满分 11 分)

设 3 阶方阵 A 的三个特征值为 1, 1, 2, 对应的特征向量为 $\alpha_1 = (1, 2, 1)^T$, $\alpha_2 = (1, 1, 0)^T$, $\alpha_3 = (2, 0, -1)^T$. 问 A 是否与对角矩阵 Λ 相似? 若相似, 求出矩阵 A .

22. (本题满分 11 分)

某工厂自动生产线加工的某零件的内径 X (单位 mm) 服从正态分布 $N(\mu, 1)$, 规定该零件的内径小于 10mm 或大于 12mm 时为不合格, 其余的情形为合格品. 又已知该零件的销售利润 Y 与零件的内径 X 有如下关系: $Y = \begin{cases} -1, & X < 10 \\ 20, & 10 \leq X \leq 12 \\ -5, & X > 12 \end{cases}$, 问零件的平均内径 μ 取什么值时, 销售一个零件的平

均利润达到最大?

23. (本题满分 11 分)

设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & 0 < x < 2, |y| < x \\ 0, & \text{else} \end{cases}$, 求:

1) 边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$;

2) 条件密度函数 $f_{Y|X}(y|x)$;

3) 证明随机变量 X, Y 不相关不独立.